كليك Clic 62

3AS BAC

فايق مشري

العلوم الفيزيائية 4

تطور جملة ميكانيكية

ويشمل هذا المحور توحيد الميكانيك الفلكية والأرضية وتوظيف القوانين الثلاثة لنيوتن ومفهوم التسارع والطاقة وحركة القذائف والكواكب والأقمار الصناعية. وحدود ميكانيك نيوتن.

شكلت الأقمار والكواكب موضوع اهتمام الكثير من العلماء منذ القدم وإلى يومنا هذا، فكيف تطور تفسير هذه الحركات من أرسطو، بطليموس، كوبرنيك وكبلر غاليلي إلى نيوتن.

لمحة تاريخية

منذ الفيزياء الأكثر حسية لأرسطو إلى غاية الفيزياء النسبية وتنبؤات انشتاين، كان لفهم حركات الأجسام والفعل الجاذبي أثر كبير على الفكر، وأبرز التحولات فيها كانت الإنتقال من النظام المركزي لأرسطو إلى النظام الشمسي لكوبرنيك وتفسير غاليلي ونيوتن للحركات.

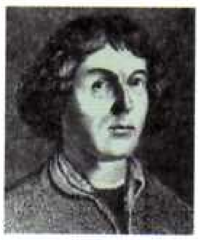
نظام أرسطو - Aristot *(384-322)*

ينقسم إلى عالم تحت قمري وعالم فلكي مثالي، يعتمد في تفسيره للحركات على النظام الجيومركزي *(géocentrique)*

نموذج بطليموس Ptolémée *(140م)*

الوصف الدقيق والكمي لحركة الأجرام الذي قام به العالم بطليموس المدون في كتابه المجستي *Almagiste* المشهور أعطى دعما لنظام أرسطو اقترح نظاما لحركة الأجرام مبينا على فلك التدوير. *(epicycle)*.

كوبرنيك Copernic *(1473 1543م)*



أثار نظام بطليموس عدة اشكاليات وبقيت تساؤلات كثيرة مطروحة حول حركة بعض الكواكب كل هذا دفع بكوبرنيك إلى البحث على نظام أخر يسمح بشرح حركة الكواكب ووضع فرضية النظام الهيلومركزي *(héliocentrique)*.

كبلر kepler *(1630-1571)*

حدّد كبلر مسارات الكواكب بدقة
- ترسم الكواكب مدارات اهليجية.
- سرعتها غير ثابتة.
- اعطى عبارة الدور للكوكب بدلالة المسافة بينه وبين الشمس.

غاليلي gallilée *(1564-1642)*م

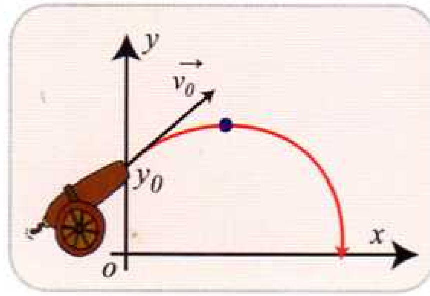
وضع منظار بعدستين وتمكن من اكتشاف أقمار المشتري ومراقبة كوكب الزهرة.
درس القذائف والسقوط الحر وبيّن أن التسارع ثابت في حقل الجاذبية و فتح النقاش حول مسألة الحسّية في الحركة.

إسحاق نيوتن Newton *(1642-1727)*

ربط نيوتن القوى المطبقة على جسم بتسارعه. وكان لنيوتن السّبق في فهم أن التفاحة التي تسقط على الأرض من الشجرة والقمر الذي يدور حول الأرض يخضعان لنفس القانون (قوة التجاذب الكوني).

فاستطاع بذلك توحيد الميكانيك الفلكية والأرضية.

■ **النوع الثالث** القذف بزاوية وبارتفاع ابتدائي ومثاله مدفع يرمي بقذيفة.



نفس الدراسة كما في النوع الثاني فقط في المعادلة الزمنية ومعادلة المسار نضيف y_0 .

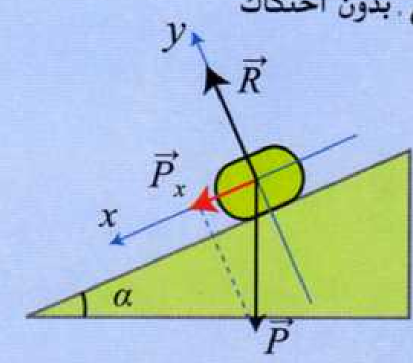
$$y(t)=\frac{1}{2}\,g\,t^2+v_0\sin\alpha t+y_0$$

$$y=\frac{1}{2\,v_0^2\cos^2\alpha}x^2+\tan\alpha\,x+y_0$$

وعند المدى $y(x)=0$ وارتفاع الذروة هو
$$y=y_0+\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

تطبيقات القانون الثاني لنيوتن (المستوي المائل)

الحالة الأولى. بدون احتكاك



$$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a_G}\Rightarrow\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a_G}$$

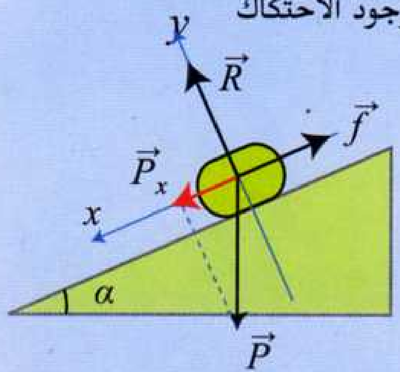
بالاسقاط على المحور الموجب نجد :

$$P_x=ma_G\Rightarrow mg\sin\alpha=ma_G$$

$a_G=g\sin\alpha=$ ثابت موجب

ح م متسارعة بانتظام

الحالة الثانية. بوجود الاحتكاك



$$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a_G}\Rightarrow\vec{P}+\vec{R}+\vec{f}=m\vec{a_G}$$

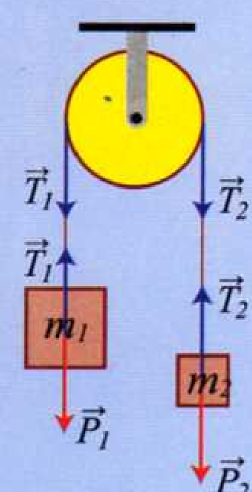
بالاسقاط على المحور الموجب نجد :

$$mg\sin\alpha-f=m\,a_2$$

$$a_2=g\sin\alpha-\frac{f}{m}$$

ح م متغيرة بانتظام

تطبيقات القانون الثاني لنيوتن (ماكنة أتود)



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة الميكانيكية

على الجملة m_1 $\quad \sum\vec{F}_{ext}=m_1\vec{a}$

على الجملة m_2 $\quad \sum\vec{F}_{ext}=m_2\vec{a}$

على البكرة $\quad T_1=T_2$

بجمع المعادلات الثلاث والإسقاط نجد :

$$a_G=\frac{(m_1-m_2)\,g}{m_1+m_2}$$

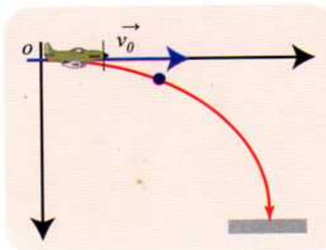
تسارع ثابت موجب ومنه فإن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام:

كليك للنشر ClicEdition
حي الكيفان، عمارة أ مدخل 10 محل 23، المحمدية، الجزائر.
الهاتف: 15 00 82 021 / 37 96 82 021، الفاكس: 37 96 82 021.
البريد الإلكتروني: clicedition@gmail.com
2009-062

حركة القذائف

■ **النوع الأول** : **ومثاله طائرة تقذف قنبلة على سطح الأرض**

ملخص الدراسة في جدول



المحاور	$\vec{a}$	$\vec{v}$	طبيعة الحركة	$v(t)$	$x(t)\ .\ y(t)$
Ox	0	v_0	حركة م منتظمة	$vx = v_0$	$x(t) = v_0\, t$
Oy	$+g$	0	حركة م م بانتظام	$vy = g\, t$	$y(t) = \frac{1}{2} g\, t^2$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

● وبالاسقاط على ox $\quad \vec{a} = \vec{g} = a_x = 0$

● وبالاسقاط على oy $\quad \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow a_y = g > 0$

معادلة المسار.

$$\begin{cases} x = v_0\, t \Rightarrow t = \dfrac{x}{v_0} & ...(1) \\ y = \dfrac{1}{2} g\, t^2 & ...(2) \end{cases}$$

من (1) و (2) نستنتج

$$y = \frac{g}{2\, v_0^2} x^2$$

مدى القذيفة **هي البعد الأفقي بين نقطة القذف ونقطة سقوط القذيفة.**

من معادلة المسار :

$$x^2 = \frac{2\, y v_0^2}{g} \Rightarrow x = v_0 \sqrt{\frac{2\, y}{g}}$$

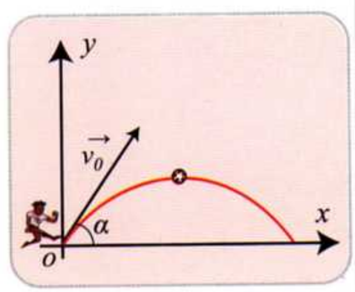
إرتفاع الذروة هي ارتفاع الطائرة الابتدائي $y_M = y_0$ حسب المحور المختار

سرعة اصطدام القذيفة بالأرض

$$v^2 - v_0^2 = 2g y_0 \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2g y_0}$$

■ **النوع الثاني** **ومثاله لاعب كرة قدم يقذف كرة.**

المحاور	$\vec{a}$	$\vec{v}$	طبيعة الحركة	$v(t)$	$x(t)\ /\ y(t)$
O_x	0	$v_0 \cos\alpha$	حركة م منتظمة	$v_x(t) = v_0 \cos\alpha$	$x(t) = v_0 \cos\alpha\, t$
O_y	$-g$	$v_0 \sin\alpha$	حركة م م بانتظام	$v_y(t) = - g\, t + v_0 \sin\alpha$	$y(t) = - \frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha t$



معادلة المسار.

$$y = \frac{1}{2\, v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha\, x$$

إرتفاع الذروة

$$y = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

مدى القذيفة

$$x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

سرعة اصطدام القذيفة بالأرض

$$\Delta E_c = \sum w(F) \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2g y_0} = v_0$$

المرجع والمعلم

معلم فضائي $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

معلم مستوي $(o,\vec{i},\vec{j})$

معلم خطي $(o,\vec{i})$

معلم الزمن

يتطابق مع لحظة بداية الحركة. $t = 0\,s$

النقطة المادية

يمكن إعتبار جملة نقطة مادية إذا أهملت أبعادها أمام المرجع الذي ندرس فيه. (المعلم العطالي)

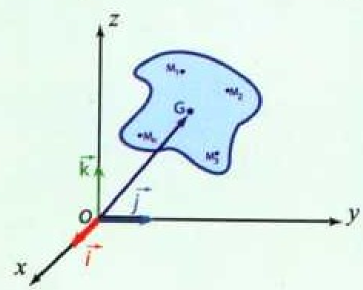
جملة الميكانيكية

هي كل جسم أو جزء منه أو مجموعة أجسام مرتبطة ببعضها داخل معلم عطالي.

جسم + أرض

مفهوم مركز العطالة

$$\overrightarrow{OG}\sum m_i = m_1\overrightarrow{OM_1} + \ldots + m_n\overrightarrow{OM_n}$$

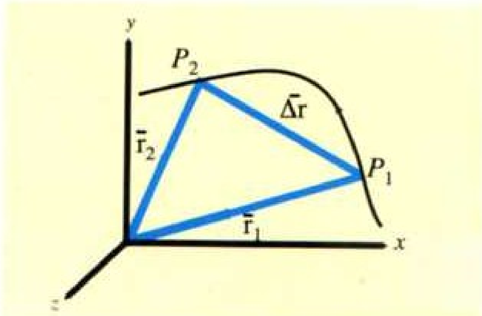


شعاع الموضع

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

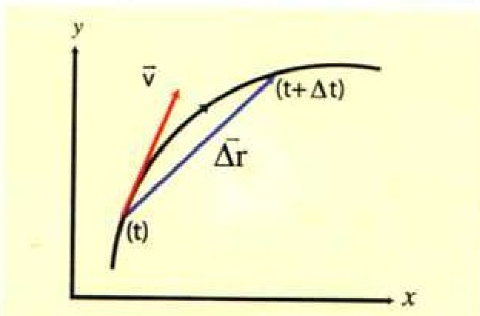
شعاع الإنتقال

$$\Delta\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \Delta x\,\vec{i} + \Delta y\,\vec{j} + \Delta z\,\vec{k}$$



شعاع السرعة المتوسطة بين اللحظتين t_1, t_2

$$\vec{V_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$



السرعة اللحظية في لحظة t

$$\vec{V_{inst}} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{V_m} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

التسارع الوسطي

$$\vec{a_m} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

التسارع اللحظي

$$\vec{a_{inst}} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a_m} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

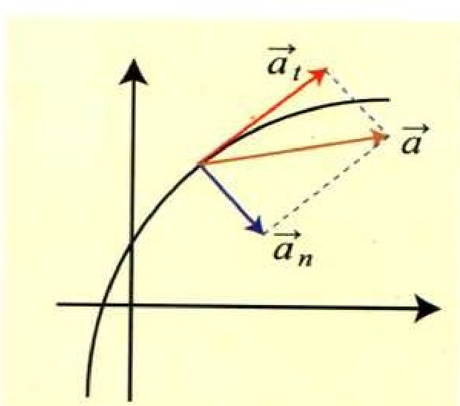
التسارع الناظمي والمماسي والكلي

التسارع المماسي $a_t = \frac{dv}{dt}$

$$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$$

التسلرع الناظمي $a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$



القوانين الثلاثة لنيوتن

■ القانون الأول لنيوتن (مبدأ العطالة)

- في المعلم العطالي أو الغاليلي : يحافظ كل جسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمةإذا لم تتدخل أي قوة لتغيير حالته الحركية
- إذا كانت محصلة القوى معدومة فإن الجسم ساكن أو يتحرك بحركة منتظمة

$$\sum\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \Delta\vec{V} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}_2 - \vec{V}_1 = 0$$

إذا كانت $\vec{V}_{inst} = \vec{0}$ فإن الجسم ساكن أو يتحرك بحركة منتظمة

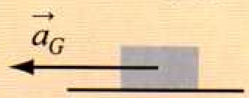
■ القانون الثاني لنيوتن (المبدأ الأساسي للتحريك)

$$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = Cst \Rightarrow a = Cst$$

حركة جسم مستقيمة متغيرة بانتظام (متسارعة أو متباطئة) حسب الجداء السلمي $\vec{a}\,.\,\vec{v}$

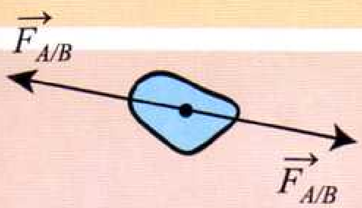
$\vec{a}\,.\,\vec{v} > 0$ حركة مستقيمة متسارعة بانتظام

$\vec{a}\,.\,\vec{v} < 0$ حركة مستقيمة متباطئة بانتظام



حركة مستقيمة متغيرة بانتظام

■ القانون الثالث لنيوتن (لكل فعل رد فعل)



إذا أثرت جملة ميكانيكية A على جملة B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فإن الجملة B تؤثر على الجملة A بقوة $\vec{F}_{B/A}$ تساويها في الشدة وتعاكسها في الاتجاه.

شروط الحصول على حركة دائرية منتظمة

تكون جملة في حركة دائرية منتظمة

- ■ إذا كانت سرعتها الابتدائية غير معدومة.
- ■ إذا كانت خاضعة لقوة جاذبة مركزية

عبارة التسارع الناظمي

الشعاع متجه دوما نحو مركز الدائرة أو نحو تقعر المسار في الحركة المنحنية.

$$\theta = \frac{\widehat{d}}{r} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{v}{r}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta} = \omega' = \frac{a_t}{r}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

دور الحركة الدائرية المنتظمة

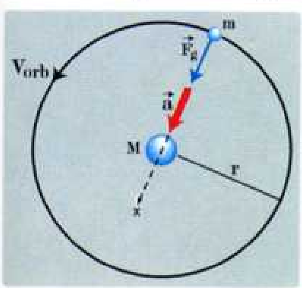
الدور هو المدة اللازمة لإنجاز دورة واحدة أي قطع مسافة قيمتها $2\pi r$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \qquad T^2 = \frac{4\pi^2 r}{a_n}$$

تطبيقات الحركة الدائرية

تفسير حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية

باستعمال قانون الجذب العام لنيوتن (قوة التجاذب الكتلي بين الأرض والقمر)



$$F_{T/L} = F_{L/T} = G\,\frac{M_T\,.\,m_L}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

حيث G ثابت التجاذب الكوني

$$\boxed{G = 6{,}67\ 10^{-11}\ (Nm^2/Kg^2)}$$

$$G\,\frac{M.m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Leftrightarrow V_{orb} = \sqrt{\frac{G.M}{r}}$$

سرعة المدار

ودور الحركة يعطى بالعلاقة

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M}}$$

حيث $r = R_T + z$

خواص الحركة الدائرية المنتظمة

في الحركة الدائرية المنتظمة تكون قيمة سرعة مركز العطالة V ثابتة والتسارع الناظمي مركزي ومحصلة القوى $\sum\overrightarrow{F}$ المطبقة على الجملة جاذبة مركزية وقيمتها تحقق العلاقة :

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\,\omega^2 r$$

حيث

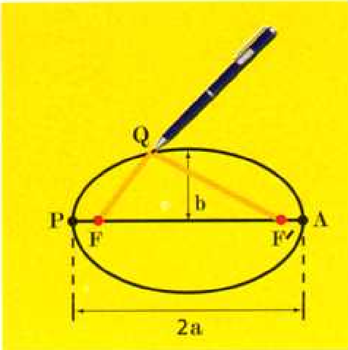
F: قوة جاذبة مركزية $[N]$

m : كتلة الجملة المتحركة $[Kg]$

v : السرعة الخطية $[m/s]$

ω : السرعة الزاوية $[rad/s]$

r : نصف قطر الانحناء $[m]$

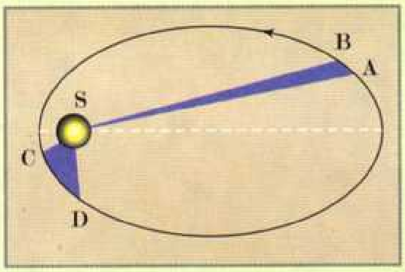


قوانين كبلر

القانون الأول لكبلر إن الكواكب تتحرك وفق مدارات إهليليجية تمثل الشمس إحدى محرقيها

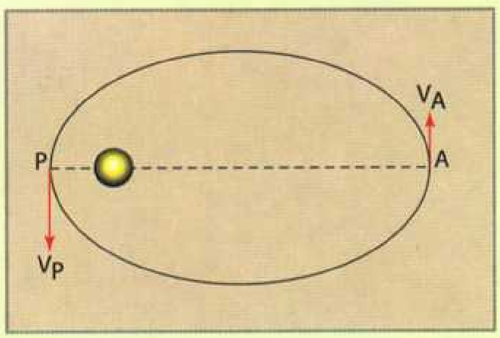
القانون الثاني لكبلر إن المستقيم الرابط بين الشمس وكوكب يمسح مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية.

المساحتان المسوحتان SAB و SCD متساويتان.



القانون الثالث لكبلر

ندرس حركة الكواكب حول الشمس في مرجع كوبرنيك (المرجع الشمسي) حيث يتناسب مربع الدور لكل كوكب مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس.



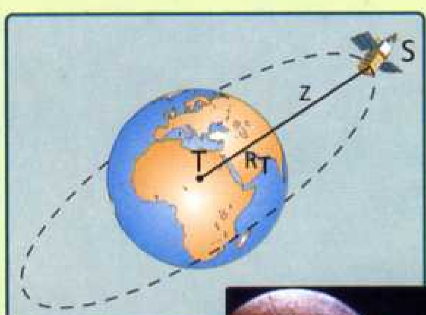
باعتبار المدار دائريا يكون لدينا

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} = Cst \qquad k = \frac{T^2}{a^3}$$

ويكون الدور حسب العلاقة :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} \Rightarrow \frac{T^2}{(R_T+z)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s}$$

حيث $r = R_T + z$



دور الكوكب

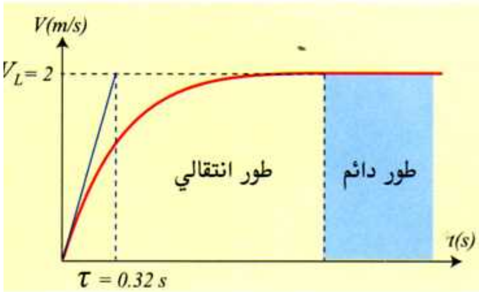
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_s}} = 2\pi\sqrt{\frac{(r+z^3)}{GM_s}}$$

السرعة المدارية

$$v = \sqrt{\frac{GM_s}{r}}$$

تطبيقات في الميكانيك

دراسة حركة السقوط الحقيقي لجسم صلب في الهواء

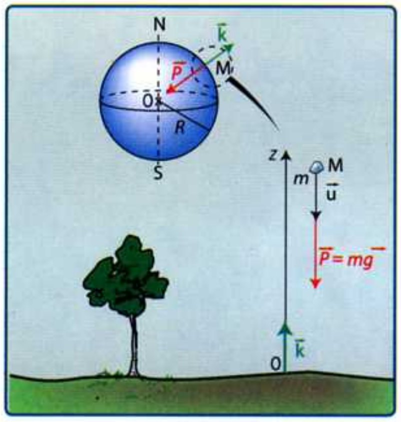


الوثيقة المقابلة تبين وجود نظامين :

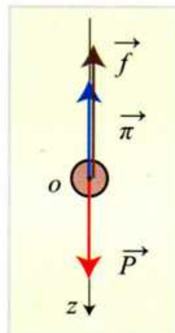
– **نظام انتقالي** : وتكون السرعة متزايدة بشكل سريع في البداية ثم تتناقص تدريجيا.

– **نظام دائم** : وتكون قيمة السرعة ثابتة وتبلغ القيمة الحدية V_L في هذه المرحلة ،

الزمن المميز τ الزمن الموافق للمرور من طور لآخر



القوى المؤثرة في الجسم :



- ثقل الجسم : $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$
- دافعة أرخميدس : $\overrightarrow{\Pi} = \rho \mathrm{v} \overrightarrow{g}$

ρ : الكتلة الحجمية للمائع (kg/m^3)
v : حجم الجسم الصلب (m^3)
g : تسارع الجاذبية الأرضية (m/s^2)

- الاحتكاك : $f = kv$:قيمة السرعة صغيرة.

$f = kv^2$: قيمة السرعة كبيرة.

الحالة الأولى . $f = kv$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الصلب.

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a}$$

العلاقة الشعاعية : $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{\Pi} + \overrightarrow{f} = m\overrightarrow{a}$

بالاسقاط على oz : $P - f - \pi = ma$

$$mg - \rho \mathrm{v} g - k\,v = m\,\frac{dv_z}{dt}$$

$$\frac{dv_z}{dt} + \frac{k}{m} v = g(1 - \frac{\rho \mathrm{v}}{\mathrm{m}})$$

المعادلة التفاضلية المميزة للحركة هي من الشكل :

$$y' + ay = b$$

يكون حل المعادلة هو : $V(t) = V_L(\,1 - e^{-t/\tau}\,)$

حيث السرعة الحدّية هي : $V_L = \dfrac{g}{k}(\rho - \rho_{air})V$

الحالة الثانية . $f = kv^2$

العلاقة الشعاعية : $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{\Pi} + \overrightarrow{f} = m\overrightarrow{a}$

بالاسقاط على oz : $P - f - \pi = ma$

$$mg - \rho \mathrm{v} g - k\,v^2 = m\frac{dv_z}{dt}$$

$$\frac{dv_z}{dt} + \frac{k}{m} v^2 = g(1 - \frac{\rho \mathrm{v}}{\mathrm{m}})$$

المعادلة التفاضلية المميزة للحركة هي من الشكل :

$$y' + ay^2 = b$$

يكون حل المعادلة هو : $V(t) = V_{L'}(\,1 - e^{-t/\tau}\,)$

حيث السرعة الحدّية هي :

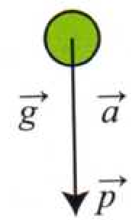
$$V_{L'} = \sqrt{\frac{g}{k}(\rho - \rho_{air})V} \quad = \sqrt{V_L}$$

دراسة حركة السقوط الحر لجسم صلب (بإهمال قوى الاحتكاك)

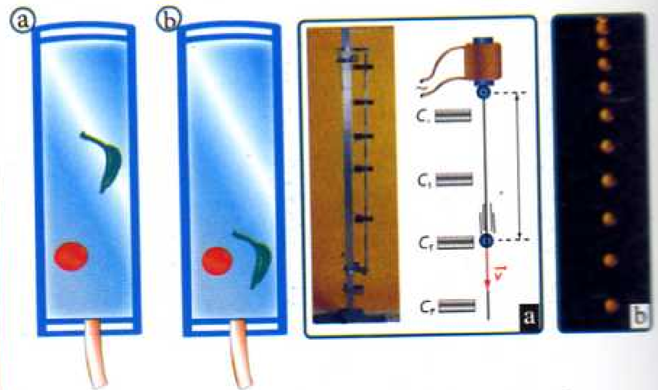
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الصلب.

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m\overrightarrow{a} \Rightarrow \overrightarrow{p} = m\overrightarrow{a}.$$

$$m\overrightarrow{g} = m\overrightarrow{a} \Rightarrow \overrightarrow{a} = \overrightarrow{g} = Cst$$



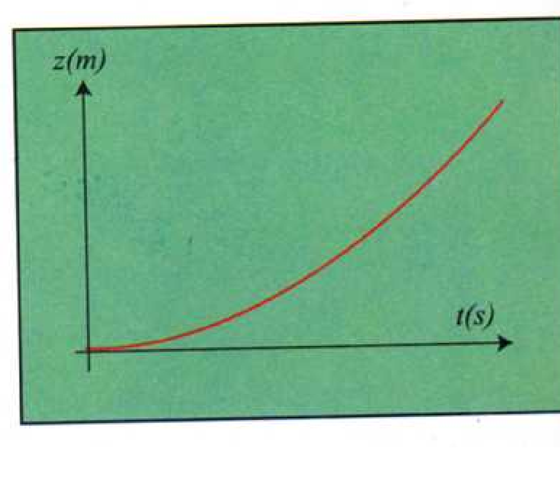
طبيعة حركة السقوط هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام (متسارعة بانتظام) يخضع الجسم الصلب لتأثير ثقله فقط لأن التسارع ثابت وموجب.



سقوط حقيقي   سقوط حر   تجربة السقوط الحر

معادلة السرعة : $v = g\,t$

المعادلة الزمنية للحركة : $z(t) = \frac{1}{2} g\,t^2$



القذف الشاقولي

معادلة السرعة : $v = -\,g\,t + v_0$

المعادلة الزمنية للحركة :

$$z(t) = -\,\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\,t + z_0$$

في حالة القذف الشاقولي بسرعة ابتدائية

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m\overrightarrow{a} \Rightarrow \overrightarrow{P} = m\overrightarrow{a}$$

وبالاسقاط نجد :

$$-\,mg = ma \Rightarrow a = -\,g = \text{ثابت سالب}$$

تكون حركة القذف الشاقولي مستقيمة متباطئة بانتظام ثم أثناء النزول تصير متسارعة بانتظام.

المعادلات الزمنية للحركة :

$$\begin{cases} a = -\,g \\ v(t) = -\,g\,t + v_0 \\ z(t) = -\,\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\,t + z_0 \end{cases}$$