الجمهوريّة الجزائريّة الدّيمقراطيّة الشّعبيّة

وزارة التّربية الوطنيّة

الرّياضيّات

3

السنة الثالثة من التّعليم المتوسط

منشورات الشهاب

الجمهوريّة الجزائريّة الدّيمقراطيّة الشّعبيّة
وزارة التّربية الوطنيّة

الرّياضيّات

السّنة الثّالثة من التّعليم المتوسّط

الإشراف التربوي
بلعباس مصطفى

شرابطة بلقاسم	مفتّش التّربية الوطنيّة
حمودي سليمان	مفتّش التّربية الوطنيّة
رابح بنّاني	مفتّش التّربية والتّكوين
موسعي بوزيد	مفتش التعليم المتوسط
بزاز البخاري	مفتش التعليم المتوسط
فرحان إبراهيم	مفتش التعليم المتوسط
رميل رضوان	مفتش التعليم المتوسط
جزولي عثمان	مفتش التعليم المتوسط
إيجعودان أحسن	أستاذ التعليم الثانوي مكوِّن
مريجة مولود	أستاذ التعليم الثانوي مكوِّن
قداري محمد	أستاذ التعليم الثانوي

منشورات الشهاب

مسؤول المشروع : خوجة الجلد سيد علي

الفريق التقني : حميتاش كاهينة / لعراب عبد الكريم / زواتي محمد أمين / خميسي مهدي / قينو فاتح

سي عبد الرحمان ناصرية / لعرابي محمد أمير / بجاوي رياض / جاب الله فاطمة الزهراء / سعيداني فريدة

© منشورات الشهاب، 2017.

ردمك : 978-9947-39-254-6

الإيداع القانوني : السداسي الثاني، 2017.

منشورات الشهاب، 10 نهج إبراهيم غرافة باب الواد - الجزائر 16009

site : www.chihab.com / e-mail : chihab.edition@gmail.com

أنجز طبعه على مطابع Chihab Print - باتنة - الجزائر

تقديم الكتاب

تمّ إنجاز هذا الكتاب ليكون وسيلة هامة تدعّم المساعي التي تهدف إليها مناهج الإصلاح في مادة الرياضيات للسنة الثّالثة من التعليم المتوسط، وتحقيق التحسينات المنتظرة في ممارسات القسم عموما، و في تحصيل التلاميذ في المادة خصوصا، فهو :

- منسجم مع متطلبات المنهاج و يحترم الاختيارات والتوجيهات البيداغوجية والتعليمية المقترحة فيه.
- مهيكل وفق تنظيم متكرّر في كلّ الأبواب يترجم تمشي التعلّم المختار.
- سهل الاستعمال سواء من قِبل التلميذ أو من قِبل الأستاذ.
- يحتوي على مسهّلات بيداغوجية وتقنية ورسومات وصور توضيحية.

يرتكز تمشّي التعلّم المقترح في هذا الكتاب على محطات أساسية، تتيح للتلميذ فرص المشاركة في بناء تعلّماته، وللأستاذ هامشا واسعا للتصرّف. يتمثّل هذا التمشّي في :

- التهيئة من خلال معرفة التعلّمات المنتظرة والإشارة إلى أبعاد أخرى للموضوع مثل تطوّر المفهوم وعلاقته بالواقع.
- استحضار المكتسبات القبلية.
- اكتشاف وبناء التعلّمات من خلال أنشطة ينجزها التلميذ في القسم تحت إشراف الأستاذ.
- التأسيس للموارد المعرفية والمنهجية.
- التمرّن : تمارين تطبيقية لإرساء الموارد.
- التقويم الذاتي.
- التعمّق : تمارين و مسائل لتوظيف الموارد و التدرب على البحث.
- تعلّم الإدماج : توظيف الموارد في وضعيات ذات دلالة.
- التدرّب على استعمال وإدماج التكنولوجيات الجديدة.

نأمل أن يكون هذا الكتاب سندا فعّالا للتّلميذ و الأستاذ

المؤلّفون

استعمال الكتاب

تقديم الباب

- ذكر التّعلّمات المستهدفة.
- صورة مجسّدة للموضوع.
- عناصر من تاريخ الرّياضيّات أو من علاقتها بالواقع.
- مشكلة متعلّقة بالموضوع (تحدّي).

أنشطة

وضعيّات تعلّميّة مختارة و محفّزة لإرساء موارد.

- تعزيز المكتسبات القبليّة.
- إدخال مفاهيم جديدة.
- التّدرّب على البحث، التّبليغ و التّبرير.
- إرساء قيم.

معارف

تقديم الموارد المستهدفة في المنهاج : تعابير، خواص، قواعد مجسّدة.

أوظّف تعلّماتي

تمارين متنوّعة للتّطبيق أو التّحويل.

أتعمّق

تمارين ومشكلات متنوّعة للتّعمّق والبحث والتّبليغ.

أوظّف تكنولوجيّات الإعلام و الاتّصال

نشاطات للتّدرّب على استعمال تكنولوجيّات الإعلام والاتّصال الجديدة وإدماجها في تعلّمات الرّياضيّات.

أستعد

الهدف هو التّشخيص واستحضار بعض المكتسبات الّتي لها صلة بالموضوع.

طرائق

وضعيّات مقترحة على المتعلّ تهدف إلى توظيف المعارف.

أؤكّد تعلّماتي

التقويم الذاتي للمكتسبات والمعارف.

أدمج تعلّماتي

وضعيّات مركّبة لتعلّم التّجنيد المدمج للموارد وتطوير قدرات البحث والتّبرير والتّبليغ في سياقات تسمح بإرساء قيَم ومواقف.

الفهـرس

محتويات الكتاب		الصفحة
تقديم الكتاب		3
استعمال الكتاب		4
أنشطة عددية	1 - الأعداد النسبية	6
	2 - العمليات على الكسور والأعداد الناطقة	22
	3 - القوى ذات أسس نسبية صحيحة	38
	4 - الحساب الحرفي	54
	5 - المساويات - المتباينات - المعادلات	70
الدوال وتنظيم المعطيات	6 - التناسبية	86
	7 - تنظيم معطيات	102
أنشطة هندسية	8 - البرهان في الرياضيات	118
	9 - المثلّثات	128
	10 - المثلث القائم و الدائرة	150
	11 - خاصية فيتاغورس، جيب تمام زاوية	166
	12 - الانسحاب	182
	13 - الهرم و مخروط الدوران	198
معجم المصطلحات		214

1 الأعداد النسبية

سأتعلّم في هذا الباب

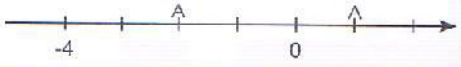
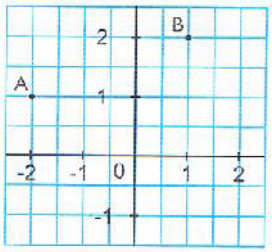
1. **حساب جداء عددين نسبيين.**
   - قاعدة الإشارات.
   - حساب جداء عددين نسبيين.
   - ضرب عدد نسبي في (1-).
   - دور ومعنى الإشارة (-).
   - حساب جداء عدة أعداد نسبية.
2. **مربع عدد نسبي.**
   - حساب حاصل قسمة عددين نسبيين.
   - قاعدة الإشارات.
   - حساب حاصل قسمة.
   - تنظيم وتبسيط حساب.

تحدّي

جمعنا 2017 عددا نسبيًا كلها متساوية فوجدنا المجموع يساوي 2017- ، ماذا يساوي جداء كل الأعداد ؟

أوجد كل حالات تفكيك العدد 36- إلى جداء أعداد صحيحة نسبيّة.

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.

الأسئلة	الإجابات (1)	(2)	(3)
1. فاصلة النقطة A على المستقيم المدرّج 	+2	-2	-1
2. في المَعلَم المقابل فاصلة النقطة A هي: 	-3	+1	-2
3. إحداثيا A هما:	(2;- 1)	(-2;- 1)	(-2;1)
4. إحداثيا B هما:	(-2;- 1)	(2;1)	(1;2)
5. درجة الحرارة الأكثر انخفاضا هي:	-12°C	-15°C	-9°C
6. أكبر عدد نسبي في القائمة التالية هو: -8,5;- 7;- 7,5;- 8;- 7,2	-7,5	-8,5	-7
7. في إحدى ليالي الشتاء تغيرت درجة الحرارة من -2°C إلى -10°C. نقول إنها:....	ارتفعت بـ 8°C	انخفضت بـ 12°C	انخفضت بـ 8°C
8. على مستقيم مدرّج من اليمين إلى اليسار، موقع العدد 2,1-...	على يمين 0	على يمين -2,15	على يمين -2,05
9. النقطتان A(-3 ; 5) و B(3 ; -5) متناظرتان بالنسبة إلى ...	محور الفواصل	محور التراتيب	مبدإ المَعلَم
10. درجة الحرارة في المطبخ 29°C وفي المجمدة -18°C ، الفارق بين درجتي الحرارة هو:	11°C	47°C	18°C
11. (-4)-(-3) يساوي	(-3)+(+4)	(-3)-(+4)	(-3)+(-4)
12. 13+7-9+5-يساوي....	-12+22	9-12+13	9-12-13
13. يمكن كتابة (-5)+(-3) على الشكل:	-3+ (-5)	-3-5	-3+5
14. (-6)+(-5) يساوي....	-11	-1	11
15. (11 - 8) - 7 يساوي.....	7-8-11	1-11	7-(-3)

1 جداء عددين نسبيين

لسقي أشجار مزرعته، أراد فلاح حفر بئر فلجأ إلى خبير في حفر الآبار الذي أجرى دراسة لباطن الأرض ليستكشف العمق الذي يصل فيه إلى الماء.

بعد دراسة أولية، قال له الخبير يجب عليك النزول إلى عمق 6m، لكن بعد الحفر تبيّن أنّ الماء مازال عميقا، فقرر الفلاح استشارة خبير ثان، فكانت نتيجة الدراسة أنه لكي يتدفق الماء بغزارة يجب عليه أن يحفر 3 أضعاف العمق الذي وصل إليه في المرة الأولى.

(نصطلح على التعبير عن العمق بعدد سالب و بالتالي عمق 6m نكتبه -6m)

في هذه المرحلة الثانية توصّل الفلاح إلى ما يريد.

1) ما هو العمق الذي وصل إليه حتى تدفق الماء؟

2) أعط كتابتين ممكنتين تسمحان لك بالتوصل إلى النتيجة السابقة.

3) ما هي القاعدة التي تسمح لك بحساب جداء عددين نسبيين مختلفين في الإشارة ؟

2 جداء عدد سالب في عدد موجب

للنزول إلى الميترو، يستعمل المسافرون السُلَّم الميكانيكي للمحطة الذي يتكون من 90 درجة علو الواحدة منها 28,5cm.

أراد أمين حساب العمق الذي يصل إليه حتى يركب الميترو فكتب: $\underbrace{(-28,5)+(-28,5)+\ldots+(-28,5)}_{\text{90 حدا}}$

لاكتشاف طريقة تسمح لك بحساب هذا المجموع، نعتبر العبارة: $E=(-3)+(-3)+(-3)+(-3)$

1) احسب قيمة E؟

بالعودة إلى معنى عملية الضرب، نَعلَم أن: 7+7+7 هو مجموع 3 حدود كل منها يساوي 7 ويمكننا كتابة هذا المجموع على شكل جداء 3×7 ، و نقرأ « 7 في 3 ».

2) اكتب E على شكل جداء.

3) اكتب كل واحدة من العبارات التالية على شكل مجموع ثم احسبها.

$A=(-5)\times 4$ ، $B=(-13)\times 6$ ، $C=(-8)\times 9$ ، $D=(-7,5)\times 7$

4) خمن طريقة تسمح لك بحساب جداء عدد سالب في عدد موجب.

5) احسب: $90\times(-28,5)$ ماذا تستنتج؟

أنشطة

3 تبرير جداء عددين نسبيين

1) احسب: $(2,1)\times(-4,5)$.

نعتبر العبارة: $S = 4,5\times 2,1+(-4,5)\times 2,1$.

أ) باستعمال خاصية توزيع الضرب على الجمع، اكتب العبارة S على شكل جداء أحد عامليه هو العدد 2,1 ثم احسب S.

ب) ماذا يمكن أن تستنتج بخصوص العددين: $4,5\times 2,1$ و $(-4,5)\times 2,1$؟

جـ) استنتج قيمة $(-4,5)\times 2,1$.

2) احسب الجداء $(-7)\times(-9)$.

أ) استعمل النشاط 2 لحساب الجداء: $(-7)\times 4$

ب) أكمل حساب جداءات الجدول المقابل.

$(-7)\times 5 = \ldots$
$(-7)\times 4 = \ldots$
$(-7)\times 3 = \ldots$
$(-7)\times 2 = \ldots$
$(-7)\times 1 = \ldots$
$(-7)\times 0 = \ldots$

3) حساب $(-1,5)\times(-0,6)$.

نعتبر العبارة: $A = (-1,5)\times 0,6+(-1,5)\times(-0,6)$.

استعمل الطريقة التي استعملت في الجزء 1 لحساب $(-1,5)\times(-0,6)$.

4 حاصل قسمة أعداد نسبية

نَعلَم أنّ $20 = 5\times 4$ معناه : $20\div 5 = 4$ و $20\div 4 = 5$.

1) أكمل ملء الفراغ بالعدد الناقص المناسب لكل واحدة من العمليات التالية:

أ) $32 = \ldots\times 4$ ، $60 = \ldots\times(-5)$، $(-28) = \ldots\times 7$، $(-42) = (-3)\times\ldots$

ب) اكتب كل واحد من هذه الأعداد الناقصة على شكل كسر.

2) ماذا تلاحظ عن قسمة عددين نسبيين؟

3) نعتبر العبارة: $Q = \dfrac{(-3)\times(-5)\times 2\times(-1)}{(-1)\times 8\times 5\times(-5)}$.

أ) ما هي إشارة بسط العبارة Q؟ وما هي إشارة المقام؟

ب) استنتج إشارة العبارة Q.

معارف

1 ضرب الأعداد النسبية

• قاعدة الإشارات

• جداء عددين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد نسبي موجب.
• جداء عددين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد نسبي سالب.

مثال
1) للعددين نفس الإشارة.
$3 \times 7 = 21$ ، $(-2) \times (-6) = 12$
2) للعددين إشاراتان مختلفتان.
$4 \times (-6) = -24$ ، $(-2,4) \times 5 = -12$

• حساب جداء عددين نسبيين

قاعدة: لحساب جداء عددين نسبيين:
1) نطبق قاعدة الإشارات.
2) نضرب المسافتين إلى الصفر فيما بينهما.
حالة خاصة: من أجل كل عدد نسبي A لدينا:
$a \times 0 = 0$ و $0 \times a = 0$.

أمثلة
1) $(-10) \times (-3,8) = 38$ ، $3 \times 7 = 21$ للعددين نفس الإشارة، إذن، الجداء موجب.
2) $(-6) \times 3,4 = -20,4$ ، $13 \times -4 = -52$ العددان مختلفان في الإشارة إذن، الجداء سالب.
$-3 \times 0 = 0$. (جداء أيّ عدد في 0 يساوي 0).

• ضرب عدد نسبي في (-1)

خاصية: جداء عدد نسبي a في -1 يعطي نظير العدد a.
$a \times (-1) = -a$ و $(-1) \times a = -a$
ملاحظة: يمكن أن يكون $-a$ سالبا كما يمكن أن يكون موجبا.

أمثلة
1) $6 \times (-1) = -6$.
2) $(-4,2) \times (-1) = 4,2$.
• إذا كان $a = -5$ فإن $-a = 5$
• و إذا كان $a = 8$ فإن $-a = -8$

• دور ومعنى الإشارة (-)

يمكن أن يكون للإشارة (-) عدة معان مختلفة وبالتالي تلعب أدوارا مختلفة في الحساب.
الإشارة (-) يمكن أن تكون:
• رمزا لعملية الطرح
• إشارة لعدد نسبي سالب
• الإشارة التي تعيّن نظير عدد نسبي.

أمثلة
1) $9 - 13$
2) -4
3) $-a$ هو نظير a.

• جداء عدة أعداد نسبية

خاصية: جداء عدة أعداد نسبية يكون:
• موجبا إذا كان عدد العوامل السالبة في الجداء زوجيا.
• سالبا إذا كان عدد العوامل السالبة في الجداء فرديا.

أمثلة
1) $3,2 \times (-5) \times 4 \times (-2,5) \times (-2) = -320$
عدد العوامل السالبة هو 3 وهو عدد فردي، إذن الجداء سالب.
2) $3 \times (-2,3) \times (-1,5) \times (-2) \times (-4) = 82,8$
عدد العوامل السالبة هو 4 وهو عدد زوجي، إذن الجداء موجب.

• مربع عدد نسبي

قاعدة: مربع عدد نسبي هو عدد موجب دوما.

أمثلة
1) $(+1,2)^2 = 1,2 \times 1,2 = 1,44$
2) $(-1,2)^2 = (-1,2) \times (-1,2) = +1,44$

طرائق

• ضرب الأعداد النسبية

تمرين 1 : احسب: $A = -3 \times 7$

حـل: لدينا: $A = -3 \times 7 = -(3 \times 7) = -21$

تمرين 2 : احسب: $B = -6 \times (-3,5)$

حـل: لدينا: $B = -6 \times (-3,5) = 6 \times 3,5 = 21$

تمرين 3 : ما هي إشارة الجداء:

$P = (-2) \times 0,3 \times (-21) \times 6 \times (-11)$ ؟

حـل: عدد العوامل السالبة 3، وهو عدد فردي، وعليه يكون الجداء سالبا.

$P = -(2 \times 0,3 \times 21 \times 6 \times 11) = -831,6$

تعاليـــق

- الجداء سالب لأن العددين مختلفان في الإشارة.
- الجداء موجب لأن للعددين نفس الإشارة.
- هناك 5 عوامل، 3 منها سالبة. وبالتالي الجداء سالب.
- بعد تعيين الإشارة نقوم بضرب العوامل في بعضها.

طريقة

لضرب عددين نسبيين:

- نلاحظ إشارتي العاملين ثم نطبق قاعدة الإشارات.
- نضرب المسافتين إلى الصفر ببعضهما.
- يكون الجداء موجبا إذا كان للعددين نفس الإشارة. ويكون سالبا إذا كانا مختلفين في الإشارة.

• حساب جداء عدة عوامل

تمرين : احسب الجدائين:

$A = (+3) \times (-7) \times (-0,5) \times (-8)$

$B = 13 \times (-5) \times (-1) \times (-3) \times (-2)$

حـل:

$A = (+3) \times (-7) \times (-0,5) \times (-8)$

$= -84$

$B = 13 \times (-5) \times (-1) \times (-3) \times (-2)$

$= +390$

تعاليـــق

- نتأكد في البداية أنه لا توجد إلا جداءات.
- نقوم بِعَدِّ الإشارات (-) في الجداء.
- في العبارة A توجد 3 عوامل سالبة، وهو عدد فردي. إذن، فالعدد A سالب.
- نحسب جداء كل المسافات إلى الصفر فنجد: $3 \times 7 \times 0,5 \times 8 = 84$.
- في العبارة B توجد 4 عوامل سالبة، وهو عدد زوجي، إذن، فالعدد B موجب.
- نحسب جداء كل المسافات إلى الصفر فنجد: $13 \times 5 \times 1 \times 3 \times 2 = 390$

طريقة

لحساب جداء عدة عوامل، نَعُدُّ العوامل السالبة، إذا كان عددها فرديا يكون الجداء سالبا و إذا كان عددها زوجيا يكون الجداء موجبا.

حالات خاصة

تمرين : احسب الجداءات التالية:

$A = 3 \times (-1)$ ، $B = (-1) \times (-4)$ ، $C = 3 \times 0$

حـل: $A = 3 \times (-1) = -3$ ،

$B = (-1) \times (-4) = 4$ ، $C = 3 \times 0 = 0$

تعاليـــق

- جداء أي عدد نسبي في (-1) يعطي نظير هذا العدد.
- جداء أي عدد نسبي في 0 يعطي 0.

دوري الآن

ما هي إشارة الجداء في كل حالة مما يلي؟

أ) $P = \underbrace{(-2) \times (-2) \times \ldots \times (-2)}_{85 \text{ عامل}}$ ؛ ب) $B = 3 \times (-5) \times 5 \times (-5) \times 5 \times (-5) \times (-5)$

• توزيع الضرب على الجمع أو الطرح

خواص

إذا كانت a ، b ، K أعدادا نسبية فإنّ:

• $k(a+b) = ka + kb$ ؛ $k(a-b) = ka - kb$ •

• $ka + kb = k(a+b)$ ؛ $ka - kb = k(a-b)$ •

أمثلة

• $-7(a+2) = -7a - 14$

• $5b - 12b = (5-12)b = -7b$

• $2(a-b) = 2a - 2b$

• $(-3)\times a + (-3)\times b = (-3)(a+b)$

2 حاصل قسمة عددين نسبيين

قاعدة الإشارات

• حاصل قسمة عددين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب.

• حاصل قسمة عددين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد سالب.

انتبه ! حاصل قسمة عددين سالبين هو عدد موجب.

ملاحظة: a و b عددان نسبيان، حيث $b \neq 0$.

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

أمثلة

1) احسب: $6 \div (-3)$

المقسوم والمقسوم عليه مختلفان في الإشارة، إذن حاصل القسمة سالب.

ننجز عملية قسمة المسافتين إلى الصفر:

$6 \div 3 = 2$ إذن: $6 \div (-3) = -2$

2) احسب $\frac{-27}{-9}$. البسط والمقام لهما نفس الإشارة، إذن حاصل القسمة موجب.

ننجز عملية قسمة المسافتين إلى الصفر:

$\frac{27}{9} = 3$ إذن: $\frac{-27}{-9} = 3$

• حساب حاصل القسمة

a و b عددان نسبيان، حيث $b \neq 0$.

حاصل قسمة العدد النسبي a على العدد النسبي غير المعدوم b هو العدد $\frac{a}{b}$ الذي يحقق: $\frac{a}{b} \times b = a$.

أمثلة

1) $\frac{-5}{6} \times 6 = -5$ ، حاصل قسمة -5 على 6 هو $\frac{-5}{6}$.

2) $\frac{3}{-7} \times (-7) = 3$ ، حاصل قسمة 3 على -7 هو $\frac{3}{-7}$.

• تنظيم وتبسيط حساب

لإنجاز سلسلة حسابات على الأعداد النسبية بالعمليات الأربع أراعي ما يلي:

• احترام قواعد الأولوية التي تعلمتها في السنة الثانية.

• أطبق قواعد جمع وطرح الأعداد النسبية بطريقة صحيحة.

• أطبق القواعد الجديدة حول ضرب وقسمة الأعداد النسبية.

مثال

حساب $A = 3 - (2 \times (-5) + 8)$.

حل: نعيّن داخل الأقواس الحسابات التي لها أولوية.

داخل الأقواس نحترم أولوية العمليات ونبدأ بالضرب.

$$\begin{aligned} A &= 3 - (2 \times (-5) + 8) \\ &= 3 - (-2 \times 5 + 8) \\ &= 3 - (-10 + 8) \\ &= 3 - (-2) \\ &= 3 + 2 = +5 \end{aligned}$$

طرائق

• تنظيم وتبسيط حساب

تمرين : احسب الجداء التالي:

$P = (-4) \times 0,07 \times (-25) \times (-12) \times 3 \times (-2)$

حـل

$P = 4 \times 0,07 \times 25 \times 12 \times 3 \times 2$

$P = 4 \times 25 \times 0,07 \times 12 \times 6$

$P = 100 \times 0,07 \times 72$

$P = 7 \times 72 = 504$

تعاليـــق

- لدينا 6 عوامل 4 منها سالبة وبالتالي فإنّ الجداء P عدد موجب.
- نقوم بضرب المسافات إلى الصفر.

طريقـة

لحساب جداء أعداد نسبية يمكننا تغيير ترتيب العوامل دون أن يتغير الجداء.

• تعيين إشارة حاصل قسمة

تمرين : عيّن إشارة حاصل القسمة في كل حالة:

$\frac{17}{4}$ ، $\frac{-3}{7}$ ، $\frac{5}{-9}$ ، $\frac{-38}{-23}$.

حـل

- 17 و4 موجبان إذن $\frac{17}{4}$ موجب.
- 3- و7 مختلفان في الإشارة إذن $\frac{-3}{7}$ سالب.
- 5 و9- مختلفان في الإشارة إذن $\frac{5}{-9}$ سالب.
- 38- و23- سالبان إذن $\frac{-38}{-23}$ موجب.

تعاليـــق

- في كل حالة من الحالات المقابلة نلاحظ إشارتي البسط والمقام.
- إذا كان لهما نفس الإشارة، فإن حاصل القسمة موجب.
- إذا كانا مختلفين في الإشارة، فحاصل القسمة سالب.

ملاحظة: حاصل القسمة يمكن أن يكون عددا غير عشري.

مثال: $\frac{-3}{7}$ ، $\frac{5}{-9}$.

طريقـة

تعيين إشارة حاصل قسمة عددين نسبيين.

- إذا كان للعددين نفس الإشارة فإنّ حاصل القسمة موجب.
- إذا كان للعددين إشارتان مختلفتان فإن حاصل القسمة سالب.

• حساب حاصل القسمة

تمرين : احسب: $A = -63 \div 7$ ؛ $B = -54 \div (-6)$.

حـل: 1) حساب: $A = -63 \div 7$.

لدينا: A سالب و $63 \div 7 = 9$ ومنه $A = -9$.

2) حساب: $B = -54 \div (-6)$.

لدينا: B موجب $54 \div 6 = 9$ ومنه $B = 9$.

تعاليـــق

- (63-) و7 مختلفان في الإشارة وبالتالي فحاصل القسمة سالب.

حاصل قسمة المسافتين إلى الصفر هو $63 \div 7 = 9$

- 54- و6- سالبان وبالتالي حاصل القسمة موجب.

حاصل قسمة المسافتين إلى الصفر هو $54 \div 6 = 9$

قاعدة

لقسمة عدد نسبي على عدد نسبي غير معدوم

1) نحدد إشارة حاصل القسمة باستعمال قاعدة الإشارات.

2) نجري عملية قسمة المسافتين إلى الصفر.

دوري الآن

1. • ما هي إشارة كل من : $\frac{-a}{-b}$ ؛ $\frac{a}{-b}$ ؛ $\frac{-a}{b}$ ؛ $\frac{a}{b}$

2. • احسب: $A = -0,239 \div 100$

$B = +0,239 \div (-0,0001)$

أوظّف تعلّماتي

ضرب الأعداد النسبية

1 احسب ما يلي:

أ) $(+10)\times(-3)$ ، ب) $(-5)\times(+5)$

جـ) $(+4)\times(-6)$ ، د) $(+3)\times(-12)$

هـ) $(-10)\times(+5)$ ، و) $(-8)\times(-9)$

2 احسب ما يلي:

أ) $(+4)\times(-2,5)$ ؛ ب) $(-4)\times(+6,5)$

جـ) $(-10)\times(-3,25)$ ؛ د) $(+0,1)\times(+8,6)$

هـ) $(+100)\times(-7,8)$ ؛ و) $(+5,25)\times(-10)$.

3 احسب ما يلي:

أ) $(+8)\times 7-$ ، ب) $4\times(-16)$

جـ) $6\times(-15)$ ، د) $(-9)\times(-7)$

هـ) $(+8)\times 3,5-$ ، و) $3,3\times(-100)$.

4 احسب ما يلي:

أ) 6×8 ، ب) $-0,2\times(-14)$

جـ) $(-8)\times 3-$ ، د) $3,5\times(-0,1)$

هـ) $(-10,02)\times 7-$ ، و) $-14\times(-3,5)$.

5 احسب الجداءات التالية :

أ) $(-3)\times(-3)\times(-4)\times(-4)$

ب) $(-0,1)\times(-0,38)$

جـ) $0,05\times(-2,5)\times 20\times(-4)$

د) $(-2)\times 17\times(-0,5)$.

6 اربط بين النتائج المتساوية

$20\times(-1)$	$(0,2)\times(+6)$
$-1,5\times(-2)$	$-12\times(-10)$
$(-12)\times(-0,1)$	$(+4)\times(-5)$
$(-20)\times(-6)$	$(+6)\times(+0,5)$

7 في القائمة التالية، احسب الجداءات الموجبة.

أ) $(+10)\times(-2)$ ، ب) $(-2)\times(-10)$

جـ) $10\times(-35)$ ، د) $2,5\times(+100)$

هـ) $(-6)\times(-2)$ ، و) $(+4)\times(-3)$

8 فيما يلي، احسب الجداءات السالبة فقط.

أ) $(-3)\times 0,5$ ، ب) $(-0,6)\times(-4,2)$

جـ) $4\times(-3)$ ، د) $(+10)\times(-45)$

هـ) $(-0,5)\times(-0,5)$ ، و) $(+8)\times(-125)$

9 عيّن إشارة كل من الجداءات التالية، ثم أنجز الحساب.

أ) $(-9)\times(-9)$

ب) $(-9)\times(-6)\times(-3)$

جـ) $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$

د) $(-5)\times(-4)\times(-3)\times(-2)\times(-1)$.

10 عيّن إشارة كل من الجداءات التالية، ثم أنجز الحساب.

أ) $A=6\times(-2)\times 4\times(-1)\times(-3)$

ب) $B=-5\times(-3)\times(-7)\times 4\times(-0,5)$

جـ) $C=5\times(-3)\times 0,8\times(-9)\times(-11)$

د) $D=-1\times(+2)\times(-3)\times 6\times(-8)$

هـ) $E=(-2)\times(-5)\times(-1)\times 4\times(-9)$

أوظّف تعلّماتي

11 أنجز الجداءات التالية.

أ) $A=(-1)\times 2\times(-3)\times 4\times(-5)$

ب) $B=-1\times(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$

جـ) $C=1\times 2\times(-3)\times(-4)\times 5$

د) $D=1\times(-2)\times 3\times(-4)\times 5$.

12 أكمل ملء الفراغات بما يناسب.

أ) $(-2)\times\ldots\times 4\times(-5)\times 6=-720$

ب) $2\times(-3)\times 4\times\ldots\times(-6)=720$

جـ) $\ldots\times(-3)\times 4\times 5\times(-6)=-720$

13 جِد إشارة كلّ من الجداءات التالية

أ) $A=(-1)\times(-2)\times(-3)\times\ldots\times(-15)$

ب) $B=(-38)\times(-39)\times(-40)\times\ldots\times(-110)$

جـ) $C=(-25)\times(-24)\times(-23)\times\ldots\times(-1)$

د) $D=(-20)\times(-19)\times(-18)\times\ldots\times(-10)$

14 احسب الجداءات التالية

أ) $A=(-0,5)\times 19\times(-2)$

ب) $B=(-0,1)\times(-0,1)\times(-0,1)\times(-0,1)\times(-0,1)$

جـ) $C=0,05\times(-2,5)\times(20)\times(-4)$

د) $D=(-6)\times(-6)\times(-2)\times(-2)$

15 في كل حالة، اكتب مكان □ العدد الذي به تتحقق المساواة.

أ) $-24=\square\times(-6)$ ، ب) $\square\times(-5)=(+40)$

جـ) $-2=\square\times(-5)$ ، د) $7,5=\square\times(-2,5)$

هـ) $10=\square\times(-4)$ ، و) $12=\square\times(-0,5)$

16 أكمل بالعدد المناسب

أ) $20=\square\times(-4)$ ، ب) $-39=\square\times(-13)$

جـ) $-42=\square\times(-7)$ ، د) $121=\square\times(-11)$

هـ) $-99=\square\times(-3)$ ، و) $29=\square\times(-2,9)$

17 جِد عددين نسبيين جداؤهما:

أ) 32 ، ب) 28- ، جـ) 0,25- ، د) 4,9.

18 دون أيّ حساب، أعط إشارة النتيجة في كل عبارة مما يلي:

أ) $A=(-6)\times(-10)\times(+1,8)\times(-2)$

ب) $B=(-4,5)\times(-2)\times(+5,5)\times(-1)\times(-8)$

جـ) $C=(+2,2)\times(-0,6)\times(+8)\times(-2)\times(-4)$

19 أ) احسب الجداء: $0,2\times 7,5$.

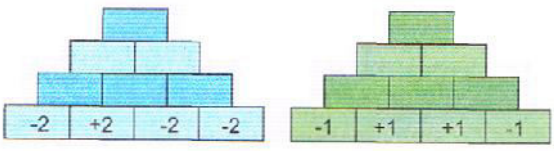
ب) أنجز الجداءات التالية:

$A=7,5\times(-0,2)$ ، $B=(-0,2)\times(-7,5)$

$C=(-75)\times(+0,2)$ ، $D=(-7,5)\times(-20)$

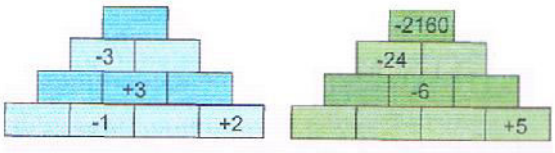
20 أهرامات الأعداد

انقل ثم أكمل ملء خانات « الهرم» في كل حالة، علما أن محتوى الخانة يساوي جداء ما في الخانتين اللتين تحتها.



21

انقل ثم أكمل ملء خانات « الهرم» في كل حالة، علما أن محتوى الخانة يساوي جداء ما في الخانتين اللتين تحتها.



22 في كل حالة مما يلي، عيّن إشارة حاصل القسمة، دون حساب.

أ) $(-8)\div(-3)$ ، ب) $(-5)\div(-4)$

جـ) $(-2)\div(+1)$ ، د) $(+5,2)\div(-3,5)$

23 فيما يلي، انقل كل حاصل قسمة موجب.

أ) $\frac{-9}{+3}$ ، ب) $\frac{-3}{+7}$ ، جـ) $\frac{5}{-2}$ ، د) $\frac{+4}{-10}$.

24 احسب ما يلي:

أ) $(+4)\div(-80)$ ، ب) $(-6)\div(-72)$

جـ) $(-5)\div(-32)$ ، د) $(-5)\div(-21)$.

25 احسب ما يلي:

أ) $(-4)\div(-8)$ ، ب) $(+10)\div(-5)$.

جـ) $(-3)\div(-15)$ ، د) $(-5)\div 20$.

هـ) $(-9)\div(-45)$ ، و) $(+8)\div(-72)$.

26 احسب ما يلي:

أ) $11\div(-121)$ ، ب) $(-7)\div(-56)$

جـ) $(+12)\div(-72)$ ، د) $(-2,5)\div(+48)$.

هـ) $(-0,1)\div(+16)$ ، و) $(-5)\div 16$.

27 أكمل ملء الفراغ بالعدد المناسب.

أ) $-9 = \ldots\div(-72)$ ، ب) $+5 = (-7)\div\ldots$

جـ) $(-3)\div\ldots = (+12)$ ، د) $+3 = \ldots\div(-15)$.

28 اربط بين النتائج المتساوية

$(+1)\times(-1)$	$(-10)\div(-12)$
$(-3)\div(30)$	$(+1)\div(-1)$
$(-12)\times(-0,1)$	$(-0,2)\div(+2)$

29 أكمل المتساويات بالإشارة المناسبة

أ) $-3\times(+8) = (?24)$

ب) $5\times(-5) = (?25)$

جـ) $(+13)\times(?3) = -39$

د) $(?9)\times -6 = -54$.

30 أكمل ملء الفراغ بما يحقق المساواة.

أ) $(+8) = \ldots\div(+48)$ ، ب) $(-1,6)\times\ldots = (+1)$

جـ) $(-5)\times\ldots = 15$ ، د) $2,5 = \ldots\times(-7,5)$

هـ) $4 = \ldots\div(-10)$ ، و) $(-0,5) = \ldots\times(-12)$

31 أوجد عددين نسبيين حاصل القسمة بينهما:

أ) -2 ، ب) 10 ، جـ) $-0,5$ ، د) 1.

32 على مستقيم مدرّج، عيّن:

أ) باللون الأحمر، نظير -7.

ب) بالأخضر، جداء -3 في 6.

جـ) بالأزرق، حاصل قسمة -15 على 3.

د) بالأسود، مربع -2.

33 أولوية العمليات

احسب ما يلي:

$A = -1,7\times(-2-8)\times -0,5$

$B = 4\times(1-10,5)+4,7$

$C = ((12-(1+8\times 2))\div(7-12)$

$D = -20+((-3)\times(-7-3)-16)$

34 أوجد مضاعف 6 الذي:

أ) يسبق: 12 ، -6 ، 120 ، -42.

ب) يلي: 18 ، -30 ، 48 ، -54.

	جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.	عند الحاجة أعود إلى الصفحة :
1	$(-3)\times(-7)$ يساوي ... أ) 10- ؛ ب) 21- ؛ جـ) 10 ؛ د) 21	10 و 11
2	$3\times(-4)$ يساوي ... أ) 1 ؛ ب) 12- ؛ جـ) 7- ؛ د) 12	10 و 11
3	$(-4)\times 4$ يساوي... أ) 0 ؛ ب) 8- ؛ جـ) 16- ؛ د) 16	10 و 11
4	$(-3,2)\times 8,1$ يساوي... أ) 92 ، 25 ؛ ب) 4,9 ؛ جـ) 25,92- ؛ د) 4,9-	10 و 11
5	جداء نظير 6 في نظير 7 يساوي... أ) 42 ؛ ب) 42- ؛ جـ) 1- ؛ د) $\frac{6}{-7}$	10
6	من أجل كلّ عدد نسبي a، العدد a- هو: أ) عدد سالب ؛ ب) نظير العدد a جـ) عدد سالب أو موجب حسب إشارة a ؛ د) يساوي $a\times(-1)$	10
7	جداء 116 عاملا كلها تساوي (1-) هو:... أ) 116- ؛ ب) 0 ؛ جـ) 1- ؛ د) 1	11 و 13
8	$(-5)\div(-25)$ يساوي... أ) 5 ؛ ب) 5- ؛ جـ) 20- ؛ د) 20	12 و 13
9	إذا كان x عددا نسبيا يحقق: $-10=(-3)\times x$ فإنّ: أ) $x=-7$ ؛ ب) 3,33 ؛ جـ) $\frac{10}{3}$ ؛ د) $\frac{-10}{3}$	12 و 13
10	a عدد نسبي سالب، إذن... أ) a^2 سالب ؛ ب) $-a^2$ سالب ؛ جـ) $(-a)^2$ سالب ؛ د) $\frac{a}{-a}$ سالب	10 و 12
11	$(-4)\div 11$ يُكتب على الشكل:... أ) $\frac{11}{-4}$ ؛ ب) $-\frac{11}{4}$ ؛ جـ) 2,75- ؛ د) $\frac{11}{4}$	12 و 13
12	$3\times(-4,7)-13\times 4,7$ يُكتب على الشكل :... أ) $(3-13)\times(-4,7)$ ؛ ب) $3\times 13\times 4,7-$ جـ) $10\times(-4,7)$ ؛ د) $(-10)\times(-4,7)$	12 و 13

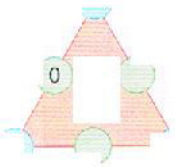
أتعمّـــق

35 جِد ثلاثة أعداد نسبية جداؤها يساوي:
أ) 72- ، ب) 84 ، جـ) 1- ، د) 0,08-.

36 أكمل الجمل التالية:
أ) 39- هو نصف ...
ب) 39- هو ثلاثة أمثال ...
جـ) 39- هو نظير....

37 أعداد مختارة
أ) أعط عددين نسبيين جداؤهما موجب ومجموعهما سالب.
ب) أعط عددين نسبيين جداؤهما سالب ومجموعهما موجب.
جـ) أعط عددين نسبيين جداؤهما موجب ومجموعهما موجب.
د) أعط عددين نسبيين جداؤهما سالب ومجموعهما سالب.

38 مثلث سحري
مجموع الأعداد على كل ضلع من أضلاع المثلث يساوي 2.



املأ الخانات الفارغة بالأعداد النسبية
(2-)، (1-)، 1، 2 و3.

39 إشارة جداء
عيّن إشارة جداء أعداد نسبية إذا علمت أنّ عدد العوامل السالبة هو ضِعف عدد العوامل الموجبة.

40 أقواس منسية
في كل حالة مما يلي، انقل العبارة ثم أكمل وَضْع الأقواس حتى تصبح المساواة محققة.
أ) $50 = 1 - 6 \times 4 - 14$.
ب) $-70 = 12 - 2 \times 8 \times 2 + 9-$.
جـ) $17 = 4,5 - 8,5 \times 2,5 - 27$.
د) $-16 = 2 \times 3 - 7 + 2,4 \times 25 - 15$.

41 إشارة
a هو جداء 24 عددا نسبيا كلها غير معدومة و 23 منها سالبة.
b هو جداء 13 عددا نسبيا كلها غير معدومة و 11 منها سالبة.
أعط، إن أمكن، إشارة كل من:
أ) $a \times b$ ؛ ب) $\frac{a}{b}$ ؛ جـ) a^2.
د) $a + b$ ؛ هـ) $a - b$.

42 برنامج حساب
إليك برنامَجَيْ حساب.

البرنامج A	البرنامج B
أختار عددا، أعيّن نظيره ثم أطرح 7	أختار عددا، أضربه في (1-) ثم أضيف (7-).

أ) طبّق كلا من البرنامجين على العدد 7,1 ثم على العدد 9,3-. ماذا تلاحظ؟
ب) هل الملاحظة السابقة صحيحة من أجل أي عدد نختاره؟ فسّر إجابتك.

43 صحيح أم خاطئ
اذكر إن كانت كل واحدة من العبارات التالية صحيحة أم خاطئة مبررا إجابتك.
أ) مضاعف عدد نسبي سالب هو بالضرورة عدد نسبي سالب.
ب) إذا كان مجموع عددين نسبيين معدوما فإن أحدهما نظير للآخر.
جـ) إذا ضربنا عددا نسبيا في آخَر فإنّ النتيجة هي بالضرورة عدد أكبر منهما.

44 أ) قال أيمن: «في جداء ثلاثة أعداد نسبية، إذا استبدلت كل عدد بنظيره، فإن الجداء المحصل عليه هو نظير الأول».
ما رأيك في مقولة أيمن؟ اشرح.
ب) هل الأمر كذلك بالنسبة إلى جداء أربعة أعداد نسبية؟ تحقق من ذلك.

أتعمّـــق

45 انتظامات

1) في كل حالة مما يلي، انقل المتتالية، لاحظ الانتظام ثم أكمل كتابة العدد الناقص.

أ) $-3;9;...;81;-243$.

ب) $192;-960;...;-24000;120000$.

جـ) $240;-48;...;-4;2;-2$

2) بيّن في كل حالة كيفية المرور من عدد إلى الذي يليه.

46 مربع سحري «ضربي»

1) ما هي القواعد التي تسمح لك بالحصول على مربع سحري «ضربي»؟

2) أنجز كل الحسابات اللازمة لتتأكد أن المربع التالي مربع سحري « ضربي».

-2	36	-3
9	6	4
-12	1	-18

47 أكمل ملء الخانات الفارغة لتحصل على مربع سحري « ضربي».

	1	
4	-10	52
5		-2

48 في كل حالة مما يلي، انقل ثم أكمل ملء الفراغ بالعدد المناسب.

أ) $-36 = ... \times (-3)$ ، ب) $-16 = 5 \times ...$

جـ) $3 = ... \times (-10)$ ، د) $-4 = 3 \times ...$

هـ) $11 = ... \times (-6)$ ، و) $-8 = ... \times (-9)$.

49 أنجز بطريقتين مختلفتين الحسابات التالية:

أ) $A = (-3) \times (5-7)$ ؛ ب) $B = 5 \times (-4-3)$

جـ) $C = (-3) \times (-7-2)$ ؛ د) $D = -3 \times ((-4)+(-2))$

50 متساويات عجيبة

① $1-1 = 9 \times ...$

② $2-11 = 9 \times ...$

③ $3-111 = 9 \times ...$

④ $4-1111 = 9 \times ...$

.

.

.

⑩ $10-1\,111\,111\,111 = 9 \times ...$

1) ما هي الأعداد الناقصة في المتساويات ① ، ② ، ③ ، ④ ، ⑩؟

2) دون إجراء أية حسابات إضافية، اكتب المتساويات: ⑤، ⑥، ⑦، ⑧، ⑨.

51 على مستقيم مدرّج

1) على مستقيم مدرّج، علّم النقط: A ، B ، C ، D ، E التي فواصلها على الترتيب: -5 ، -3,5 ، -0,5 ، 2 ، 4.

2) احسب فواصل النقط: A′ ، B′ ، C′ ، D′ ، E′ التي نحصل عليها بضرب فواصل النقط A ، B ، C ، D ، E في (-1).

علّم النقط A′ ، B′ ، C′ ، D′ ، E′.

على المستقيم المدرّج.

3) ما هي الملاحظة التي يمكن تسجيلها حول تموضع هذه النقط على المستقيم المدرّج؟

52 مخمّنة

- اختر عددا
- أضف له العدد الصحيح الذي يليه
- اضرب الناتج في (-2)
- أضف 2 إلى الناتج
- قسّم الناتج على (-4)

1) طبّق هذا البرنامج على الأعداد: 10، -5، -125 على التوالي.

ما هي المخمنة التي خرجت بها؟

2) هل يمكن إثبات هذه المخمنة؟

أدمج تعلّماتي

وضعية

باستعمال السندات 1 ، 2 ، 3 أدناه:

1) احسب السعة الحرارية بالدرجة سيلسوس على سطح القمر، ثم على سطح كل من الزهرة والمريخ.

2) أعط متوسط درجة الحرارة بالكلفن على سطح الزهرة.

3) أعط متوسط درجة الحرارة بالسيلسوس على سطح المريخ.

السند 1

- الكلفن وحدة لقياس درجة الحرارة، تُستعمل كثيرا من طرف الفيزيائيين، بينما نستعمل في حياتنا اليومية درجة السيلسوس.
- يتم المرور من درجة سيلسوس (°C) إلى درجة كلفن (K) بإضافة 273,15.
- السعة الحرارية هي الفارق بين درجتي حرارة، في مكان ما، وفي فترة معطاة.

السند 2: تأثير الغلاف الجوي

- يتكون الغلاف الجوي للقمر من طبقة غير سميكة، ويتسبب ذلك في سعة حرارية كبيرة بين وجهي القمر، إذ تبلغ هذه السعة مستويات قياسية:
- يمكن أن تنزل الحرارة إلى (-170°C) على الوجه المظلم، بينما يبلغ متوسط درجة الحرارة على الوجه المقابل للشمس حوالي (160°C).
- يُعتبر كوكب الزهرة الأكثر تأثرا بالاحتباس الحراري نظرا لكثافة غلافه الجوي العالية جدا، ويبلغ متوسط درجة الحرارة على سطحه حوالي (460°C).
- يُحدِثُ ضعف كثافة الغلاف الجوي لكوكب المريخ أثرا محدودا للاحتباس الحراري، وهو ما يفسر معدل درجة الحرارة على سطحه الذي يبلغ حوالي (210K).

السند 3: درجة الحرارة على سطح:

الزُهرة

- القصوى: 763K(490°C)
- الدنيا: 719K(446°C) المريخ

المريخ

- القصوى: 270K(-3°C)
- الدنيا: 140K(-133°C)

توجيهات

قراءة وتحليل الوضعية

- ماذا تُمثّل الأعداد الواردة في نص الوضعية والسندات؟
- كيف تربط بين الأعداد الواردة في هذا النص والأعداد الواردة في نص الوضعية.
- حدِّد العمليات الحسابية التي ستنجزها في كل حالة.
- حدِّد قواعد الحساب التي ستطبقها في كل حالة.

تحليل التعليمة واختيار استراتيجية حل مناسبة

- ما المهمّات المطلوب إنجازها؟
- تحديد كل مهمة مطلوبة بدقّة.
- إنجاز مخطط للعمل تحدد فيه مراحل التنفيذ.

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

- تنفيذ المهمات وإنجاز الحسابات.
- تحرير الحل والشرح بجُمل واضحة.

وضعية للتقويم

بعض البلدان، مثل الولايات المتحدة الأمريكية، تستعمل درجة فهرنهايت للتعبير عن درجات الحرارة.

عندما غادر أحد رجال الأعمال مدينة باريس، كانت درجة الحرارة تشير إلى 2°C-، وعندما وصل إلى شيكاغو كانت درجة الحرارة تشير إلى 14°F.

1) باستعمال القاعدة التالية المتعلقة بتحويل درجة الحرارة من فهرنهايت إلى السيلسوس:

$T°F=1,8\times T°C+32$

أ) عبّر عن درجة الحرارة في باريس بالدرجة T°F.

ب) عبّر عن درجة الحرارة في شيكاغو بالدرجة T°C.

2) أيّ المدينتين أشد برودة؟

الحاسبة و الأعداد النسبية

1) بالحاسبة أو بدونها

لحساب قيمة العدد $A = \frac{8+3\times(-4)}{1+2\times(-1,5)}$ قامت ليلى بالضغط على ملامس الحاسبة بالترتيب التالي:

8	+	3	x	(	(-)	4	)	÷	
1	+	2	x	(	(-)	1	,	5	)

1) هل ستحصل ليلى على النتيجة الصحيحة؟

2) إذا كان كذلك، حدد هذه النتيجة. وإلا فحدد الخطأ الذي ارتكبته ليلى ثم أعط النتيجة الصحيحة لهذا الحساب.

2) الحساب على الأعداد النسبية بالحاسبة

1) لمسة الأعداد السالبة

أ) لإجراء حسابات على الأعداد النسبية السالبة نحتاج إلى لمسة جديدة، أين توجد هذه اللمسة؟

ب) لماذا لا نحتاج إلى هذه اللمسة عند إجراء حسابات على الأعداد الموجبة؟

2) أهمية استعمال الأقواس

أ) احجز على الحاسبة برنامج الحساب الخطي التالي: $(-17)\times(-42)+(-15)\times 18$.

ب) أنجز هذا الحساب باليد. ما هو دور الأقواس في الحساب « المنجز باليد »؟

جـ) هل ترى أنه من الضروري حجز الأقواس التي تظهر في الحساب الذي «نجريه باليد» عندما ننجز هذا الحساب بالحاسبة؟

د) احجز على الحاسبة سلسلة العمليات الخطية التالية: $(17-42)\times(15+18)$.

هـ) أنجز هذا الحساب باليد. ما هو دور الأقواس في الحساب «المنجز باليد»؟

و) هل ترى أنه من الضروري حجز الأقواس التي تظهر في الحساب الذي «نجريه باليد» عندما ننجز هذا الحساب بالحاسبة؟

ز) ما الذي يمكننا استنتاجه حول استعمال الحاسبة عند إنجاز حسابات باليد أو بالحاسبة؟

2 العمليات على الكسور و الأعداد الناطقة

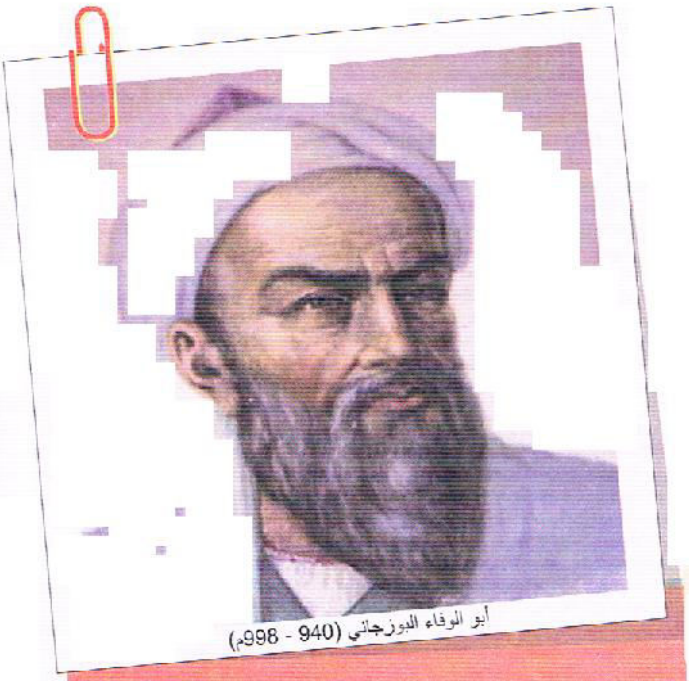
سأتعلّم في هذا الباب

العمليات على الكسور

- تعيين مقلوب عدد غير معدوم.
- قسمة كسرين.
- مقارنة كسرين.
- جمع و طرح كسرين.

الأعداد الناطقة

- التعرف على العدد الناطق.
- حساب مجموع و فرق و جداء و حاصل قسمة عددين ناطقين.



أبو الوفاء البوزجاني (940 - 998م)

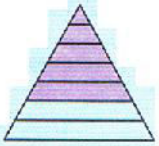
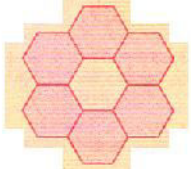
تعود الكتابة الكسرية الحالية إلى علماء الحضارة العربية الإسلامية، ففي القرن 11 كان أبو الوفاء البوزجاني الذي يعتبر من أكبر العلماء الذين برعوا في العلوم الفلكية والرياضية، قد عبّر عن نسبة قيمتين بعدد. وفي سنة 1427، أعطى عالم الفلك غياث الدين جيمشيد الكاشي تعريفا للكسور العشرية وعرض نظريتها وبيّن كيفية تفكيك كل كسر إلى مجموعة كسور عشرية، كما فصّل طُرُقا حسابية حيث شرح أن العمليات على الكسور تؤول إلى عمليات على الأعداد الصحيحة باستعمال الكسور العشرية.

تحدّي

دفع هشام ربُع ما جمع في حصالته، في شراء محفظة و الخمُس في شراء قاموس، ثمّ دفع ثُلثي الباقي ثمنا للحاسبة.

ما هو الكسر الذي يُمثّل ما تبقى له؟

جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.

الأسئلة	الإجابات		
	(1)	(2)	(3)
1. مقلوب 0,8 هو :	$\frac{5}{4}$	$-0,8$	$\frac{1}{0,8}$
2. الجداء $\frac{4}{9} \times \frac{5}{3}$ يساوي:	$\frac{20}{9}$	$\frac{60}{81}$	$\frac{20}{27}$
3. الكسر المساوي لـ $\frac{15}{21}$ هو:	$\frac{3}{7}$	$\frac{45}{63}$	$\frac{5}{7}$
4. الكسر $\frac{5}{7}$ يمثّل مساحة الجزء الملوّن في الشكل:			
5. قارن بين الكسرين: $\frac{11}{12}$ و $\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6} < \frac{11}{12}$	$\frac{5}{6} > \frac{11}{12}$	$\frac{11}{12} > \frac{5}{6}$
6. المجموع $\frac{3}{7} + \frac{5}{14}$ يساوي:	$\frac{8}{14}$	$\frac{11}{14}$	$\frac{8}{21}$
7. الفرق $\frac{4}{3} - \frac{8}{15}$ يساوي:	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{4}{5}$
8. قارن بين: -7 و -9	$-7 < -9$	$-7 > -9$	$-9 < -7$
9. $(-7) + (-11)$ يساوي:	-4	-18	4
10. $(-18) + (11)$ يساوي:	29	7	-7
11. $(-12) - (-8)$ يساوي:	4	-4	-20
12. $(-2) \div (-7)$ يساوي:	$3,5$	-9	$\frac{7}{2}$

أنشطـــة

1 قسمة كسرين

في الشكل المقابل مساحة الجزء الملوّن هي $\frac{3}{4}$ ، الخط المتقطع يجزؤه إلى نصفين.

1) استنتج من الشكل كتابة $\frac{3}{4} \div 2$ على شكل كسر، ثمّ انقل و أكمل العبارة التالية:

$$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{\ldots\ldots} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{\ldots\ldots}$$

2) اكتب كل من $\frac{2}{3} \div 4$ و $\frac{4}{5} \div 3$ على شكل كسر (يمكنك استعمال سند هندسي)

3) اكتب على شكل كسر كلّا من: $a = 3 \div \frac{4}{5}$ ، $b = \frac{7}{8} \div \frac{3}{2}$ و $c = \frac{4}{3} \div \frac{3}{5}$

2 تساوي كسرين

يهدف هذا النشاط إلى إثبات الخاصية التالية و عكسها

إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإنّ: $a \times d = b \times c$

1) تحقق من الخاصية من أجل: $a = 3$ ، $b = 2$ ، $c = 15$ ، $d = 10$

2) نعتبر الأعداد a ، b ، c ، d حيث $b \neq 0$ و $d \neq 0$

- اكتب الكسرين $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ بنفس المقام.
- نفرض أنّ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ماذا تستنتج؟

3) نفرض الآن: $a \times d = b \times c$ ، بيّن أنّ: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

3 مقارنة كسرين

قارن بين كلّ كسرين بالطريقة المناسبة:

$\frac{512}{497}$ و $\frac{652}{783}$ ، $\frac{57}{31}$ و $\frac{57}{29}$ ، $\frac{209}{208}$ و $\frac{208}{207}$ ، $\frac{13}{12}$ و $\frac{23}{20}$

4 جمع و طرح كسرين

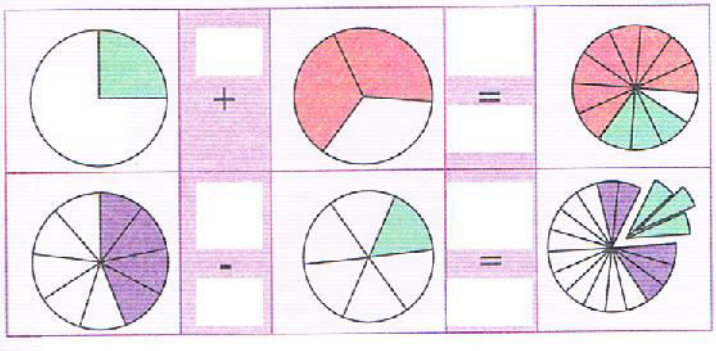
1) ترجم كل مساواة باستعمال العمليات والكسور المناسبة.

2) استعمل تمثيلا هندسيا بسيطا ، لحساب:

$\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$ ؛ $\frac{5}{6} - \frac{4}{9}$

3) أنجز العمليات التالية: $\frac{5}{8} + \frac{11}{6}$ ، $\frac{7}{4} - \frac{5}{3}$

4) أعط قاعدة لحساب مجموع أو فرق كسرين مقاماهما مختلفان.



أنشطـــة

5 العدد الناطق

1) أ) من بين حواصل القسمة التالية، ماهي الأعداد العشرية؟ بالنسبة لبقية الأعداد ، أعط قيمة مقربة لها.

$$-\frac{3}{8} \quad ، \quad \frac{11}{3} \quad ، \quad \frac{5}{7} \quad ، \quad \frac{-8,2}{5} \quad ، \quad -2 \quad ، \quad 3$$

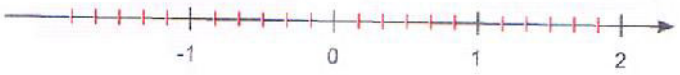
ب) حدّد إشارة كل حاصل ممّا يلي: $\frac{-24}{-32}$ ، $\frac{14}{-18}$ ، $\frac{-28}{15}$

جـ) اشرح لماذا: $\frac{-28}{15}=\frac{28}{-15}=-\frac{28}{15}$ و $\frac{-24}{-32}=\frac{24}{32}$

د) a و b عددان نسبيان حيث $b \neq 0$.

بيّن أنّ: $\frac{a}{b} \times -1 = -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$ ثمّ بيّن أنّ: $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$

2) انقل المستقيم المدرّج التالي ، ثمّ علّم عليه العددين الناطقين: $\frac{-2}{3}$ ، $\frac{-4}{6}$ ،ماذا تلاحظ؟



3) من بين الأعداد الناطقة التالية ، تعرّف على المتساوية منها :

$$\frac{-3}{2} \quad ، \quad -\frac{5}{3} \quad ، \quad \frac{-10}{6} \quad ، \quad \frac{16}{12} \quad ، \quad \frac{8}{6} \quad ، \quad \frac{4}{3} \quad ، \quad -\frac{9}{6}$$

4) استعمل المستقيم المدرج السابق لترتيب الأعداد التالية ترتيبًا تصاعديًا

$$\frac{11}{3} \quad ، \quad \frac{-2}{3} \quad ، \quad \frac{-23}{12} \quad ، \quad \frac{17}{6} \quad ، \quad \frac{-3}{2} \quad ، \quad \frac{-5}{6}$$

6 العمليات على الأعداد الناطقة

1) الضرب:

أ) احسب الجداء $\frac{5}{8}\times\frac{7}{6}$ ، ثمّ استنتج قيمة: $a = \frac{-5}{8}\times\frac{-7}{6}$

ب) احسب $b = \frac{(-5)\times(-7)}{8\times 6}$ ، ثمّ قارن بين a و b

جـ) احسب $\frac{7}{13}\times\frac{-8}{5}$ ، $\frac{-6}{5}\times\frac{15}{-4}$ ، $-12\times\left(\frac{-2}{7}\right)$ ، أعط طريقة لحساب جداء عددين ناطقين.

2) الجمع: نريد حساب $\frac{5}{4}+\frac{-11}{6}$.

أ) انقل و أكمل ما يلي: $\frac{-11}{6} = -\frac{\dots}{12} = -\frac{\dots}{18} = -\frac{\dots}{24}$ و $\frac{5}{4} = \frac{\dots}{8} = \frac{\dots}{12} = \frac{\dots}{16}$

ب) استعمل حاصلين ممّا سبق و احسب $\frac{5}{4}+\frac{-11}{6}$

جـ) احسب بطريقة مماثلة: $\frac{3}{8}+\frac{-9}{20}$ ، $\frac{-4}{9}+\frac{5}{6}$ ،أعط طريقة لحساب مجموع عددين ناطقين.

3) القسمة:

أ) احسب ما يلي: $a = \frac{2}{7}\div\frac{4}{5}$ ، $b = -7\div\frac{3}{2}$ ، $c = \frac{-2}{9}\div 6$ ، $d = \frac{-2}{9}\div\frac{-11}{8}$

ب) أعط طريقة لقسمة عددين ناطقين.

معارف

1 مقلوب عدد غير معدوم

a و b عددان طبيعيان غير معدومين.

مقلوب a هو العدد $\frac{1}{a}$

مقلوب الكسر $\frac{a}{b}$ هو الكسر $\frac{b}{a}$

أمثلة ...

مقلوب 8 هو العدد $\frac{1}{8}$ أي 0,125

مقلوب $\frac{7}{5}$ هو العدد $\frac{5}{7}$ ونكتب أيضاً: $\left(\frac{7}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{7}$

2 قسمة كسرين

خاصية: القسمة على عدد غير معدوم ، هو الضرب في مقلوب هذا العدد. a عدد طبيعي، b ، c و d أعداد طبيعية غير معدومة لدينا:

$$a \div b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} \quad ; \quad b \neq 0$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \; ; \; b \neq 0 \; ; \; d \neq 0 \; ; \; c \neq 0$$

أمثلة ...

$$7 \div 0,25 = 7 \div \frac{1}{4} = 7 \times \frac{4}{1} = 7 \times 4 = 28$$

$$\frac{7}{5} \div 6 = \frac{7}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{7}{30}$$

$$\frac{7}{12} \div \frac{3}{5} = \frac{7}{12} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{36}$$

3 مقارنة كسرين

$\frac{a}{b}$ كسر و k عدد غير معدوم.

لدينا: $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$; $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$

مثال 1: تبسيط كسر: $\frac{30}{54} = \frac{30 \div 6}{54 \div 6} = \frac{5}{9}$

توحيد المقام: الكسران $\frac{11}{18}$ و $\frac{7}{12}$ مختلفا المقام

نَعلَم أنّ 36 مضاعف مشترك للعددين 12 و18.

ومنه: $\frac{11}{18} = \frac{11 \times 2}{18 \times 2} = \frac{22}{36}$ ، $\frac{7}{12} = \frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{21}{36}$

خاصية الجداء المتصالب

a ، b ، c و d أعداد حيث: $b \neq 0$ و $d \neq 0$

- إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإنّ: $a \times d = b \times c$
- إذا كان: $a \times d = b \times c$ فإنّ: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

مثال 2: الكسران $\frac{37}{481}$ و $\frac{12}{156}$ متساويان لأنّ:

$37 \times 156 = 5772$ و $12 \times 481 = 5772$

خاصية: إذا كان لكسرين نفس المقام فإنّ أصغرهما هو الكسر ذو البسط الأصغر.

قاعدة: لمقارنة كسرين مقاماهما مختلفان، نبدأ بتوحيد المقامين.

مثال 3: مقارنة الكسران $\frac{7}{6}$ و $\frac{13}{9}$

نبدأ بتوحيد المقام: $\frac{7}{6} = \frac{7 \times 3}{6 \times 3} = \frac{21}{18}$ و $\frac{13}{9} = \frac{13 \times 2}{9 \times 2} = \frac{26}{18}$

بما أنّ: $21 < 26$ فإنّ: $\frac{21}{18} < \frac{26}{18}$ إذن: $\frac{7}{6} < \frac{13}{9}$

4 جمع و طرح كسرين

خاصية: $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{b}$ كسران لهما نفس المقام.

لدينا: $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ و $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

قاعدة: لجمع أو طرح كسرين مقاماهما مختلفان، نكتبهما بنفس المقام.

أمثلة

$$\frac{1}{6} + \frac{4}{5} = \frac{1 \times 5}{6 \times 5} + \frac{4 \times 6}{5 \times 6} = \frac{5}{30} + \frac{24}{30} = \frac{5+24}{30} = \frac{29}{30}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{8} = \frac{7 \times 4}{10 \times 4} - \frac{3 \times 5}{8 \times 5} = \frac{28}{40} - \frac{15}{40} = \frac{28-15}{40} = \frac{13}{40}$$

• مقارنة كسرين

تمرين : بيّن تساوي الكسرين $\frac{132}{56}$ و $\frac{33}{14}$

حل : لدينا: $33 \times 56 = 1848$

و $14 \times 132 = 1848$ بما أنّ:

$132 \times 14 = 33 \times 56$ فإنّ: $\frac{132}{56} = \frac{33}{14}$

تمرين : بحساب ذهني فقط، بيّن أنّ:

$\frac{33215}{66317} \neq \frac{104348}{208341}$

حل : رقم آحاد الجداء 208341×33215 هو 5

رقم آحاد الجداء 104348×66317 هو 6

بما أن رقمي آحاد الجدائين المتصالبين مختلف

فإن: $104348 \times 66317 \neq 208341 \times 33215$

إذن: $\frac{33215}{66317} \neq \frac{104348}{208341}$

تمرين : قارن بين الكسرين $\frac{122}{76}$ و $\frac{54}{317}$

حل : بما أنّ: $122 > 76$ فإنّ: $\frac{122}{76} > 1$ وبما أنّ:

$54 < 317$ فإنّ: $\frac{54}{317} < 1$ إذن: $\frac{54}{317} < \frac{122}{76}$

تمرين : قارن بين الكسرين $\frac{7}{4}$ و $\frac{10}{3}$

حل : 12 مضاعف مشترك للعددين 3 و 4 ومنه:

$\frac{7}{4} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{21}{12}$ و $\frac{10}{3} = \frac{10 \times 4}{3 \times 4} = \frac{40}{12}$

الآن نقارن بين الكسرين: $\frac{21}{12}$ و $\frac{40}{12}$ بما أنّ:

$21 < 40$ فإنّ: $\frac{21}{12} < \frac{40}{12}$ إذن: $\frac{7}{4} < \frac{10}{3}$

طريقة

لمقارنة كسرين يمكن استعمال عدة طرق:

بتوحيد المقام، بتوظيف الجداء المتصالب، بمقارنتهما بعدد آخر أو باستعمال التعليم على مستقيم مدرّج،...

• جمع و طرح كسرين

تمرين : احسب : $A = \frac{29}{18} + \frac{11}{18}$ و $B = \frac{5}{4} + \frac{31}{12}$

حل : العبارة A، مجموع كسرين لهما نفس المقام، إذن نحتفظ بالمقام ثمّ نجمع البسطين.

$$A = \frac{29}{18} + \frac{11}{18} = \frac{29 + 11}{18} = \frac{40}{18}$$

العبارة B، هي مجموع كسرين مقام أحدهما مضاعف للآخر و بالتالي يكفي أن نكتب الكسر الأوّل بـ 12 في المقام.

$$B = \frac{5}{4} + \frac{31}{12} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} + \frac{31}{12}$$
$$= \frac{15}{12} + \frac{31}{12} = \frac{15 + 31}{12} = \frac{46}{12}$$

تمرين : احسب $C = \frac{8}{25} - \frac{4}{15}$

حل : العبارة C، فرق كسرين لهما مقامان مختلفان وبالتالي نبدأ بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين

المضاعفات الأولى لـ 25 هي: 25، 50، 75، 100

المضاعفات الأولى لـ 15 هي: 15، 30، 45، 60، 75

ومنه 75 مضاعف مشترك للعددين 15 و25

ومنه: $\frac{8}{25} = \frac{8 \times 3}{25 \times 3} = \frac{24}{75}$ و $\frac{4}{15} = \frac{4 \times 5}{15 \times 5} = \frac{20}{75}$

إذن : $C = \frac{24}{75} - \frac{20}{75} = \frac{24 - 20}{75} = \frac{4}{75}$

طريقة

لحساب مجموع أو فرق كسرين، نبدأ بتوحيد المقام، وهذا بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين.

دوري الآن

ادرس في كل حالة إن كان الكسران متساويين: $\frac{2018}{2017}$ و $\frac{2017}{2016}$ ، $\frac{15}{29}$ و $\frac{345}{667}$ ، $\frac{10}{9}$ و $\frac{7}{6}$

احسب : $A = \frac{8}{5} - \frac{2}{7}$ ، $B = 3 + \frac{1}{4} - \frac{3}{8}$ ، $C = \frac{5}{8} + \frac{7}{24} - \frac{1}{6}$ و $D = \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{15}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right)$

معارف

5 العدد الناطق

العدد الناطق هو حاصل قسمة عدد نسبي على عدد نسبي غير معدوم.

كل عدد ناطق يمكن كتابته على الشكل $\frac{a}{b}$ أو $-\frac{a}{b}$ حيث a و b عددان طبيعيان و $b \neq 0$

مثال 1

الأعداد $\frac{15}{11}$ ، $\frac{9}{5}$ ، $-1,8$ ، 2 ، هي أعداد ناطقة.

$\frac{9}{5}$ عدد ناطق و هو عدد عشري

$\left(\frac{9}{5} = \frac{18}{10} = 1,8\right)$

π عدد غير ناطق لأنّه ليس حاصل قسمة عددين نسبيين.

مثال 2

$\frac{15}{11}$ عدد ناطق لكنه ليس عددًا عشريًا. لأننا لا نحصل على باقٍ معدوم (في قسمة 15 على 11) ،حيث تبدأ البواقي في التكرار انطلاقا من مرحلة معيّنة.في هذه الحالة نكتفي بإعطاء قيمة مقربة له.

تُظهر شاشة الحاسبة 1.363636363636363636363636363636364

و نكتب: $\frac{15}{11} \simeq 1,36$ ، يظهر العدد 36 بشكل غير منته في الجزء العشري 1,36 قيمة مقربة إلى الجزء من مائة لهذا العدد. و 1,4 مدوّر هذا العدد إلى الجزء من عشرة.

6 العمليات على الأعداد الناطقة

الجمع و الطرح : لجمع (لطرح) عددين ناطقين ، لهما نفس المقام، نجمع(نطرح) بسطيهما و نحتفظ بنفس المقام

a ، b ، c أعداد نسبية حيث $c \neq 0$.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \; ; \; \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

لجمع (لطرح) عددين ناطقين ، مقاماهما مختلفان، نكتبهما بنفس المقام .

أمثلة

$$A = \frac{-3,6}{3} + \frac{7,8}{3} = \frac{-3,6+7,8}{3} = \frac{4,2}{3}$$

$$B = \frac{-7}{9} - \frac{-11}{9} = \frac{-7-(-11)}{9} = \frac{-7+11}{9} = \frac{4}{9}$$

$$C = \frac{7}{4} + \frac{-5}{6} = \frac{7\times 3}{4\times 3} + \frac{(-5)\times 2}{6\times 2}$$

$$= \frac{21}{12} + \frac{-10}{12} = \frac{11}{12}$$

الضرب: لضرب عددين ناطقين ، نضرب بسطيهما و نضرب مقاميهما

a ، b ، c ، d أعداد نسبية حيث $b \neq 0$ و $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times d}$$

أمثلة:

$$\frac{7}{5} \times \frac{-2,9}{6} = \frac{7\times(-2,9)}{5\times 6} = \frac{-20,3}{30}$$

$$8 \times \frac{-4}{9} = \frac{8\times(-4)}{9} = \frac{-32}{9} = -\frac{32}{9}$$

مقلوب عدد ناطق: a و b عددان نسبيان غير معدومين

مقلوب العدد الناطق $\frac{a}{b}$ هو العدد الناطق $\frac{b}{a}$

أمثلة:

مقلوب 3- هو : $\frac{1}{-3}$ أي $-\frac{1}{3}$

مقلوب $\frac{-7}{13}$ هو : $\frac{13}{-7}$ أي $-\frac{13}{7}$

القسمة: القسمة على عدد غير معدوم، هي الضرب في مقلوب هذا العدد.

a ، b ، c ، d أعداد نسبية ،لدينا:

$$a \div b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} \; ; \; b \neq 0$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \; ; \; b \neq 0 \; ; \; d \neq 0 \; ; \; c \neq 0$$

أمثلة:

$$-\frac{8}{5} \div (-9) = -\frac{8}{5} \times \frac{1}{-9} = \frac{8}{45}$$

$$\frac{4}{7} + \frac{-5}{8} = \frac{4}{7} \times \frac{8}{-5} = -\frac{32}{35}$$

طرائق

• جمع عددين ناطقين

تمرين : احسب : $A=-\frac{5}{7}+\frac{3,2}{4}$

حل : A هو مجموع عددين ناطقين مقاماهما مختلفان وبالتالي نبدأ بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين.

الجداء 4×7 هو أصغر مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 4 و7

$$A=-\frac{20}{28}+\frac{22,4}{28}=\frac{-20+22,4}{28}=\frac{2,4}{28} \quad ; \quad -\frac{5}{7}=-\frac{5\times4}{7\times4}=-\frac{20}{28} \quad ; \quad \frac{3,2}{4}=\frac{3,2\times7}{4\times7}=\frac{22,4}{28}$$

• طرح عددين ناطقين

تمرين : احسب : $B=-\frac{4,7}{12}-\frac{5,1}{16}$

حل : B هو فرق عددين ناطقين مقاماهما مختلفان وبالتالي نبدأ بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين.

يمكن اختيار $12\times16=192$ كمقام مشترك لكن من الأفضل اختيار أصغر مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 12 و 16. مضاعفات 16 هي : 16 ، 32 ، 48 ، 64...

نلاحظ أنّ 16 و 32 ليسا من مضاعفات 12 لكن 48 هو مضاعف لـ 12.

$$B=-\frac{18,8}{48}-\frac{15,3}{48}=\frac{-18,8-15,3}{48}=-\frac{34,1}{48} \quad ; \quad -\frac{4,7}{12}=-\frac{4,7\times4}{12\times4}=-\frac{18,8}{48} \quad ; \quad \frac{5,1}{16}=\frac{5,1\times3}{16\times3}=\frac{15,3}{48}$$

طريقة

للبحث عن مضاعف مشترك لعددين طبيعيين نبدأ بكتابة قائمة المضاعفات الأولى للعدد الأكبر، ثمّ نختار من هذه القائمة أوّل مضاعف للعدد الطبيعي الثاني.

• ضرب و قسمة عددين ناطقين

تمرين : احسب : $D=\frac{7}{3}-\frac{8}{15}\div\frac{11}{20}$

حل : D هو سلسلة عمليات، نجري أوّلا عملية القسمة التي لها أولوية على الطرح، ثمّ نعوّض القسمة بالضرب في المقلوب. و قبل إنجاز عملية الضرب، يمكن أن نقوم بالتبسيط $D=\frac{7}{3}-\frac{8}{15}\times\frac{20}{11}=\frac{7}{3}-\frac{8\times20}{15\times11}$

و منه $D=\frac{5}{3}-\frac{8\times5\times4}{5\times3\times11}=\frac{5}{3}-\frac{32}{33}$ إذن $D=\frac{55}{33}-\frac{32}{33}=\frac{23}{33}$

• مقارنة عددين ناطقين

تمرين : قارن بين العددين الناطقين $-\frac{3,9}{6}$ و $\frac{-5,7}{9}$

حل : نكتب العددين بنفس المقام 18 ، وهو أصغر مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 6 و 9

$-\frac{3,9}{6}=-\frac{3,9\times3}{6\times3}=-\frac{11,7}{18}$ $\quad -\frac{5,7}{9}=-\frac{5,7\times2}{9\times2}=-\frac{11,4}{18}$ نقارن الآن بين العددين $-\frac{11,7}{18}$ و $-\frac{11,4}{18}$

بما أنّ: $-11,4<-11,7$ فإنّ: $-\frac{11,4}{18}<-\frac{11,7}{18}$ إذن: $-\frac{5,7}{9}<-\frac{3,9}{6}$

طريقة

لمقارنة عددين ناطقين ، نستعمل قواعد مقارنة كسرين و قواعد مقارنة عددين.

دوري الآن

احسب و أكتب النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$A=\left(\frac{11}{7}-\frac{2}{5}\right)\times\frac{24}{7} \quad ; \quad B=11\div\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{2}\right) \quad ; \quad C=-\frac{3}{14}-\frac{\frac{3}{7}}{5}+2 \quad ; \quad D=\frac{\frac{3}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}+\frac{2}{3}}$$

مقلوب عدد غير معدوم

1 أعط الكتابة الكسرية لمقلوب كل من الأعداد

$5 ; 0,016 ; 0,4 ; \frac{2}{7} ; \frac{5}{4} ; \frac{3}{5}$

2 انقل و أكمل ما يلي:

$(0,35)^{-1} = \dots$; $(4)^{-1} = \dots$

$\left(\frac{7}{3}\right)^{-1} = \dots$; $\left(\frac{11}{8}\right)^{-1} = \dots$

3 انقل و أكمل الجدول التالي:

العدد x	$\frac{2}{3}$	1,8		
مقلوب x		3	0,33	
معاكس x			-8	$-\frac{5}{9}$

قسمة كسرين

4 احسب ذهنيًا ما يلي:

$\frac{6}{5} \times \frac{4}{3}$ ، $\frac{7}{19} \times \frac{19}{7}$ ، $\frac{4}{5} \times \frac{3}{5}$ ، $\frac{25}{7} \times \frac{4}{9}$

5 بسّط ثمّ احسب :

$\frac{5}{4} \times \frac{6}{25}$ ، $\frac{12}{35} \times \frac{14}{18}$ ، $\frac{15}{44} \times \frac{55}{6}$ ، $\frac{14}{9} \times \frac{6}{21}$

6 اكتب على شكل كسر مبسط:

$12 \div \frac{3}{4}$ ، $8 \div \frac{4}{15}$ ، $4 \div \frac{7}{5}$ ، $2 \div \frac{14}{9}$

7 احسب ثمّ بسّط النتيجة.

$\frac{2}{15} \div \frac{7}{9}$ ، $\frac{5}{6} \div \frac{15}{18}$ ، $\frac{12}{9} \div \frac{28}{27}$ ، $\frac{34}{21} \div \frac{17}{14}$

مقارنة كسرين

8 تعرف على الكسور المتساوية ممّا يلي:

$\frac{21}{24} ; \frac{5}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{7}{8} ; \frac{35}{14} ; \frac{40}{16}$

9 حوّل الكتابات الكسرية التالية إلى كسور

$\frac{8}{1,5} ; \frac{0,12}{7} ; \frac{3,5}{1,2} ; \frac{2}{1,3} ; \frac{0,08}{1,1} ; \frac{13,2}{5}$

10 اختزل الكسور التالية إلى أبسط شكل

$\frac{18}{27} ; \frac{240}{360} ; \frac{72}{54} ; \frac{90}{135} ; \frac{30}{24} ; \frac{15}{45}$

11 أوجد أصغر مضاعف مشترك غير معدوم لـ:

4 و6، 5 و8، 6 و9، 12 و18، 25 و12 و16، 10 و15، 7 و8، 14 و21.

12 اكتب الكسور التالية بنفس المقام ، ثمّ رتّبها تصاعديًا

$\frac{7}{2} ; \frac{8}{6} ; \frac{2}{3} ; \frac{7}{12} ; \frac{9}{2} ; \frac{15}{4}$

13 اكتب الكسور التالية بنفس المقام 180، ثمّ رتّبها تنازليًا.

$\frac{4}{15} ; \frac{2}{9} ; \frac{5}{12} ; \frac{1}{3} ; \frac{6}{15} ; \frac{3}{5}$

14 اكتب كل كسرين بنفس المقام ، ثمّ قارن بينهما

$\frac{25}{7}$ و3، $\frac{3}{35}$ و $\frac{5}{14}$ ، $\frac{7}{6}$ و $\frac{5}{12}$ ، $\frac{7}{18}$ و $\frac{11}{27}$

15 ادرس في كل حالة إن كان العددان متساويين

$\frac{5}{7}$ و $\frac{15}{17}$ ، $\frac{14}{19}$ و $\frac{2}{7}$ ، $\frac{1428}{597}$ و $\frac{304}{127}$

16 تحقق أنّ: $20 \times 21 = 35 \times 12$ ، ثمّ جد كسرًا مساويًا لـ $\frac{12}{21}$ و كسراً آخراً مساوياً لـ $\frac{35}{21}$

17 قارن كل كسرين دون توحيد المقام.

$\frac{17}{18}$ و $\frac{18}{17}$ ، $\frac{11}{15}$ و $\frac{11}{21}$ ، $\frac{64}{31}$ و $\frac{17}{9}$ ، $\frac{8}{9}$ و $\frac{256}{288}$

جمع و طرح كسرين

18 احسب ذهنيًا

$5 - \frac{1}{2}$ ، $1 + \frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{5} + \frac{1}{10}$ ، $\frac{7}{4} - \frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

19 اكتب كل كسرين بأصغر مقام مشترك

$\frac{9}{4}$ و $\frac{1}{12}$ ، $\frac{3}{14}$ و $\frac{5}{7}$ ، $\frac{7}{6}$ و $\frac{9}{8}$ ، $\frac{5}{18}$ و $\frac{4}{15}$

$\frac{5}{12}$ و $\frac{3}{10}$ ، $\frac{4}{21}$ و $\frac{9}{14}$ ، $\frac{9}{25}$ و $\frac{1}{30}$ ، $\frac{4}{75}$ و $\frac{3}{25}$

20 احسب ما يلي، ثمّ اكتب النتيجة على أبسط شكل

$\frac{2}{15} + \frac{3}{5}$ ، $\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$ ، $\frac{7}{44} + \frac{8}{55}$ ، $\frac{1}{10} + \frac{1}{8}$

$\frac{7}{12} + \frac{3}{4} + \frac{5}{16}$ ، $\frac{11}{12} + \frac{7}{20} + 3$ ، $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

21 احسب ما يلي، ثمّ اكتب النتيجة على أبسط شكل

$\frac{3}{4}-\frac{7}{9}$ ، $\frac{85}{4}-\frac{11}{5}$ ، $\frac{2}{11}-\frac{5}{33}$ ، $\frac{13}{3}-\frac{5}{6}$

$\frac{3}{8}-\frac{1}{24}+\frac{11}{3}$ ، $3+\frac{7}{27}-\frac{11}{18}$ ، $\frac{31}{45}-\frac{3}{5}+\frac{9}{15}$

الأعداد الناطقة

22 في قائمة الأعداد التالية، تعرّف على الأعداد الطبيعية و الأعداد العشرية و الأعداد النسبية

$\frac{10}{-15}$ ، $\frac{3,5}{7}$ ، $\frac{13}{7}$ ، 0,33 ، -2,17 ، $\frac{15}{3}$ ، $\frac{5}{4}$

23 اكتب الأعداد الناطقة التالية على الشكل:

$\frac{a}{b}$ أو $-\frac{a}{b}$ حيث A و B عددان طبيعيان.

-0,28 ، $\frac{1,2}{4}$ ، $-\frac{2,4}{0,36}$ ، $\frac{2,1}{2,7}$ ، 3,14 ، 0,3

24 حدّد إشارة كل عدد من الأعداد الناطقة التالية:

$\frac{-18}{-42}$ ، $-\frac{-8,5}{-5,8}$ ، $-\frac{-1,8}{6}$ ، $\frac{6}{7}$ ، $\frac{1,2}{-4}$ ، $\frac{3,4}{-1,02}$

25 أعط قيمة تقريبية بالنقصان إلى $\frac{1}{100}$ لكل عدد ناطق من الأعداد التالية:

$\frac{7}{6}$ ، $\frac{7}{2,5}$ ، $\frac{157}{23}$ ، $-\frac{32}{11}$ ، $\frac{12,12}{12}$ ، $\frac{7}{0,3}$

26 اكتب كل عدد ناطق ممّا يلي على شكل مجموع عدد صحيح نسبي و كسر أصغر من 1 :

$\frac{11}{6}$ ، $-\frac{17}{3}$ ، $\frac{-2}{7}$ ، $\frac{29}{13}$ ، $-\frac{47}{3}$

المقارنة

27 قارن بين كل عددين ناطقين، بتوحيد المقام.

$-\frac{5}{8}$ و $\frac{-19}{24}$ ، $\frac{7}{-15}$ و $\frac{-5}{12}$ ، $\frac{5,7}{42}$ و $\frac{0,7}{9}$

$-\frac{11}{16}$ و $\frac{-17}{24}$ ، $\frac{13}{8}$ و $\frac{7}{9}$ ، $\frac{-18}{45}$ و $-\frac{14}{35}$

28 ادرس في كل حالة، تساوي العددين الناطقين:

$\frac{35,1}{12,15}$ و $\frac{16,75}{5,8}$ ، $\frac{-5,8}{2,8}$ و $-\frac{42}{87}$ ، $\frac{1,2}{15,6}$ و $\frac{3,7}{48,1}$

29 قارن بين كل عددين باستعمال الحاسبة:

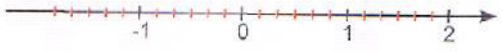
$\frac{16}{37}$ و $\frac{464}{1073}$ ، $-\frac{49,1}{37}$ و $\frac{-1}{3}$ ، $\frac{7}{6}$ و $\frac{14119}{12114}$

30 اكتب الأعداد التالية بنفس المقام 20، ثمّ رتّبها تصاعديا: $\frac{13}{10}$ ، -7 ، $-\frac{12,3}{0,5}$ ، $\frac{21,1}{-4}$ ، $-\frac{17}{2}$

31 رتّب الأعداد التالية ترتيبا تنازليا :

$\frac{13}{36}$ ، $\frac{2}{9}$ ، $-\frac{11}{18}$ ، $\frac{7}{6}$ ، $-\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-5}{6}$ ، $\frac{-14}{36}$

32 علّم على المستقيم المدرّج التالي الأعداد التالية ثمّ رتّبها تصاعديا:



$-\frac{4}{3}$ ، $\frac{-7}{6}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{-5}{6}$ ، $\frac{-1}{3}$ ، $\frac{7}{6}$ ، $-\frac{1}{2}$

33 رتّب الأعداد التالية ترتيبا تصاعديا

$-\frac{6}{7}$ ، $\frac{4}{3,5}$ ، -0,85 ، $\frac{-13}{14}$ ، $\frac{9}{7}$ ، 1,14

الجمع و الطرح

34 احسب ذهنيا:

$-\frac{2}{3}-\frac{5}{6}$ ، $-\frac{5}{10}-\frac{1}{2}$ ، $-1-\frac{1}{3}$ ، $-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

35 احسب ما يلي:

$\frac{2}{5}+\frac{-7}{5}$ ، $\frac{-1}{4}+\frac{5}{8}$ ، $6+\frac{-4,5}{5}$ ، $\frac{-3}{2}+\frac{12}{5}$

$-\frac{5}{16}+\frac{3}{4}+\frac{7}{12}$ ، $\frac{8}{55}+\frac{-7}{44}$ ، $\frac{1,3}{8}+\frac{-23}{-1,6}$

36 احسب ما يلي:

$-\frac{2}{5}-\frac{17}{5}$ ، $\frac{5}{11}-\frac{8}{11}$ ، $-\frac{5}{8}-\frac{5}{12}$ ، $-\frac{4}{5}-\frac{-5}{7}$

$\frac{7}{15}-\frac{3}{10}$ ، $\frac{-13}{25}-\frac{2}{5}$ ، $-\frac{-31}{18}-\frac{4}{3}$ ، $1-\frac{5}{42}$

37 احسب x و y بتجميع الحدود حيث:

$x=\frac{2}{3}-\frac{5}{7}-\frac{1}{3}+\frac{2}{7}+\frac{8}{3}-\frac{3}{7}$

$y=\frac{3}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{2}{3}+\frac{7}{6}-\frac{1}{3}$

38 احسب ما يلي:

$A=\frac{-25}{12}+\frac{7}{6}-\frac{5}{9}$ ، $B=\frac{1}{4}+\frac{5}{8}-\frac{12}{5}$

$C=-\frac{9}{16}+\frac{2}{3}$

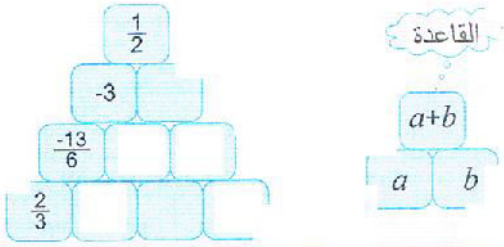
39 استعمل الحاسبة و اكتب النتيجة على أبسط شكل.

$-\frac{42}{75}-\frac{17}{10}$ ، $\frac{58}{100}-\frac{27}{147}$ ، $\frac{-28}{32}-\left(\frac{-62}{48}\right)$

40 جد قيمة x في كل حالة ممّا يلي:

$\frac{2}{7}=\frac{5}{9}-x$ ، $x-\frac{?}{4}=-\frac{11}{6}$ ، $\frac{6}{8}+x=\frac{-5}{7}$

41 انقل و أكمل الهرم وفق القاعدة المعطاة واكتب كل عدد على أبسط شكل.



الضرب و القسمة

في التمارين 42، 43، 44 احسب و اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط.

42 $\frac{-4}{7}\times\frac{-5}{11}$ ، $\frac{0,4}{5}\times\frac{6}{5}$ ، $\frac{-9}{2,6}\times\frac{1,4}{3}$ ، $\frac{-3}{8}\times(-5)$

$\frac{3,07}{-2}\times\frac{-5}{2,4}$ ، $\frac{4,2}{14,5}\times(-3,2)$ ، $\frac{-4}{5}\times\left(\frac{-5,12}{-7,14}\right)$

43

$8\div\frac{3}{4}$ ، $1\div\frac{11}{12}$ ، $-\frac{7}{11}\div 13$ ، $\frac{5}{6}\div\frac{6}{5}$ ، $\frac{2}{9}\div\frac{-5}{3}$

44 $\frac{5}{4}\div\frac{-18}{7}$ ، $\frac{0,15}{2,7}\div\frac{0,25}{3}$ ، $\frac{-39}{4,2}\div\frac{26}{-0,56}$

45 استعمل الحاسبة واكتب النتيجة على أبسط شكل:

$-\frac{42}{25}(-45)$ ، $\frac{28}{48}\times\frac{-62}{48}$ ، $\frac{14}{9}\times\frac{-49}{7}\times\left(\frac{-18}{143}\right)$

46 انقل و أكمل شبكة الأعداد:

	×	$\frac{4}{5}$	=	$\frac{8}{15}$
×		×		×
$\frac{5}{4}$	×		=	
=		=		=
	×		=	$\frac{4}{9}$

47 تحقق من صحة كل مساواة :

$\frac{5}{6}-\frac{8}{5}\times\frac{15}{28}=\left(\frac{8}{7}-1\right)\times\left(\frac{5}{6}-1\right)$

$\frac{1}{5}\div\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)=\left(\frac{4}{5}-8\right)\div 3$

في التمارين 48 ، 49 ، 50 ، 51 ، 52 احسب و اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسّط.

48

$a=\frac{\frac{8}{11}}{3}$ ، $b=\frac{6}{\frac{7}{9}}$ ، $c=\frac{\frac{-5}{3}}{\frac{10}{9}}$ ، $d=\frac{\frac{-25}{21}}{\frac{5}{-7}}$

49

$e=\frac{7}{5}+\frac{\frac{8}{15}}{\frac{2}{5}}-\frac{11}{12}$ ، $f=\frac{-7}{8}+\frac{\frac{5}{6}}{4}-1$

$g=\frac{-3}{4}+\frac{\frac{3}{7}}{5}+2$ ، $h=\frac{2-\frac{7}{6}}{2+\frac{7}{6}}$

50

$x=\frac{\frac{1}{4}+\frac{5}{6}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$ ، $y=\frac{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}$

$z=\frac{\frac{5}{9}-11\times\frac{3}{44}}{\frac{5}{9}+\frac{2}{3}\times\frac{7}{4}}$

51

$K=\frac{7}{5}\div\left(\frac{7}{18}-\frac{2}{9}\right)$ ؛ $L=\left(-\frac{3}{2}+\frac{4}{5}\right)\div\left(-\frac{1}{6}-\frac{9}{4}\right)$

52

$M=\left(\frac{8}{11}-\frac{7}{5}\right)\times\left(\frac{-1}{6}+\frac{2}{9}\right)$; $N=\frac{-2}{5}+\frac{3}{15}\div\frac{2}{3}$

53 نعتبر العددين $a=-\frac{2}{21}$ و $b=\frac{5}{-7}$

احسب ما يلي و اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسّط:

$a-b$ ، $a+b$ ، $a\times b$ ، $a\div b$ ، $b\div a$

54 جد قيمة x في كل حالة ممّا يلي:

$\frac{-3}{5}x=\frac{-6}{7}$ ، $x\div\frac{5}{4}=-\frac{5}{8}$ ، $\frac{-7}{2}=\frac{5}{9}\div x$

أؤكد تعلماتي

	جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.	عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :
1	$\frac{4}{3} \div \frac{8}{9}$ يساوي : أ) $\frac{2}{9}$ ؛ ب) $\frac{1}{6}$ ؛ جـ) $\frac{2}{3}$.	26
2	$\frac{1}{12} + \frac{5}{18}$ يساوي : أ) $\frac{6}{18}$ ؛ ب) $\frac{13}{36}$ ؛ جـ) $\frac{6}{30}$.	26 و 28
3	العدد $\frac{17}{24}$ هو نتيجة : أ) $\frac{5}{24}+\frac{1}{2}$ ؛ ب) $\frac{15}{8}-\frac{7}{6}$ ؛ جـ) $\frac{10}{12}+\frac{7}{12}$.	26 و 28
4	القيمة المقربة بالنقصان إلى $\frac{1}{1000}$ للعدد الناطق $\frac{39}{17}$: أ) 2,295 ؛ ب) 2,294 ؛ جـ) 2,2941.	26 و 28
5	المجموع $\frac{-5,\overline{3}}{4} + \frac{2,2}{3}$ يساوي: أ) $\frac{-7,1}{12}$ ؛ ب) $\frac{7,5}{7}$ ؛ جـ) $-\frac{71}{120}$.	26 و 28
6	نضع: $A = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$: أ) $A = 0$ ؛ ب) $A = \frac{4}{21}$ ؛ جـ) $A = \frac{5}{7}$.	28 و 29
7	نضع: $B = \frac{2}{5} \div 8$: أ) $B = 2 \times \frac{8}{5}$ ؛ ب) $B = \frac{1}{20}$ ؛ جـ) $B = 2 \div 5 \div 8$.	28
8	مقلوب $\frac{3}{5}+\frac{3}{7}$ يساوي : أ) $\frac{13}{5}$ ؛ ب) $\frac{35}{36}$ ؛ جـ) $\frac{10}{3}$.	28
9	عند مقارنة $\frac{12,2}{-7,6}$ و $\frac{-5,4}{3,17}$ نجد: أ) $\frac{-5,4}{3,17} \neq \frac{12,2}{-7,6}$ ؛ ب) $\frac{-5,4}{3,17} = \frac{12,2}{-7,6}$ ؛ جـ) $\frac{-5,4}{3,17} > \frac{12,2}{-7,6}$	29
10	العدد الناطق $-\frac{3}{7}$: أ) أكبر من $-\frac{5}{7}$ ؛ ب) أصغر من $-\frac{1}{7}$ ؛ جـ) أكبر من $-\frac{3}{8}$.	29
11	العدد $\frac{3}{14}$ هو نتيجة : أ) $\frac{3}{7} \div \frac{1}{2}$ ؛ ب) $2 \div \frac{3}{7}$ ؛ جـ) $\frac{1}{7}+\frac{2}{14}$.	26 و 28
12	إذا كان $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$ و $\frac{y}{z} = \frac{5}{3}$ فإنّ: أ) $\frac{x}{z} = \frac{5}{6}$ ؛ ب) $\frac{x}{z} = \frac{3}{2}$ ؛ جـ) $\frac{x}{z} = \frac{2}{3}$.	28 و 29

55 استعمل سفيان الحاسبة ، و هو يؤكد أن الكسرين $\frac{131836323}{318281039}$ و $\frac{22619537}{54608393}$ متساويان.
لكن ونام بحساب بسيط ، تؤكد أنهما مختلفان.
ما رأيك ؟ برّر.

56 اشرح لماذا العدد الناطق $\frac{41}{9}$ ليس عددا عشريا؟
• ماهو أكبر عدد طبيعي أصغر من $\frac{41}{9}$ ؟
• اكتب العدد $\frac{41}{9}$ على شكل مجموع عدد طبيعي و كسر أصغر من 1.

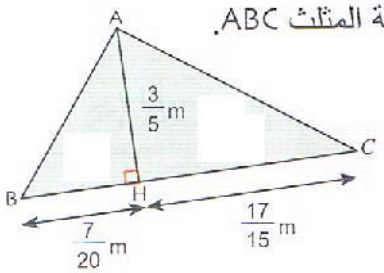
57 احسب $A = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15}}$
أعط قيمة مقربة إلى $\frac{1}{100}$ لـ A ،بما تذكرك هذه النتيجة؟

58 تعطى الأعداد: $x = -1$ ، $y = \frac{1}{3}$ و $z = \frac{2}{5}$
احسب ما يلي و اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسّط
$\frac{x}{y+z}$ ، $\frac{x+y}{z}$ ، $\frac{x}{y}+z$

59 مستطيل مساحته $\frac{15}{4}dm^2$ و طوله $\frac{27}{4}dm$
ما هو عرض هذا المستطيل؟

60 تعطى الأعداد الناطقة:
$-\frac{7}{2}$ ، $\frac{11}{6}$ ، $\frac{4}{7}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-5}{3}$
• عيّن من القائمة السابقة عددين:
أ) جداؤهما 2- ب) فرقهما $\frac{7}{2}$
جـ) مجموعهما $-\frac{11}{4}$ د) حاصل قسمتهما $-\frac{14}{3}$

61 احسب مساحة المثلث ABC.



62 جِد العدد x الناقص في المساواة التالية:
$\frac{87}{60} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{x}$

63 تعطى الأعداد التالية :
$\frac{7}{2}$ ، $-\frac{7}{3}$ ، -1 ، $\frac{22}{5}$ ، $\frac{-3}{4}$
رتّب تصاعديا:
أ) الأعداد المعطاة
ب) معاكسات هذه الأعداد
جـ) مقلوبات هذه الأعداد
د) معاكسات مقلوبات هذه الأعداد.

64 احسب بتمعن و اكتب النتيجة على أبسط شكل.
$A = \frac{1}{1+1}$ ، $B = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}$
$C = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}}$ ، $D = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}}$

65 ما هي قيمة x التي من أجلها تكون المساواة $\frac{3}{4} = 2 - \frac{1}{5} - \frac{1}{x}$ صحيحة ؟
$x = -\frac{6}{5}$ ؛ $x = \frac{21}{20}$ ؛ $x = \frac{20}{21}$ ؛ $x = \frac{6}{5}$.

66 احسب A حيث:
$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \ldots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right)$

67 اكتب مسألة من اختبارك حلّها يوافق الحساب التالي: $\frac{3}{5} \times 9 + \frac{7}{5}$

68 قارن بين $A = \frac{5+x}{8}$ و $B = \frac{5}{x+3}$ في كل حالة:
$x = \frac{2}{3}$ ؛ $x = -\frac{2}{5}$ ؛ $x = 0$ ؛ $x = 3$.

69 علّم العدد $-\frac{1}{5}$ على المستقيم المدرّج التالي.

70 باع تاجر ثُلُثَيْ سلعته في شهر جوان، ثمّ باع ثلاثة أخماس الباقي من السلعة في شهر جويلية، ماهو الكسر الذي يمثّل ما تبقى من السلعة في نهاية شهر جويلية؟

أتعمّق

71 تحصّل 15 تلميذاً من قسم السنة الثالثة متوسط على علامة تفوق 14 من 20 في اختبار الرياضيات وهو ما يمثّل ثلاثة أرباع من $\frac{5}{6}$ تلاميذ القسم.

ماهو عدد تلاميذ هذا القسم؟

72 اشترى 3 أشخاص قطعة أرض، فأخذ الأوّل $\frac{2}{5}$ و الثاني $\frac{3}{7}$ من الأرض وأخذ الثالث 1,5ha مقابل 45 مليون سنتيم.

ماهي مساحة هذه القطعة و كم ثمنها؟

73 نعتبر العددين:

$$A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \quad ، \quad B = \frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{15}\right)$$

1) احسب A و اكتبه على أبسط شكل ممكن.

2) احسب B و تحقق أنه عدد طبيعي.

74 يُريد زكرياء شراء دراجة، فدفع الجد $\frac{3}{8}$ والأب $\frac{2}{5}$ و الأم $\frac{1}{8}$ من ثمنها، ماهي نسبة التخفيض التي يقوم بها التاجر حتى يتمكن زكرياء من شراء هذه الدراجة؟

75 يُعطي الحليب $\frac{5}{24}$ من كتلته قشدة و تُعطي القشدة $\frac{1}{4}$ من كتلتها زبدة .

ماهو الكسر الذي يمثّل كتلة الزبدة المستخلصة من كتلة الحليب المستعملة؟

76 تعطى الأعداد: $x = \frac{3}{4}$ ، $y = -\frac{1}{6}$ ، $z = -\frac{5}{3}$

احسب: A ، B و C واكتب الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$A = x + 2y - z \quad ، \quad B = (x + y) \div z$$

$$C = 2x - y + xz$$

77 بيّن أنّ العدد A هو عدد طبيعي حيث:

$$A = \left(\frac{3}{5} + \frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{11}{6} - \frac{2}{5}\right)$$

78 بإجراء إحصاء في إحدى المتوسطات، تحصلنا على ما يلي:

$\frac{7}{30}$ من التلاميذ لا يملكون هاتفا نقالا.

400 يملكون هاتفا نقالا و لوحة رقمية.

$\frac{1}{6}$ من التلاميذ لا يملكون لوحة رقمية.

$\frac{1}{15}$ من التلاميذ لا يملكون هاتفا نقالا و لا لوحة رقمية.

• ماهو عدد تلاميذ هذه المتوسطة؟

79 برنامج حساب

• اختر عددا

• اضربه في $\frac{2}{3}$

• اطرح من النتيجة $\frac{5}{8}$

ماهو العدد الذي نحصل عليه إذا اخترنا 5 ؟ $\frac{7}{8}$ ؟

ما العدد الذي نختاره حتى يكون الناتج معدوما ؟

80 للبحث

استعمل قدماء المصريين الكسور التي بسطها 1 و بصورة استثنائية الكسر $\frac{2}{3}$ و من أجل البحث عن ضِعف كسر بسطه 1، استعملوا الجدول التالي:

مثال: السطر الأوّل يُقرأ من اليسار إلى اليمين و يعني:

ضعف $\frac{1}{5}$ هو المجموع $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ أي: $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$

5	3	15	
7	4	28	
9	6	18	
11	6	66	
13	8	52	104
15	10	■	
17	■	51	68

• تحقق بالحساب من صحة السطر الثاني ثمّ الخامس.

• أوجد العدد الناقص في السطر السادس.

• أوجد العدد الناقص في السطر السابع.

لماذا لم يتضمن العمود الأوّل أعدادا زوجية؟

أدمج تعلماتي

وضعية

لتبليط مسبح ، قام بنّاء في اليوم الأوّل بتبليط $\frac{1}{3}$ المسبح و في اليوم الثاني استهلك $\frac{3}{7}$ ما تبقى من قطع الآجر وأنهى تبليط المسبح في اليوم الثالث.

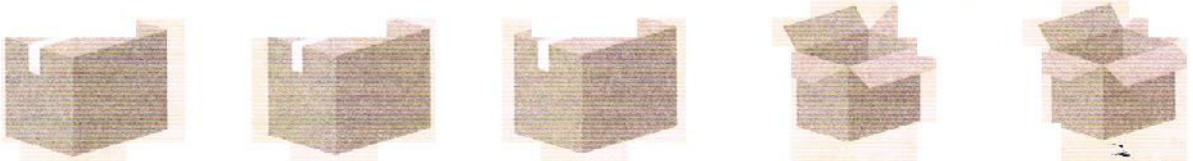
المهمة: اكتب مساحة الجزء المبلّط في اليوم الثالث على شكل كسر.

السند 1 : المسبح متوازي مستطيلات

- الطول : $\frac{9}{2}$ m
- العرض : 2m
- الارتفاع : $\frac{3}{2}$ m

السند 2 : كمية الآجر المتوفرة.

سعة صندوقين ممتلئين هي $15m^3$.



$\left(\frac{2}{9}\right)$ ممتلئ | $\left(\frac{1}{3}\right)$ فارغ | ممتلئ | ممتلئ | ممتلئ

توجيهات

قراءة وتحليل الوضعية.

- ماهو شكل المسبح ؟
- ماهي الأجزاء اللازم تبليطها؟

تحليل التعليمة واختيار استراتيجية حل مناسبة

- ما المهمّة المطلوب إنجازها؟ كيف يتم ذلك؟
- ماذا يلزمك لحساب المساحة المبلّطة في اليوم الأوّل؟ في اليوم الثاني؟

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

- حساب مساحة الجزء المبلّط في اليوم الأوّل.
- حساب مساحة الجزء المبلّط في اليوم الثاني.
- حساب مساحة الجزء المبلّط في اليوم الثالث.

حل مختصر

مساحة الجزء المبلّط في اليوم الأوّل: $9,5m^2$.

مساحة الجزء المبلّط في اليوم الثاني: $\frac{59}{7}m^2$.

وضعية للتقويم

اقتسم أربعة إخوة مبلغا من المال، أخذ جعفر ثُلث المبلغ ثمّ أخذ جمال ثلاثة أخماس الباقي بينما اقتسمت الأختان شيماء و هناء ما تبقى بالتساوي.

1) من بين الأعداد الثلاثة التالية، ما هو الكسر الذي يمثّل نصيب كل بنت ؟

$$x = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) \div 2$$

$$y = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right) \times 2$$

$$z = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2}$$

2) إذا علمت أن المبلغ الذي اقتسمته الأختان هو 900DA، فما هي حصة جعفر؟ حصة جمال؟

عمليات على الأعداد الناطقة باستعمال مجدول إكسال

نشاط 1: جمع عددين ناطقين

1) افتح ورقة إكسال و انقل الجدول التالي:

CONCATENER =A2+B2

	A	B	C	D
1	A	B	A+B	
2	2/7	1/2	=A2+B2	
3	3/4	- 1		
4	1/5	1/2		
5	2/3	- 3/5		
6	5/9	1/3		
7	4/5	2/3		

2) احجز في الخلية C2 الطلبية A2+B2 = ثمّ اضغط على Entrée

3) عمّم محتوى الخلية C2 إلى الخلايا C3، ...، C7

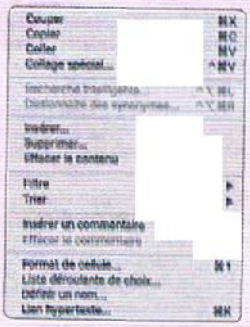
4) في الخلية C7، ستظهر الكتابة: 7/15 1 وهي تعني: $1+\frac{7}{15}$

5) تحقق بالحساب أنّ: $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}=1+\frac{7}{15}$

إرشادات

حجز الأعداد الناطقة:

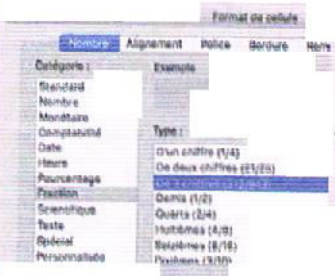
- نحدّد الخلايا ثمّ ننقر بالزر الأيمن للفأرة
- تظهر النافذة التالية :
- نختار Format de cellule



ثمّ تظهر النافذة المقابلة:

نختار Fraction (كسر)

ثمّ نضغط على «موافق»



نشاط 2: ضرب عددين ناطقين

أنجزت هديل الجدول التالي، بمجدول إكسال.

C4 =A4*B4

	A	B	C	D
1	A	B	A*B	
2	2/3	3/4	1/2	
3	5/24	12/25	1/10	
4	-5/7	2 1/2	-1 11/14	
5	2/3	- 3/5	- 2/5	
6	14/25		1/25	
7	4/7	2 1/11	6	
8	4/7		1	

1) تحقق بالحساب من محتوى السطرين 3 و 4

2) هديل غير متأكدة من الكتابة: 11/14 -1 هل هي تعني: $-1-\frac{11}{14}$ أمْ $-1+\frac{11}{14}$، كيف يمكنك مساعدتها؟

3) أوجد الأعداد الناقصة في الخلايا B6، A7 و B8

إرشادات

تعميم محتوى الخلية C2 إلى بقية الخلايا.

- نضع الزالق عند الرأس السفلي الأيمن للخلية C2 فيتحول إلى الرمز +
- نضغط على الزّر الأيسر للفأرة مع السحب حتى الخلية C7.

C2 =A2+B2

	A	B	C	D
1	A	B	A+B	
2	2/7	1/2	11/14	
3	3/4	-1		
4	1/5	1/2		
5	2/3	- 3/5		
6	5/9	1/3		
7	4/7	2/3		

دوري الآن

احسب $\frac{-11}{18}+\frac{7}{12}$ ؛ $\frac{-3}{4}+\frac{17}{3}$، ثمّ تأكد من ذلك باستعمال المجدول.

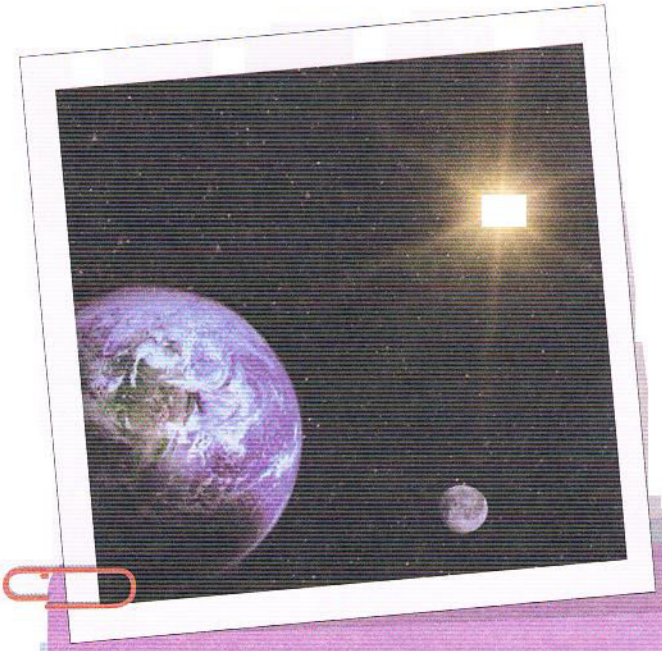
ترجم السطر 2 بمساواة و تحقق منها بالحساب.

C2

	A	B	C	D
1	A	B	A+B	
2	15 2/3	-1 6/7	-8 17/39	

3 القوى ذات أسس صحيحة نسبية

سأتعلّم في هذا الباب



- تعيين القوة من الرتبة n للعدد 10.
- معرفة واستعمال قواعد الحساب على قوى العدد 10.
- كتابة عدد عشري باستعمال قوى 10.
- تعيين الكتابة العلمية لعدد عشري.
- استعمال الكتابة العلمية لحصر عدد عشري ولإيجاد رتبة مقدار عدد.
- حساب قوة عدد نسبي.
- معرفة قواعد الحساب على قوة عدد نسبي واستعمالها في وضعيات بسيطة.
- إجراء حساب يتضمن قوى.

تأسست نهائيا في سنة 2009 الوحدة الفلكية (UA) والتي تعرف المسافة بين الأرض و الشمس.

هذه المسافة لا تتغير ويتم نقشها على رخام من طرف الاتحاد الدولي للفلك.

هذه المسافة أساسية في الوحدة الفلكية وتتماشى مع جميع الثوابت في النظام الشمسي.

تقدر هذه المسافة بـ: 149 597 870,700 Km.

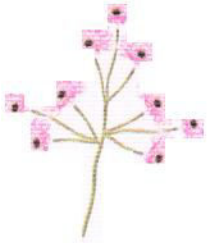
ولتبسيط قراءة هذه المسافة نقول أنها تقارب 150 مليون كيلومتر.

تحدّي

قالت ليلى:

«في اليوم العاشر يكون عدد الأزهار 300».

هل هي على صواب؟



اليوم الثالث

اليوم الثاني

اليوم الأول

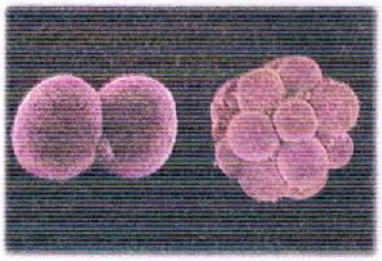
جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

الأسئلة	الإجابات (1)	(2)	(3)
1. $12,3 \times 10 =$	1,23	123	0,123
2. $1,9327 \times 10 =$	0,19327	193,27	19,327
3. $0,00123 \times 10 =$	0,123	0,0123	1,23
4. $23,456 \times 100 =$	0,23456	234,56	2345,6
5. $0,00123 \times 100 =$	0,123	1,23	12,3
6. $12,56 \times 0,01 =$	1,256	125,6	0,1256
7. القسمة على 0,01 هي الضرب في.....	10	100	1000
8. $85,36 \times$ ..... $= 8,536$	10	0,01	0,1
9. $0,326 \times$ ..... $= 3,26$	0,1	10	0,01
10. $0,326 \times$ ..... $= 0,0326$	0,1	0,01	0,001
11. $0,00045 \times$ ..... $= 4,5$	100	1000	10 000
12. $3926,3 \times$ ..... $= 3,9263$	0,1	0,001	0,0001
13. $8000 \times 8000 =$	640 000	64 000	64 000 000
14. $0,5 \times 4000 =$	20 000	2000	200
15. مقلوب 10 هو	-10	$\frac{1}{10}$	0,1
16. جداء خمسة عوامل كلها مساوية للعدد 3 هو....	15	243	75
17. $(-5) \times (-5) \times (-5) =$	125	-125	75
18. $2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 =$	10 000	100 000	1000 000
19. مساحة مربع ضلعه 9cm هي	$18cm^2$	$36cm^3$	$81cm^2$
20. حجم مكعب حرفه 7cm هو	$343cm^3$	$56cm^3$	$27cm^3$
21. $718mm =$ ..... m	7,18	0,718	0,0718
22. $5,12Km =$ ..... m	5,12	5120	512
23. $2365dam^2 =$ ..... dm^2	236 500	23,65	23 650 000
24. $51,12Kg =$ ..... g	511,2	51 120	0,05112
25. $0,01g =$ ..... Kg	0,00001	0,0001	0,000001

أنشطة

1 قوى ذات أسس صحيحة موجبة

1) اكتشاف قوة عدد ذي أس موجب



انقسام الخلية

تنقسم خلية إلى 10 خلايا خلال ساعة.

أ) كم يصبح عدد الخلايا في: 3 ساعات ؛ 5 ساعات ؛ 9 ساعات.

عبّر عن هذه الأعداد بـ 10 و x فقط.

ب) كم يصبح عدد الخلايا في n ساعة ؟

جـ) ما هو عدد الساعات اللازم حتى يكون عدد الخلايا عشرة ملايير ؟

2) الترميز 10^n

نرمز إلى 10×10 بـ 10^2 ونكتب $10 \times 10 = 10^2$

نرمز إلى $10 \times 10 \times 10$ بـ 10^3 ونكتب $10 \times 10 \times 10 = 10^3$

نرمز إلى $\underbrace{10 \times 10 \times \ldots\ldots \times 10}_{n \text{ عاملا}}$ بـ 10^n ونكتب $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots\ldots \times 10}_{n \text{ عاملا}}$

استعمل الترميز 10^n للتعبير عن: • مساحة مربع طول ضلعه 10cm • حجم مكعب طول حرفه 10dm

2 قوى ذات أسس صحيحة سالبة

1) انقل ثم أتمم الجدول الموالي:

ترميز 10^n	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^0	10^{-4}	10^1	10^2	$10^{\ldots}$	$10^{\ldots}$
كتابة عشرية	....	....	....	....	....	....	....	....	....

÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷	÷	÷ 10

2) ماذا يساوي 10^0 ؛ 10^1 ؟

3) عبّر بعدد كسري عن كل من 10^{-1} ؛ 10^{-2} ؛ 10^{-3} ؛ 10^{-4}.

4) اكتب مساواة تعبّر على أنّ 10^{-n} هو مقلوب 10^n.

3 الكتابة العشرية لقوة العدد 10

1) أعط الكتابة العشرية للأعداد التالية: 10^2 ؛ 10^5 ؛ 10^9.

2) انقل وأتمم: «الكتابة العشرية لـ 10^{12} هي 1 متبوعًا بـ ..... صفرا».

3) اكتب على شكل قوة العدد 10 الأعداد التالية:

100 ؛ 10 000 ؛ 100 000 ؛ 1 000 000 ؛ 1 000 000 000

4) أعط الكتابة العشرية للأعداد التالية: 10^{-2} ؛ 10^{-3} ؛ 10^{-5} ؛ 10^{-9}.

5) انقل وأتمم: «الكتابة العشرية للعدد 10^{-11} تحتوي على ..... صفرا متبوعة بـ 1.

الفاصلة موضوعة بعد ..... الأول»

«في الكتابة العشرية للعدد 10^{-13} رتبة العدد 1 بعد الفاصلة هي .....».

أنشطة

4 قواعد الحساب على قوى العدد 10

1) جداء قوّتين للعدد 10

أنقل وأتمم

$10^3 \times 10^4 = \underbrace{10 \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times 10}_{\ldots\ldots \text{ عاملا}}$

2) نسبة قوتين للعدد 10

انقل وأتمم: $\frac{10^9}{10^5} = 10^9 \times \frac{1}{\ldots\ldots} = 10^9 \times 10 = 10$

3) قوة قوة العدد 10

انقل وأتمم: $(10^3)^5 = (10^3) \times \ldots \times \ldots \times (10^3)$

$= \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \ldots\ldots \times 10}_{\ldots\ldots \text{ عاملا}}$

• قام أحد التلاميذ بالحساب وهذه نتائجه:

$10^3 \times 10^7 = 10^{10}$ صح ؛ $10^5 \times 10^3 = 10^{15}$ خطأ

$\frac{10^5}{10^{-2}} = 10^3$ صح ؛ $10^{-5} \times 10^2 = 10^7$ خطأ

$\frac{10^5}{10^{-2}} = 10^8$ خطأ ؛ $(10^3)^1 = 10^7$ خطأ

أ) اشرح ملاحظات المصحح.

ب) ضع تخمينا للنتائج التالية حيث

n و m عددان صحيحان

$10^m \times 10^n = \ldots$ ؛ $\frac{10^m}{10^n} = \ldots$ ؛ $(10^m)^n = \ldots$

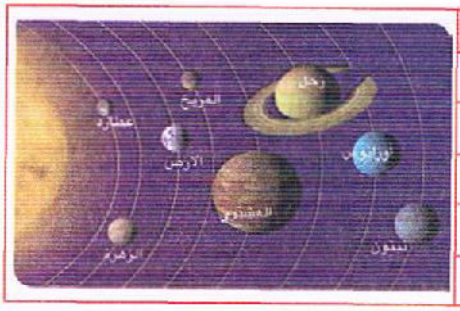
5 الكتابة العلمية - رتبة قَدْر

1) أ) استعمل الآلة الحاسبة لإجراء الجداء: $16\,384 \times 31\,250$

ب) بدون استعمال الآلة الحاسبة، احسب الجداء: $163\,840 \times 312\,500$ (يمكنك استعمال نتيجة السؤال السابق).

جـ) تحقق من صحة النتيجة باستعمال الآلة الحاسبة. هل وجدت نفس النتيجة؟

2) يعتبر الجدول الموالي عن المسافة إلى الشمس:



الكوكب	المسافة إلى الشمس
المريخ	$227,9 \times 10^6$ Km
عطارد	57 910 000Km
زحل	$14,29 \times 10^8$ Km
الأرض	150 000 000Km
الزهرة	$108,2 \times 10^5$ Km

اقترح كل من أمين وإيمان ونسرين كتابة أخرى للمسافة بين الأرض والشمس.

أمين: 150×10^6 Km ؛ إيمان: 15×10^7 Km ؛ نسرين: $1,5 \times 10^8$ Km

أ) أيهم على صواب؟

ب) أكتب كُلّا من المسافات المذكورة على الشكل $a \times 10^n$ ، حيث a عدد عشري برقم واحد قبل الفاصلة يختلف عن الصفر، ثم رتّب هذه المسافات ترتيبا تصاعديا.

3) استعمل الكتابة العلمية لإعطاء رتبة قَدْر بالمتر للأشياء التالية:

• حبة رمل: 0,00025m

• بكتيريا: $0,2\mu m$ (μm تعني ميكرومتر ؛ $1\mu m = 10^{-3}mm$).

• ذَرّة الكربون: 0,14nm (nm تعني نانومتر ؛ $1nm = 10^{-6}\mu m$).

6 قوة عدد نسبي

اكتب على الشكل a^n الأعداد التالية: $3^2 \times 3^5$ ؛ $7^2 \times 7^{-5}$ ؛ $\frac{5^{10}}{5^2}$ ؛ $\frac{7^3}{7^{-2}}$ ؛ $(11^3)^2$ ؛ $(13^2)^{-5}$ ؛ $6^{-8} \times 6^{-2}$

1 قوى 10 ذات أسس موجبة

تدل الكتابة 10^n على جداء n عاملا كلها مساوية للعدد 10.

يُقرأ 10^n: « 10 أس n »

$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \ldots\ldots \times 10}_{n \text{ عاملا}}$

$10^n = \underbrace{100\ldots\ldots0}_{n \text{ صفرا}}$

ملاحظة: $10^0 = 1$ ؛ $10^1 = 10$

أمثلة

- $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$

$10^5 = 100\,000$

- $10^{19} = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots\ldots \times 10}_{19 \text{ عاملا}}$

$10^{19} = \underbrace{10\,000\,000\ldots\ldots000}_{19 \text{ عاملا}}$

2 قوى ذات أسس سالبة

تدل الكتابة 10^{-n} على مقلوب 10^n.

$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times \ldots\ldots \times 10}_{n \text{ عاملا}}} = \frac{1}{\underbrace{10\ldots\ldots0}_{n \text{ صفرا}}}$

$10^{-n} = \underbrace{0,000\ldots\ldots01}_{n \text{ صفرا}}$ ← 1 في الرتبة n بعد الفاصلة.

أمثلة

- $10^{-5} = \frac{1}{10^5}$

$10^{-5} = 0,00001$ ← رتبة العدد 1 هي 5 بعد الفاصلة.

- $10^{-23} = \frac{1}{10^{23}} = \underbrace{0,000\ldots\ldots0001}_{23 \text{ صفرا}}$ ← رتبة العدد 1 هي 23 بعد الفاصلة.

3 قواعد الحساب على قوى العدد 10

n و m عددان صحيحان ؛ لدينا :

$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$

$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$

$(10^m)^n = 10^{mn}$

أمثلة

$10^4 \times 10^{-6} = 10^{4-6} = 10^{-2}$	$10^3 \times 10^5 = 10^{3+5} = 10^8$
$\frac{10^5}{10^{-2}} = 10^5 \times 10^2 = 10^{5+2} = 10^7$	$\frac{10^7}{10^2} = 10^{7-2} = 10^5$
$(10^{-3})^2 = 10^{-3\times2} = 10^{-6}$	$(10^3)^2 = 10^{3\times2} = 10^6$

• قوة 10 ذات أس موجب

تمرين

1) اكتب على شكل قوة 10: $a = 10\,000$ ؛ $b = 100\,000$ ؛ $c = 1\,000\,000$

2) اكتب كتابة عشرية للعدد $e = 10^9$

حـلّ : $a = 10^4$ ؛ $b = 10^5$ ؛ $c = 10^6$ ؛ $e = 1\,000\,000\,000$

طريقة

لكتابة a ؛ b ؛ c على شكل قوة 10 نكتب 10^n حيث n عدد الأصفار.

لكتابة e على شكل عشري نكتب 1 متبوعًا بـ 9 أصفار.

• قوة 10 ذات أس سالب

تمرين

1) اكتب على شكل قوة 10: $f = 0,01$ ؛ $g = 0,001$ ؛ $h = 0,0001$

2) أعط كتابة عشرية للعدد $i = 10^{-6}$

حـلّ: $f = 10^{-2}$ ؛ $g = 10^{-3}$ ؛ $h = 10^{-4}$ ؛ $i = 0,000001$

طريقة

لكتابة f ؛ g ؛ h على شكل قوة للعدد 10 نكتب 10^{-n} حيث n رتبة 1 بعد الفاصلة.

لكتابة i على الشكل العشري نكتب $i = 0,00\ldots.1$ حيث 1 في الرتبة 6 بعد الفاصلة (5 أصفار بين الفاصلة و1).

• قواعد الحساب على قوى العدد 10

تمرين

أكتب الأعداد الموالية على شكل قوة واحدة للعدد 10:

$A = 10^3 \times 10^5$ ؛ $B = 10^{-3} \times 10^5$ ؛ $C = 10^{-4} \times 10^{-5}$ ؛ $D = \dfrac{10^7}{10^3}$ ؛ $E = \dfrac{10^{-7}}{10^3}$

$F = \dfrac{10^7}{10^{-3}}$ ؛ $G = (10^3)^5$ ؛ $H = (10^{-3})^5$ ؛ $I = (10^3)^{-5}$

حـلّ: $A = 10^8$ ؛ $B = 10^2$ ؛ $C = 10^{-9}$ ؛ $D = 10^4$ ؛ $E = 10^{-10}$ ؛ $F = 10^{10}$

$G = 10^{15}$ ؛ $H = 10^{-15}$ ؛ $I = 10^{-15}$.

طريقة

لكتابة A ؛ B ؛ C على شكل قوة 10 نكتب 10^p حيث p هو مجموع الأسّين: $(10^m \times 10^n = 10^{m+n})$.

لكتابة D ؛ E ؛ F على شكل قوة 10 نكتب 10^q حيث q هو فرق الأسّين: $\left(\dfrac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}\right)$

لكتابة G ؛ H ؛ I على شكل قوة 10 نكتب 10^r حيث r هو جداء القوتين: $((10^m)^n = 10^{m.n})$

دوري الآن

احسب ما يلي وأعط النتيجة على أبسط شكل ممكن:

$P = 7 \times 10^3 \times 3 \times 10^9$ ؛ $Q = 0,5 \times 10^{-2} \times 20 \times 10^4$ ؛ $R = 8 \times 10^{-5} \times 0,3 \times 10^{-3}$

$S = \dfrac{0,2 \times 10^{-6} \times 0,3 \times 10^9}{6 \times 10^{-1}}$ ؛ $T = \dfrac{20 \times (10^3)^{-2}}{5 \times 10^5}$ ؛ $U = \dfrac{7 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-5}}{5 \times (10^{-3})^7}$

4 الكتابة العلمية لعدد عشري

تعني الكتابة العلمية لعدد عشري كتابته على الشكل $a \times 10^n$ حيث a عدد عشري مكتوب برقم واحد غير معدوم قبل الفاصلة و n عدد صحيح نسبي.

ملاحظة: تسمح الكتابة العلمية بقراءة وفهم الأعداد الكبيرة جدا و الصغيرة جدا بسهولة.

مثال

عبّر عن الأبعاد الموالية بالمتر:

- المسافة بين الأرض و القمر 384 400Km
- قطر فيروس: 149nm

(1 نانومتر، $1nm = 10^{-6}mm$)

5 حصر عدد عشري - رتبة قدر عدد

تسمح الكتابة العلمية لعدد عشري بحصره بين قوتين ذات أسين متتاليين.

إذا كانت الكتابة العلمية لعدد عشري A هي: $a \times 10^n$

فإن $10^n < A < 10^{n+1}$ ؛ رتبة قَدْر العدد A هي: $a' \times 10^n$ حيث a' هو مدور a إلى الوحدة.

أمثلة

- المسافة بين المريخ و الشمس هي: $227,9 \times 10^6 Km$

الكتابة العلمية هي $2,279 \times 10^8 Km$

رتبة قَدْر هي: $2 \times 10^8 Km$

6 قوة عدد نسبي

a عدد صحيح غير معدوم و n عدد طبيعي.

تدل الكتابة a^n على جداء n عاملا كلها مساوية للعدد a.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times ..... \times a}_{n \text{ عاملا}}$$

يُقرأ a^n : « a أس n».

تدل الكتابة a^{-n} على مقلوب a^n.

ملاحظة هامة: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

أمثلة

- $3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ عوامل}}$

$3^4 = 81$

ملاحظة: $a^1 = a$ ؛ $a^0 = 1$

- $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04$

7 قواعد الحساب على قوى عدد نسبي

a و b عددان غير معدومين ؛ n و m عددان صحيحان نسبيان.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ ؛ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ؛ $(a^m)^n = a^{m.n}$ ؛ $(ab)^n = a^n \times b^n$ ؛ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

أمثلة

- بسّط العبارات الموالية:

$8^2 \times 8^5$ ؛ $\frac{3^6}{3^2}$ ؛ $\frac{7^{-3}}{7}$ ؛ $(2^3)^5$ ؛ $(7 \times 4)^2$ ؛ $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

8 إجراء حساب يتضمن قوى

عند إجراء سلسلة حسابات تتضمن قوى تعطى الأولوية لحساب القوى.

أمثلة

أ) $\frac{1}{2} \times (2^3)^2 = \frac{8^2}{2} = \frac{64}{2} = 32$

ب) $5 \times (2^3) = 5 \times 8 = 40$

جـ) $3 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 8 \times 10 + 5 = 3985$

• الكتابة العلمية

تمرين: أعط الكتابة العلمية لكل من: $A = 352\,000$ ؛ $B = 0,043$.

حـلّ: الكتابة العلمية للعدد A هي: $A = 3,52 \times 10^5$

طريقة

• في أيّ عدد نضرب 3,52 حتى نتحصل على 352 000 ؟

• وكأنه أزحنا الفاصلة نحو اليسار بـ 5 رتب إذن نضرب في 10^5 ويكون $352\,000 = 3,52 \times 10^5$

• الكتابة العلمية للعدد B هي $B = 4,3 \times 10^{-2}$

طريقة

• في أيّ عدد نضرب 04,3 حتى نحصل على 0,043 ؟

• وكأنه أزحنا الفاصلة نحو اليمين برتبتين إذن نضرب في 10^{-2} ويكون $0,043 = 4,3 \times 10^{-2}$

• رتبة قَدْر عدد عشري

تمرين: إليك العددين A و B حيث $A = 526\,000\,000$ ؛ $B = 0,00027$

1) اكتب كُلّا من A و B كتابة علمية.

2) أعط حصرا لكل من A و B بين قوّتين متتاليتين للعدد 10.

3) أعط رتبة قدر لكل من A و B.

حـلّ: $A = 5,26 \times 10^8$ ؛ $B = 2,7 \times 10^{-4}$ ؛ $10^8 \leq A < 10^9$ ؛ $10^{-4} \leq B < 10^{-3}$

• رتبة قدر A هي 5×10^8 • رتبة قدر B هي 3×10^{-4}

طريقة 1

عندما تكون الكتابة العلمية لعدد A هي $a \times 10^n$ فيكون حصر A كالتالي: $10^n \leq A < 10^{n+1}$

طريقة 2

رتبة قَدْر عدد مكتوب على شكله العلمي $a \times 10^n$ هو $a' \times 10^n$ حيث a' هو مدوّر a إلى الوحدة.

• قواعد الحساب على قوى عدد نسبي

تمرين: بسّط العبارة : $A = \dfrac{2^5 \times 3^8}{3^5 \times 2^3}$

حـلّ: $A = \dfrac{2^5}{2^3} \times \dfrac{3^8}{3^5} = 2^{5-3} \times 3^{8-5} = 2^2 \times 3^3$ إذن $A = 4 \times 27 = 108$

دوري الآن

1 • أعط الكتابة العلمية ثم رتبة قَدْر لكل من:

المسافة أرض - شمس: $149,59789 \times 10^6 Km$

كتلة الكربون: $199 \times 10^{-26} Kg$

2 • بسّط ما يلي: $\dfrac{(5^2 - 3 \times 7)^2}{10 - 2^3}$

أوظّف تعلّماتي

قوى 10

1 اكتب الأعداد التالية كتابة عشرية:

10^2 ؛ 10^5 ؛ 10^7 ؛ 10^{10}

2 عبّر لغويا عن الأعداد التالية:

10^1 ؛ 10^2 ؛ 10^3 ؛ 10^6 ؛ 10^9

3 اكتب الأعداد التالية كتابة عشرية:

10^{-5} ؛ 10^{-7} ؛ 10^{-9}

4 عبّر لغويا عن الأعداد التالية:

10^{-1} ؛ 10^{-2} ؛ 10^{-3} ؛ 10^{-6} ؛ 10^{-9}

5 اكتب الأعداد التالية على شكل قوة 10 ثم كتابة عشرية:

$\frac{1}{10^2}$ ؛ $\frac{1}{10^3}$ ؛ $\frac{1}{10^5}$ ؛ $\frac{1}{10^4}$ ؛ $\frac{1}{10^6}$ ؛ $\frac{1}{10^9}$

6 اكتب على شكل قوة 10

10 000 ؛ 100 000 ؛ 100 000 000

1 000 000 000 ؛ 0,01 ؛ 0,0001

0,0000001 ؛ 0,000000001

$\frac{1}{10^3}$ ؛ $\frac{1}{10^5}$ ؛ $\frac{1}{10^8}$ ؛ $\frac{1}{10^4}$ ؛ $\frac{1}{10^6}$ ؛ $\frac{1}{10^7}$

7 اكتب الأعداد التالية على شكل قوة للعدد 10:

مئة ؛ ألف ؛ مليون ؛ مئة ألف؛ مئة مليون؛ مئة مليار.

8 اختر الإجابات الصحيحة

10^6 يساوي: أ) $10^2 \times 10^3$ ؛ ب) 6 000 000

جـ) $(10^2)^3$ ؛ د) $10\times10\times10\times10\times10\times10$

9 انقل الكتابات التي تدل على نفس العدد، وعبّر عنها لغويا: 0,001 ؛ 0,000001 ؛ 10 000 000 ؛

10^{-6} ؛ 10^{-3} ؛ 0,0001 ؛ 10^{-4} ؛ 10^9 ؛ 10^7 ؛

10^{-9} ؛ $\frac{1}{10^3}$ ؛ 1 000 000 001 ؛ 0,000000001

10 انقل وأتمم بالوحدة المناسبة:

$1kg = 10^3$.... ؛ $1hm = 10^5$....

$1m^2 = 10^4$.... ؛ $1mL = 10^{-2}$....

$1cm^3 = 10^{-9}$.... ؛ $1dam = 10^3$....

11 املأ الفراغ بقوة للعدد 10:

1hm = ...m ؛ 1km = ...cm

1g = ...mg ؛ 1dag = ...dg

10^4mm = ...m ؛ 10^2cm = ...m

10^5g = ...kg ؛ 10^1kg = ...mg

12 في ميدان الإعلام الآلي الأكتي (octet) هو وحدة كمية المعلومات التي تخزّن ؛ مضاعفات هذه الوحدة هي:

- كيلو أكتي 1Ko = 1000 octets
- ميغا أكتي 1Mo = 1000Ko
- جيغا أكتي 1Go = 1000Mo
- تيرا أكتي 1To = 1000Go

Ko : Kilooctet - Mo : Mégaoctet

Go : Gigaoctet - To : Téraoctet

اكتب هذه الوحدات بدلالة الأكتي (octet) مستعملا قوى العدد 10.

13 اكتب على شكل قوة العدد 10

1) ألف مليار لألف كتاب. 2) مئة ألف مليار قصة.

3) جزء من المئة لجزء من المليون.

عمليات على قوى 10

14 عبّر ذهنيا بدلالة قوة على الشكل 10^n

$10^{-4}\times10^7$ ؛ $\frac{10^9}{10^3}$ ؛ $\frac{10^4}{10^{-5}}$ ؛ $(10^3)^2$ ؛ $(10^{-4})^3$ ؛

$(10^5)^{-3}$ ؛ $10^5\times10^4$ ؛ $10^{-6}\times10^{-3}$

$\frac{10^4\times10^6}{10^5}$ ؛ $\frac{10^{-6}\times10^3}{10^{-7}}$ ؛ $10^5(10^3)^2$

15 احسب وأعط النتيجة على شكل 10^n

$$A = \frac{10^2\times10^{-6}\times(10^{-3})^4}{(10^{-2})^3\times10^3\times10^5}$$

$$B = \frac{(10^{-4})^2\times(10^3)^{-2}\times(10^2)^3}{(10^3)^4\times(10^{-4})\times(10^2)^{-4}}$$

3) اكتب على الشكل 10^n

100×10^3 ؛ $1000\,000\times10^{-6}$ ؛ $\frac{10^{-8}}{10\,000}$

$0,001\times10^{-2}$ ؛ $\frac{1000}{10^{12}}$ ؛ $\frac{0,0001}{10^9}$ ؛ $\frac{1}{0,001}$

16 أعط كتابة عشرية:

$10^{15}\times(10^{-15}+10^{-13})$ ؛ $10^{-17}\times(10^{19}-10^{18})$

17 من بين العبارات التالية؛ جد التي تساوي 10^{-6}:

$A = \frac{10^2}{10^8}$ ؛ $B = 10^{-2}\times10^{-4}$

$C = 10^3\times10^{-9}$ ؛ $D = \frac{1}{10^6}$

أوظّف تعلّماتي

$E = 0,01 \times 10^{-4}$ ؛ $F = \frac{10^{-8}}{100}$

$G = \frac{0,001}{10^{3}}$ ؛ $H = 10^{-9} \times 1000$

$I = 10^{-12} \times (10^{12} + 10^{6})$

18 هذه شاشة آلة حاسبة.

$10^{-3} \times \frac{10^{-4} \times 10^{9}}{10^{5}}$

10^{-3}

ما هي النتيجة التي نتحصل عليها إذا استبدلنا في العبارة على الشاشة 10^{-3} بـ a ؛ a عدد كيفي.

19 تحقق من أن كل جدول من الجدولين المواليين هو سحري ضربيا؛ بمعنى أنّ نتيجة جداء العوامل في كل سطر وفي كل عمود وفي كل قطر متساوية.

الجدول (1)

10^{8}	10	10^{6}
10^{3}	10^{5}	10^{7}
10^{4}	10^{9}	10^{2}

الجدول (2)

100	10^{3}	10^{-2}
10^{-3}	10	10^{5}
10^{4}	$0,1$	1

20 صحيح أم خطأ:

- الجزء من المليار هو 10^{-9}
- نصف 10^{2018} هو 10^{1009}
- $10^{2} + 10^{3}$ يساوي 10^{5}
- $1000 \times 10^{-5} = 10^{-2}$
- $58,475 \times 10^{-8} = 5847,5 \times 10^{-6}$

الكتابة العلمية لعدد عشري

21 انقل وأتمم:

$9372 = ... \times 10^{3}$ ؛ $0,1375 = ... \times 10^{-2}$

$2376,7 = 23,767 \times 10^{...}$ ؛

$0,865 = 0,000865 \times 10^{...}$

22 اذكر في كل حالة إذا كانت الكتابة كتابة علمية:

15×10^{4} ؛ $3,236 \times 10^{-3}$ ؛ $0,845 \times 10^{3}$

$8,879 \times 10^{-2}$ ؛ 9×10^{10} ؛ $1,85 \times 10^{6}$

23 من بين هذه الأعداد، اذكر المتساوية منها:

$0,0145$ ؛ $14,5 \times 10^{-5}$ ؛ $0,000145 \times 10^{-4}$

1450000×10^{-8} ؛ $1,35 \times 10^{5}$

135×10^{-7} ؛ 13500×10^{-8}

24 اكتب كل عدد على الشكل: $a \times 10^{6}$

$267,3$ ؛ $-9\,738\,459$ ؛ $0,025 \times 10^{9}$

$79,58 \times 10^{3} - 59,8 \times 10^{8}$ ؛ $74\,368 \times 10^{-2}$

25 اكتب على الشكل: 68×10^{n}

$68\,000$ ؛ $6\,800 \times 10^{9}$ ؛ $0,068 \times 10^{-4}$

26 أعط كتابة علمية لكل من الأعداد:

397000 ؛ $0,036$ ؛ 985754 ؛ $0,98$

843200000 ؛ $0,0000253$

27 صحيح أم خطأ: $16 \times 10^{3} > 14 \times 10^{4}$ ؛

$3,8 \times 10^{5} > 5,7 \times 10^{4}$ ؛ $21 \times 10^{8} > 1,8 \times 10^{9}$

$4,3 \times 10^{6} > 0,78 \times 10^{7}$.

28 صحيح أم خطأ:

$6 \times 10^{-3} > 5 \times 10^{-4}$ ؛ $9,8 \times 10^{-5} > 5,7 \times 10^{-4}$

29 رتّب الأعداد التالية ترتيبا تصاعديا بعد كتابتها كتابة علمية: $78,96 \times 10^{3}$ ؛ 1×10^{4} ؛ $120,04 \times 10^{2}$

8354 ؛ $123\,897 \times 10^{-1}$ ؛ $0,09999 \times 10^{5}$

30 احسب واكتب النتيجة كتابة علمية:

$$A = 85,7 \times 10^{5} + 45 \times 10^{11}$$

$$B = \frac{0,6 \times (10^{3})^{2} \times 6 \times 10^{-4}}{9 \times 10^{5}}$$

31 احسب واكتب النتيجة كتابة علمية:

$A = 2\,400 \times 8\,000$ ؛ $B = 0,00009 \times 0,003$

$C = 7\,000 \times 0,0015$ ؛ $D = \frac{36\,000\,000}{0,00018}$

رتبة قدْر والحصر

32 إليك المسافات الدنيا بالكيلومتر بين الشمس والكواكب التالية:

المريخ (Mars)	$0,21 \times 10^{9}$ Km
عطارد (Mercure)	46 000 000Km
زحل (Saturne)	1350×10^{5} Km
الأرض (Terre)	$14,7 \times 10^{7}$ Km
الزهرة (Venus)	1075×10^{5} Km

اكتب كل مسافة كتابة علمية واحصرها بين قوّتين متتاليتين للعدد 10، ثم أعط رتبة قدر لكل منها.

33 إليك العددين: $A = 0,0039 \times 10^{-7}$

$B = 23\,678 \times 10^{15}$

أعط رتبة قدّر كل من $A \times B$ ، $\frac{A}{B}$

قوة عدد نسبي

34 احسب ذهنيا:

2^4 ؛ $(-2)^4$ ؛ -2^4 ؛ $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ ؛ 3^{-3} ؛ $(-3)^3$ ؛ -3^{-2}

35 احسب ذهنيا:

$(0,25)^2 \times 4^2$ ؛ $8^2 \times 1,25^2$ ؛ $(0,4)^2 - 25^2$

$5^3 \times 2^3$ ؛ $25^3 \times 0,04^3$ ؛ $(0,05)^4 \times 20^4$

36 انقل واملأ الفراغ في كل حالة:

$7^3 \times 7^{\cdots} = 7^7$ ؛ $3^4 \times 3^{\cdots} = 3^{-2}$

$56^2 = 7^2 \times \ldots^2$ ؛ $6^3 = 2^3 \times \ldots^3$

37 انقل واملأ الفراغ في كل حالة:

$\frac{9^{10}}{9^{\cdots}} = 9^7$ ؛ $\frac{3^{-2}}{3^{\cdots}} = 3^6$

$4,5^2 = 0,9^2 \times \ldots^2$ ؛ $1,5^{10} = 3^{10} \times \ldots^{10}$

38 انقل الجدول واملأ الفراغات (يمكنك استعمال الة حاسبة):

a	2	...	...	9	...	-4
n	...	-1	5	...	4	...
a^n	32	0,5	-32	1	1296	-1024

39 اكتب العدد الناقص في كل حالة:

أ) $3^2 + 4^2 = \ldots^2$

ب) $\ldots^2 + 15^2 = 17^2$

جـ) $\ldots^3 + 6^3 + 8^3 = 9^3$

د) $4^4 + 6^4 + 8^4 + 9^4 + 14^4 = 15^{\cdots}$

40 احسب:

$\left(\frac{3}{10}\right)^2$ ؛ $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ ؛ $\left(\frac{5}{3}\right)^2$ ؛ $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ ؛ $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ ؛ $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$ ؛ $\left(\frac{7}{5}\right)^{-1}$

$\left(\frac{10}{47}\right)^{-1}$ ؛ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}$ ؛ $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}$ ؛ $\left(-\frac{7}{5}\right)^{-1}$

$\left(-\frac{3}{5}\right)^2$ ؛ $\left(-\frac{4}{3}\right)^{-3}$ ؛ $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}$

41 اكتب على شكل قوة واحدة:

أ) $6^4 \times 36$ ؛ ب) 8×2^5

جـ) $\frac{125}{5^4}$ ؛ د) $25 \times 0,2^2$

هـ) $16^3 \times 2^4$ ؛ و) $\frac{9^4}{3^3}$

ز) $2^3 \times 125$ ؛ حـ) $5^4 \times 16$

ط) 81×5^2 ؛ ي) $0,16 \times 0,81$

42 بدون إجراء عمليات؛ اشرح لماذا:

أ) $36^3 = 6^6$ ؛ ب) $27^4 = 3^{12}$

43 اكتب على شكل قوة واحدة

أ) $\frac{3^3 \times 9}{3 \times 3^2}$ ؛ ب) $\frac{2^4 \times 16}{2^6}$

جـ) $\frac{5 \times 5^3}{125}$ ؛ د) $\frac{8}{2^4}$

44 احسب ما يلي:

أ) $(8 - 3 \times 2)^2$ ؛ ب) $8 - 3 \times 2^2$

جـ) $(8 - 3) \times 2^2$ ؛ د) $8 - (3 \times 2)^2$

45 احسب ما يلي:

$a = 2 + 4 \times 7^2$ ؛ $b = (-3)^2 + 2 \times 5^2$

$c = -3(-8 + 6)^2$ ؛ $d = [3 - 2(-4)]^2 \times 3$

46 احسب ما يلي:

$a = (4 + 2)^2 \div 9$ ؛ $b = 16 \div (9 - 7)^2$

$c = \frac{54}{5 \times 9 - 6^2}$ ؛ $d = \frac{(5^2 - 3 \times 7)^2}{10 - 2^3}$

47 1) ما هو طول ضلع مربع مساحته: $15^{10}\,cm^2$

2) ما هو طول حرف مكعب حجمه: $7^{15}\,cm^3$

3) ما هو الطول الإجمالي لكل أحرف مكعب حجمه: $12^{21}\,cm^3$

جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.

					عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :
1	$10^5 =$	10 000	0,0001	100 000	42 و 43
2	$10^4 =$	-40	0,0001	10 000	42 و 43
3	$10^{-1} =$	0,1	-0,1	0,01	42 و 43
4	$10^3 \times 10^2 =$	10^6	10^5	100^6	42 و 43
5	$10^3 \times 10^{-3} =$	100	1	10 000	42 و 43
6	$(10^3)^2 =$	1 000 000	100 000	10 000	42 و 43
7	$10^2 + 10^{-2} =$	20^2	100,001	20^{-2}	42 و 43
8	$10^2 - 10^{-2} =$	99,9	99,99	0	42 و 43
9	$(10^{-1} + 10^1)/10 =$	0,101	10,1	1,01	42 و 43
10	$10^{17} \div 10^{20} =$	10^3	10^{-3}	0,010	42 و 43
11	36 مليون تُكتب:	$3,6 \times 10^8$	$3,6 \times 10^5$	36×10^6	42 و 43
12	الكتابة العلمية لـ 5 200 000 هي	52×10^5	$5\,200 \times 10^3$	$5,2 \times 10^6$	44 و 45
13	الكتابة العلمية لـ $432,6 \times 10^7$ هي	$4,326 \times 10^5$	$4,326 \times 10^9$	$4,326 \times 10^4$	44 و 45
14	الكتابة العلمية لـ $0,012 \times 10^{-3}$ هي ...	$1,2 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-5}$	44 و 45
15	الكتابة العلمية لـ $6,2 \times 10^{25} \times 5 \times 10^{-14}$ هي	$3,1 \times 10^{10}$	$3,1 \times 10^{11}$	$3,1 \times 10^{12}$	44 و 45
16	الكتابة العلمية لـ $23 \times 10^{-3} - 0,4 \times 10^{-2}$ هي	$1,9 \times 10^{-3}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$-1,9 \times 10^{-2}$	44 و 45
17	$7,19 \times 10^{-5}$ هي الكتابة العلمية لـ	0,00719	0,0000719	0,000719	44 و 45
18	$2,5 \times 10^{-1}$ هي الكتابة العلمية لـ	0,025	$\frac{1}{2,5}$	2^{-2}	44 و 45
19	رتبة قَدْر $0,00912 \times 10^{11}$ هي	9×10^{14}	9×10^8	$9,1 \times 10^8$	44 و 45
20	عدد محصور بين 10^{-3} و 10^{-4} هو	0,0035	534×10^{-4}	$0,786 \times 10^{-3}$	44 و 45
21	$A=0,56 \times 10^{-4}$ ؛ $B=63 \times 10^{-6}$ ؛ $C=7,25 \times 10^{-5}$	$B < C < A$	$A < C < B$	$A < B < C$	44 و 45
22	$(-2)^5 =$	-10	-32	32	42 و 43
23	$(3^2)^5 =$	3^{10}	3^7	45	42 و 43
24	$-2 \times 5^2 =$	100	-50	-100	44 و 45
25	نِصف 4^8 هو	4^4	2^4	2×4^7	44 و 45

أتعمّــق

48 اكتب على شكل قوة واحدة:

$\frac{4^3}{2^3}$ ؛ $\frac{100^3}{10^3}$ ؛ $\frac{15^4}{3^4}$ ؛ $\frac{9^6}{27^6}$

49 احسب وأعط النتيجة على شكل جداء عدد طبيعي (أصغر ما يمكن) وقوة للعدد 10.

$2^6\times5^5$ ؛ $\frac{2^2\times5^2}{10}$ ؛ $0,003\times2^4\times5^4$ ؛ $0,5\times5^7\times2^9$

50 بدون آلة حاسبة احسب: $A=\frac{10\,000^2\times100^5}{0,01^3}$

51 عبّر على شكل قوة:

$2^{60}+2^{60}+2^{60}+2^{60}$ ؛ $5^{30}+5^{30}+5^{30}+5^{30}+5^{30}$

52 أعط كتابة علمية لكل من الأعداد:

$A=\frac{3\times10^2\times1,8\times10^{-3}}{6\times10^4}$ ؛

$B=\frac{4\times10^{-2}\times9\times10^3}{6\times10^7\times12\times(10^3)^2}$

53 1) تحقق أنّ الجدول الموالي هو جدول سحري ضربيا بمعنى أنّ جداء الأعداد في كل سطر وفي كل عمود وفي كل قطر متساوي.

3×7	$3^4\times7^2$	3
3^2	$3^2\times7$	$(3\times7)^2$
$7^2\times3^3$	1	$3^3\times7$

2) انقل وأتمم الجدول الموالي بحيث يكون سحريا ضربيا:

$3^4\times2^2\times5$	.....	.....
$3^4\times5^2$	$3^3\times2^2\times5^2$	$(3\times5)^2\times2^4$
.....	.....	.....

54 عبّر بدلالة كتابة علمية عن المقادير التالية:

عُمْر الأرض: 4,5 مليار سنة.

عرض بكتيريا هو $1,5\mu m$؛ $(1\mu m = 0,001mm)$

عدد سكان الكرة الأرضية هو 7,3 مليار.

سرعة الضوء: 300 000 000m/s

انقراض الديناصورات (65 000 000-) سنة.

سمك ورقة ألومنيوم: 0,002cm

55 إليك برنامج الحساب.

1) اختر عددا — 3) اطرح منه 10^5

2) اضربه في 10^7 — 4) أعط النتيجة النهائية.

أ) ماذا يساوي العدد النهائي إذا اخترنا: 1 ؛ 10^3 ؛ 10^{-2}؟

ب) ما هو العدد الذي اخترناه إذا تحصلنا على النتيجة 10^8؟

56 إليك برنامج حساب:

1) اختر عدد — 3) اضربه في 10^{-3}

2) اضربه في 10^7 — 4) قسّمه على 10^2

باستعمال هذا البرنامج؛ ما هو العدد الذي نتحصل عليه إذا اخترنا في البداية:

2 ؛ -5 ؛ 0,75 ؟

تقترح ليلى ضرب العدد المختار في 100 للحصول على النتيجة. ما رأيك؟ علل إجابتك.

57 يدق قلب الإنسان حوالي 75 دقة في الدقيقة.

علما أنّ متوسط عمر الإنسان هو 80 سنة؛ ما هو عدد دقات قلب الإنسان خلال حياته؟

أعط النتيجة على شكل كتابة علمية.

58 يُقدَّر عدد المجرات القابلة للرؤية في الكون بـ 100 مليار؛ إذا افترضنا أن مجرة واحدة تحتوي على مئة مليار نجمة؛ أعط عدد النجوم القابلة للرؤية في الكون على شكل قوة للعدد 10.

59 يرمش الإنسان بعينيه حوالي 30000 مرة في اليوم.

علما أنّ متوسط عمر الانسان هو 80 سنة؛ كم من مرة يرمش الإنسان في حياته؟

اكتب النتيجة كتابة علمية.

60 إليك المعطيات التالية:

مساحة الكرة الأرضية حوالي: $5\times10^8 Km^2$.

مساحة المحيطات حوالي: $35\times10^7 Km^2$.

مساحة اليابسة حوالي: $150\times10^6 Km^2$.

ما هي النسبة المئوية من مساحة الكرة الأرضية التي تمثلها: المحيطات؟ اليابسة؟

اشرح لماذا يسمى كوكب الأرض بالكوكب الأزرق؟

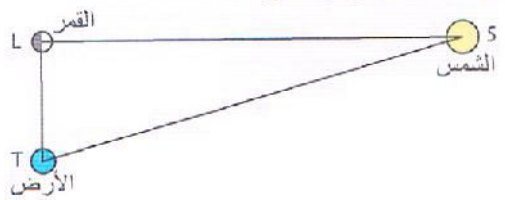
61 عندما يكون القمر نصف مضاء (بالنظر إليه من الأرض)؛ هذا يعني أن الزاوية:

(الأرض-القمر-الشمس) تساوي 90°.

احسب حينئذ المسافة بين الشمس والقمر بالكيلومتر؟

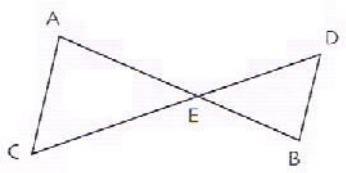
• المسافة بين الشمس والأرض: 149 597 870Km

• المسافة بين الأرض والقمر: 384 400Km



أتعمّق

62 المستقيمان (AC) و (BD) متوازيان.



$AE = 4,2 \times 10^4$

$EB = 3,2 \times 10^3$

$EC = 6,8 \times 10^5$

احسب الطول ED.

63 مزّق شخص ورقة إلى 8 أجزاء (مرحلة أولى) ؛ ثم أخذ جزءًا ومزقه إلى 8 أجزاء (مرحلة ثانية)؛ وهكذا في كل مرحلة يأخذ جزءًا ويمزقه إلى 8 أجزاء.

بَعد كم من مرحلة يكون عدد الأجزاء المحصل عليها 2017 إذا افترضنا أن هذا الشخص قادر على تمزيق الورق حتى ولو كان صغيرا ؟

64 1) علبة ذات 500 ورقة من الشكل A4 لها سُمْك 5cm.

أ) ما هو سُمْك الورقة الواحدة؟

ب) استعمل قوة للعدد 10 للتعبير عن هذا السُّمْك بالمتر.

2) نطوي هذه الورقة على اثنين.

ما هو سُمْك هذه الورقة بعد الطي؟

3) نطوي الورقة مجددا على اثنين.

ما هو السُّمْك المحصل عليه بعد الطي؟

4) نفترض أنه بمقدورنا طي الورقة على 2 بعدد المرات الذي نريد.

ما هو السُّمْك المحصل عليه عند طي الورقة 10 مرات؟

65 1) مساحة الكرة الأرضية تساوي بالتقريب $510\ 067\ 420 Km^2$

تمثل المحيطات 71 % من هذه المساحة؛ ما هي مساحة المحيطات؟

2) نفرض أن متوسط عمق المحيطات هو 3 800m

أعط قيمة مقربة لحجم المحيطات.

3) يمثل هذا الحجم 97 % من الحجم الكلي للماء الموجود على الأرض؛ ما هو الحجم الكلي للماء الموجود على الأرض؟

4) أعط تقديرا لحجم قاعة دراسة في مؤسستك؟ كم يلزم من قاعة دراسة لاحتواء كل الكمية الموجودة في الأرض؟

66 1) يقطع الضوء في الفراغ وفي الهواء مسافة 299 792 458m/s.

احسب بالدقائق المدة التي يستغرقها الضوء لقطع المسافة من الشمس إلى الأرض (149 597 870Km)

2) السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة.

أ) عبّر بالمتر عن سنة ضوئية، باستعمال الكتابة العلمية وبالتدوير إلى رقم واحد بعد الفاصلة.

ب) Proxima Centauri هي النجمة الأقرب من المجموعة الشمسية ؛ وهي تقع على مسافة 11,5al (سنة ضوئية) من المجموعة الشمسية.

على كم من كيلومتر من المجموعة الشمسية تقع النجمة Proxima Centauri؟

67 في سنة 2009، قُدِّرَت كمية المعلومات المخزنة في العالم بـ: 800 مليار Gigaoctet ؛ في نهاية سنة 2020 تُقدَّر كمية المعلومات المتوقعة للاحتفاظ بـ 45 مرة أكبر من كمية 2009.

كم يلزم من قرص صلب ذي سعة $500Go$ لتخزين معلومات 2020؟ عبّر عن هذه الكمية بكتابة علمية.

68 أضع جرثومة واحدة في علبة ياغورت؛ تنقسم الجرثومة إلى اثنين كل ثانية؛ بحيث بعد دقيقة امتلأت كل علبة الياغورت.

ما هي المدة اللازمة لملء نفس العلبة إذا وضعنا 4 جرثومات مماثلة في البداية؟

69 1) انقل وأتمم الجدول الموالي:

العدد	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8
رقم الآحاد								

2) عيّن رقم آحاد الأعداد التالية: 2^9 ؛ 2^{13} ؛ 2^{18} ؛ 2^{40}

3) عيّن رقم آحاد 2^{2012}

70 السنة الضوئية (al) هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة.

سرعة الضوء في الفراغ والهواء هي: 299 795 458m/s

في سنة 2005 لاحظ علماء الفلك انفجار نجمة تقع على بُعد 13 مليار سنة ضوئية من الأرض.

عبّر عن هذه المسافة بالكيلومتر.

أدمج تعلّماتي

وضعية

جزيء ثاني أكسيد الكربون

ثنائي أكسيد الكربون هو جزيء مكون من ذرة واحدة للكربون وذرتي أكسجين.

r_1 نصف قطر ذرة الأكسجين هو 48pm

r_2 نصف قطر ذرة الكربون هو 67pm

d المسافة بين مركزي الذرتين هي 0,112nm

1) أعط الكتابة العلمية لكل من r_1 ؛ r_2 و d.

2) ما هو طول جزيء ثاني أكسيد الكربون؟

استعن بالجدول التالي:

تيرا	جيغا	ميغا	كيلو	هكتو	ديكا
Téra	Giga	Méga	Kilo	Hecto	Déca
10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{1}

ديسي	سنتي	ميلي	ميكرو	نانو	بيكو
Déci	Centi	Milli	Micro	Nano	Pico
10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

توجيهات

قراءة وفهم الوضعية

1) ما دلالة كل من r_1 ؛ r_2 ؛ d؟

2) ما دلالة pm ؛ nm؟

3) ما هو المطلوب؟

تحليل الوضعية واختيار استراتجية حل مناسبة

1) كيف نكتب عددا عشريا كتابة علمية؟

2) ما هي الوحدة المناسبة التي نختارها لتحويل الأطوال المعطاة إليها.

3) هل الشكل متناظر؟ أعط عبارة مبسطة لطول الجزيء بدلالة r_1 ؛ r_2 ؛ d.

حل مختصر

1pm(pictomètre)

$1pm = 10^{-12}m$

$r_1 = 48pm = 48 \times 10^{-12}m$

$r_1 = 48p\text{-} = 48 \times 10^{-11}m$

$r_2 = 67pm = 1,7 \times 10^{-11}m$

1nm(nanomètre)

$d = 0,112nm$

$d = 0,112 \times 10^{-9}m$

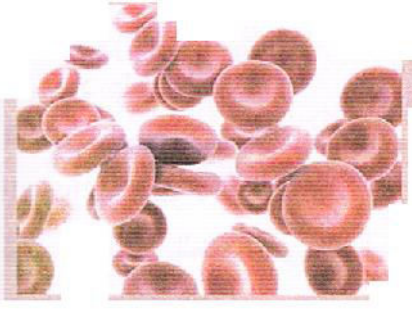
$d = 1,12 \times 10^{-10}m$

$d = 2(r_1 + r_2 + d)$

$4,54 \times 10^{-10}m$

$4,54 \times 10^{-7}nm$

وضعية للتقويم



1) يحتوي $1mm^3$ من الدم على 4500000 كرية دم حمراء، ويحتوي جسم الإنسان على 6L من الدم. كم كرية حمراء يحتوي عليها؟

2) شكل الكرية الحمراء قابل للتشبيه مع أسطوانة قطرها $7,5\mu m$ وارتفاعها $2\mu m$ $(1\mu m = 10^{-3}mm)$

إذا تراكمت الكريات الحمراء ؛ ما هو ارتفاع العمود المتحصّل عليه؟

حساب قوى عدد نسبي باستعمال مجدول إكسال

. مكافأة «سيسا»

وعد «شيران» وهو ملك هندي، «سيسا» مخترع لعبة الشطرنج، بأن يعطيه كل ما يطلبه مكافأة له على اختراعه ؛ وطلب منه ما يريد، فأجاب سيسا:

أعطني حبة قمح في الخانة الأولى من لعبة الشطرنج، وحبتين في الخانة الثانية وأربع حبات في الخانة الثالثة وهكذا بوضع الضعف في الخانة الموالية حتى الخانة الرابعة والستين.

1) هل تظن كما ظن الملك أن هذا الطلب متواضع جدا؟

2) ما هو عدد حبات القمح في كل خانة؟

3) ما هو عدد حبات القمح الإجمالي؟

4) إذا كانت حبة القمح تزن 50mg ما هي بالطن الكمية اللازمة؟

5) إذا كانت حصيلة القمح السنوية هي 50 000 طن، كم من سنة يلزم الملك للوفاء بعهده؟

. حل

يعتمد على حساب عدد حبات القمح الإجمالي، لذلك نحسب عدد حبات القمح في كل خانة ثم نجمع.

1) افتح صفحة من المجدول وأتممها كما هو مقابل.

	A	B	C
1	رقم الخانة	عدد حبات القمح	
2	1	1	
3			

2) سنكمل السطر الثالث:

أ) أكمل الخانة A3 كما هو مقابل؛ ثم اضغط على اللمسة « Enter » من لوحة المفاتيح.

	A	B	C
1	رقم الخانة	عدد حبات القمح	
2	1	1	
3	=A2+1		
4			

(أدخلنا قاعدة في الخانة A3).

ب) تحقق فعلا أنّ نتيجة الحساب قد ظهرت في الخانة A3.

جـ) في الخانة B3 نريد حساب «محتوى B2 ضرب 2» أدخل القاعدة التي تسمح بهذا الحساب في الخانة B3.

	A	B	C
1	رقم الخانة	عدد حبات القمح	
2	1	1	
3	2	=B2*2	
4			

3) أتمم السطور رقم 4 و 5 بإدخال قواعد حساب.

4) لتفادي مواصلة العمل بهذه الطريقة يمكنك نقل القواعد بالشكل التالي:

أ) حدّد بالفأرة الخانتين A5 و B5

ب) خذ بالمؤشر واضغط باستمرار على المربع الصغير في أسفل الخانة B5 ثم اسحبه نحو الأسفل حتى الخانة B65.

	A	B	C
1	رقم الخانة	عدد حبات القمح	
2	1	1	
3	2	2	
4	3	4	
5	4	8	
6			

5) لحساب عدد حبات القمح في الخانة D2 مثلا؛ أدخل القاعدة =SOMME(B2:B65) ؛ ثم اضغط على مفتاح الدخول «Enter» ؛ ثم فسر النتيجة المسجلة على المجدول.

	A	B	D
1	رقم الخانة	عدد حبات القمح	
2	1	1	=SOMME(B2:B65)
3	2	2	

4 الحساب الحرفي

سأتعلّم في هذا الباب

- تبسيط عبارة جبرية.
- نشر عبارات جبرية من الشكل: $(a+b)(c+d)$
  حيث a و b و c و d أعداد نسبية.
- حساب قيمة عبارة حرفية.
- مقارنة عددين ناطقين.

العبارة الحرفية: $x^4+4x^3+10x^2+12x+9$

تُكتب: م ك م ا ب ت س ١٢ ب ٩

العبارة الحرفية: $10x^2-20$

تكتب: م ا ب لا ع ٢٠

لا تعني العملية (-)

مهدي عبد الجواد، الملتقى السابع المغاربي حول تاريخ الرياضيات العربية، مراكش جوان 2002 (بتصرّف)

استعمال الرموز والعبارات الحرفية عند العرب

يُرجع المؤرخون الفضل لعالم الرياضيات محمد بن موسى الخوارزمي (780 – 850، بغداد) في استعمال الرمز شـ الحرف الأول من كلمة (شيء) للترميز للمجهول.

وقد ظهر الترميز والتعبير الحرفي جليا في أعمال عالم الرياضيات الأندلسي المغربي أبو الحسن علي بن محمد القلصادي (1412 – 1486 تونس) حيث استعمل:

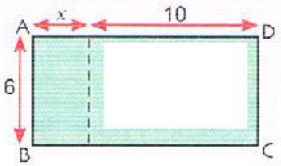
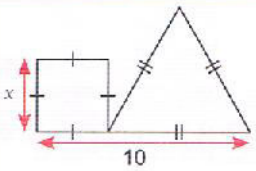
	عدد (وحدة)	شيء x^2	مال x^2	x^3	x^4
الترميز	ع	س	م	ك	م

تحدّي

عددان مجموعهما 191,7 .

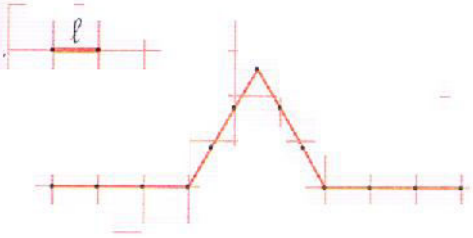
بكم يزداد جداؤهما إذا أضفنا لكل منهما 10؟

جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

الأسئلة	الإجابات (1)	(2)	(3)
1. $2\times5-8$ يساوي	6	-2	18
2. $2\times(5-8)$ يساوي	6	-2	18
3. 3^2-3 يساوي	0	3	-6
4. $a\times a\times a$ يساوي	a^3	$3a$	$a\times a^2$
5. $x+x+x+x+x$ يساوي	x^5	$5x$	$x+5$
6. أي العبارات هي عبارة جداء	$3x+4$	$7+(x-3)$	$(x+5)(2-x)$
7. $2x+3$ يساوي	$5x$	$6x$	$2x+3$
8. $5x\times2x$ يساوي	$10x$	$10x^2$	$7x$
9. أي من العبارات موافقة للبرنامج الآتي: • اختر عددا. • أضف إليه 7. • اضرب الناتج في 3.	$x+7\times3$	$3(x+7)$	$(x+7)\times3$
10. محيط المستطيل ABCD يساوي 	$2(6x+10)$	$2(x+10)+12$	$2(x+16)$
11. مساحة المستطيل ABCD المرسوم أعلاه تساوي	$6x+60$	$6(x+10)$	$6x+10$
12. في الشكل المقابل محيط المثلث يساوي 	$3(10-x)$	$30-x$	$10-3x$

أنشطة

1 تبسيط عبارة جبرية



أ) ℓ وحدة طول. للتعبير عن طول الخط الأحمر بدلالة ℓ

اقترح كل من إلياس ومريم العبارتين:

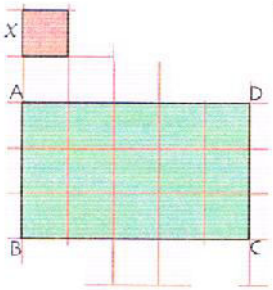
اقتراح إلياس: $4 \times (3\ell)$

اقتراح مريم: $3\ell + 3\ell + 3\ell + 3\ell$

• كيف تبرّر صحة كل من الاقتراحين؟

• ميّز عبارة المجموع وعبارة الجداء من بين الاقتراحين.

• بسّط كلا من العبارتين السابقتين.



ب) • عبّر بدلالة x عن مساحة المربع البنّي.

• عبّر بدلالة x عن بعدي المستطيل ABCD.

• عبّر بطريقتين مختلفتين عن مساحة المستطيل ABCD بدلالة x.

2 حذف الأقواس

إليك أجوبة ثلاثة تلاميذ عن المسألتين الآتيتين:

1) كان في خزان شاحنة 50 لترا من البنزين، استهلكت منها 14 لترا للوصول إلى المحجرة، و 17 لترا للعودة إلى الورشة. اكتب سلسلة عمليات تسمح بحساب عدد لترات البنزين المتبقي في خزان هذه الشاحنة.

2) كان في الحافلة 36 راكبا. عند وصولها المحطة ركب فيها 29 شخصا ونزل 7 اشخاص. اكتب سلسلة عمليات تسمح بحساب عدد ركاب هذه الحافلة عند مغادرتها المحطة.

التلميذ ①	التلميذ ②	التلميذ ③
1) 50 - (14 + 17)	1) 50 - 14 - 17	1) 50 - (14 - 17)
2) 36 + 29 - 7	2) 36 - 29 - 7	2) 36 + (29 - 7)

أ) احسب نتيجة كل سلسلة. ثمّ حدّد الإجابات الصحيحة.

ب) اكتب كل سلسلتين متساويتين واربطهما بالرمز =.

ج) احسب كلا من سلاسل العمليات الآتية، ثمّ اكتبها بدون أقواس.

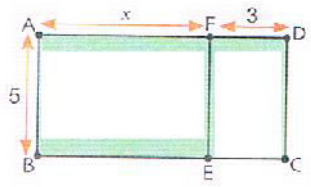
$A = 5 + (3 - 7)$ ، $B = 9 + (-13 - 6)$ ، $C = 3{,}4 - (-3 + 7)$ ، $D = 9 - (4 - 2{,}3)$

د) ما هو التخمين الذي يمكنك وضعه لحذف قوسين غير متبوعتين بالإشارة (x) أو الإشارة (÷) في مجموع جبري؟

أنشطة

3 نشر عبارات جبرية

1) نشر عبارات من الشكل: $a(b+c)$ حيث a و b و c اعداد



أ) يرمز x إلى طول المستطيل ABEF.

• عبّر، بدلالة x، عن AD طول المستطيل ABCD.

• عبّر، بطريقتين مختلفتين، عن مساحة المستطيل ABCD بدلالة x.

• استنتج مساواة بين عبارتي مساحة المستطيل ABCD.

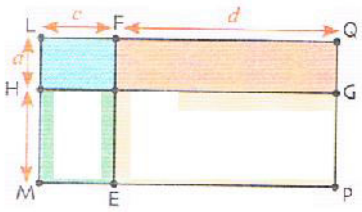
نشر جداء يعني كتابته على شكل مجموع

ب) انشر كلا مما يأتي:

$A = 5\times(x-3)$ ، $B = -2\times(3-y)$ ، $C = x(y+3)$

2) نشر عبارات من الشكل: $(a+b)(c+d)$ حيث a و b و c و d أعداد

في الشّكل المرفق LMPQ مستطيل و (GH) ، (EF) متعامدان و [LQ] ، [HG] متوازيان.



أ) • عبّر، بدلالة a ، b ، c ، d عن بعدي المستطيل LMPQ.

• عبّر عن مساحة المستطيل LMPQ مرّة كجداء لبعديه، ومرّة كمجموع أربع مساحات.

• استنتج مساواة بين عبارتي مساحة المستطيل LMPQ.

ب) انشر كلا مما يأتي:

$A = (x+2)(x+3)$ ، $B = (x-5)(3-y)$ ، $C = (2x-5)(x-7)$

4 حساب قيمة عبارة حرفية

أ) احسب قيمة العبارة $A = (3x+2)(x-5)$ من أجل كل من $x = 1$ و $x = -1$ و $x = 5$.

ب) هذا نشر أحد التلاميذ للعبارة A.

$A = 3x^2 - 17x - 6$

بيّن كيف تستعمل قِيَم العبارة A من أجل $x = 1$ و $x = -1$ و $x = 5$ لتبرير عدم صحة عمل هذا التلميذ.

5 مقارنة عددين ناطقين

أ) انقل الجدول المقابل وأكمله. (لإتمام العمود الثالث يمكن استعمال مستقيم مدرّج في كل حالة، لتعليم النقطة A ذات الفاصلة a، والنقطة B ذات الفاصلة b).

a	b	مقارنة a و b	إشارة الفرق $a-b$
$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{3}$		
$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{9}$		
$-\frac{8}{3}$	$\frac{5}{9}$		
$-\frac{1}{7}$	$-\frac{4}{9}$		
$-\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{7}$		

ب) a و b عددان. انقل وأكمل ما يلي بما يناسب (موجبا، سالبا، أكبر، أصغر).

«إذا كان $a-b$ ..... يكون a ..... من b.

وإذا كان $a-b$ ..... يكون a ..... من b».

جـ) كيف يصبح الفرق $a-b$ عندما يكون a يساوي b.

معارف

1 تبسيط عبارة حرفية

تبسيط عبارة حرفية يعني كتابتها بأقل ما يمكن من الحدود في حالة مجموع أو العوامل في حالة جداء.

أمثلة

• تبسيط عبارة جداء

$4\times(3\ell)=4\times3\times\ell=(4\times3)\times\ell=12\ell$

$(3x)\times(5x)=3\times x\times5\times x=3\times5\times x\times x=15x^2$

• تبسيط مجموع جبري

$4\ell+4\ell+4\ell+4\ell=16\ell$

$3x+5x=8x$

2 حذف الأقواس في عبارة جبرية

في عبارة جبرية يمكن حذف القوسين غير المتبوعتين بـ × أو ÷ بشرط أن:

• نحذف المسبوقتين بالإشارة + دون تغيير إشارات الحدود الموجودة بين القوسين.

• ونحذف المسبوقتين بالإشارة - مع تغيير إشارة كل حد موجود بين القوسين.

أمثلة

• القوسان مسبوقتان بالإشارة (+)

$a+(7-b)=a+7-b$

$x+(-2-3x)=x-2-3x$

• القوسان مسبوقتان بالإشارة (-)

$a-(-2b+9)=a+2b-9$

$x-(-6x-y)=x+6x+y$

3 نشر عبارات جبرية

نشر عبارة جداء يعني كتابتها على شكل مجموع.

خاصية 1

من أجل كل a ، b ، c أعداد نسبية

$a(b+c)=ab+ac$

ملاحظات

أ) تسمّى الخاصية 1 بالخاصية التوزيعية (توزيع الضرب على الجمع).

ب) يمكن تبرير قاعدة حذف الأقواس باستعمال هذه الخاصية 1.

خاصية 2

من أجل كل a ، b ، c ، d أعداد نسبية

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

أمثلة

• $5(x+2)=5x+5\times2$

$=5x+10$

• $-2x(7-1,5x)=-2x\times7-(-2x)\times(1,5x)$

$=-14x+3x^2$

• $+(7-b)=(+1)\times[7+(-b)]$

$=(+1)\times7+(+1)\times(-b)=7-b$

• $-(-2x-y)=(-1)\times[-2x+(-y)]$

$=(-1)\times(-2x)+(-1)\times(-y)=+2x+y$

• $(2x-3)(-4+x)=-8x+2x^2+12-3x$

ثمّ نبسّط $=2x^2-11x+12$

طرائق

• حذف الأقواس وتبسيط عبارة حرفية

تمرين : بسّط العبارة: $A = 5x^2 - 8 + (10x - 3x^2) - (2 - 3x)$

حـلّ: نحذف الأقواس (بتطبيق القاعدة المناسبة)

$$A = 5x^2 - 8 + 10x - 3x^2 - 2 + 3x$$

نجمّع الحدود المتشابهة

$$A = \overline{5x^2 - 3x^2} + \underline{10x + 3x} - 2 - 8$$

نبسّط

$$A = (5-3)x^2 + (10+3)x - 10$$

$$A = 2x^2 + 13x - 10$$

ملاحظة

كتابة العبارة $10x + 3x$ على الشكل $13x$ هو تطبيق للخاصة $(b+c)a = ba + ca$.

• نشر عبارة حرفية وتبسيطها (1)

تمرين : انشر وبسّط العبارة:

$A = 3(1 - 4x) - 7(x - 2) + x(5 - 3x)$

حـلّ: نطبّق الخاصة التوزيعية ونبسّط الجداءات ثمّ نبسّط المجموع الجبري.

$$A = 3\times 1 + 3\times(-4x) - 7\times x - 7\times(-2) + x\times 5 + x\times(-3x)$$

$$A = 3 - 12x - 7x + 14 + 5x - 3x^2$$

$$A = \overline{+3 + 14} + \overline{-12x - 7x + 5x} - 3x^2$$

$$A = 17 + (-12 - 7 + 5)x - 3x^2$$

$$A = 17 - 14x - 3x^2$$

• نشر عبارة حرفية وتبسيطها (2)

تمرين : انشر وبسّط العبارة

$A = (3x + 4)(2 - x)$

حـلّ: ننشر ونبسّط الجداءات ثمّ نبسّط المجموع الجبري.

$$A = 3x\times 2 + 3x\times(-x) + 4\times 2 + 4\times(-x)$$

$$A = 6x - 3x^2 + 8 - 4x$$

- نرتّب عبارة المجموع حسب قوى x تنازليا.

$$A = \overline{6x - 4x} - 3x^2 + 8$$

$$A = (6-4)x - 3x^2 + 8$$

$$A = 2x - 3x^2 + 8$$

$$A = -3x^2 + 2x + 8$$

دوري الآن

1. بسّط العبارة:

$A = -2x^2 + 7 - (-x + 5x^2) + (-9x + 1)$

2. انشر وبسّط كلا من العبارتين:

$A = 7x(3 - 2x) - 5(-3x + 4)$ ، $B = (-x + 6)(3 + 2x)$

4 حساب قيمة عبارة حرفية

لحساب قيمة عبارة حرفية من أجل بعض قِيَم للحرف أو الحروف في العبارة، نعوّض الحروف بهذه القيم ونجري الحسابات باحترام قواعد أولوية العمليات.

أمثلة

• احسب قيمة العبارة $A = 3x^2 - 7x - 4$ من أجل $x = 2$.

نعوّض x بالعدد 2 في العبارة A فنجد

$$A = 3 \times 2^2 - 7 \times 2 - 4$$
$$A = 3 \times 4 - 14 - 4$$
$$A = 12 - 14 - 4$$
$$A = -6$$

• احسب قيمة العبارة $B = (-5x + 7)(2 - y)$ من أجل

$x = -1,4$ و $y = -9$.

نعوّض x بالعدد 1,4- و y بالعدد 9- في العبارة B فنجد

$$B = [-5 \times (-1,4) + 7][2 - (-9)]$$
$$B = [7+7][2+9]$$
$$B = 14 \times 11$$
$$B = 154$$

ملاحظة

عند التعويض نكتب إشارة الضرب × بين العددين، وفي حالة التعويض بعدد سالب نستعمل الأقواس.

مثال1: عند تعويض x بالعدد 3 في العبارة $5x$، نكتب 5×3

مثال2: عند تعويض x بالعدد 3,2- في العبارة $5x$، نكتب $5 \times (-3,2)$

5 مقارنة عددين ناطقين

a و b عددان ناطقان.

تُمكّن إشارة الفرق $a - b$ من ترتيب العددين a و b.

• $a > b$ معناه $a - b > 0$

• $a < b$ معناه $a - b < 0$

• $a = b$ معناه $a - b = 0$

أمثلة

• لمقارنة $\frac{5}{3}$ و $\frac{9}{7}$.

نحسب الفرق $\frac{5}{3} - \frac{9}{7}$: إنّ $\frac{5}{3} - \frac{9}{7} = \frac{8}{21}$

بما أنّ $\frac{5}{3} - \frac{9}{7} > 0$ فإنّ $\frac{5}{3} > \frac{9}{7}$

• لمقارنة $-\frac{13}{9}$ و $-\frac{6}{5}$.

نحسب الفرق $-\frac{13}{9} - \left[-\frac{6}{5}\right]$ إنّ $-\frac{13}{9} - \left[-\frac{6}{5}\right] = -\frac{11}{45}$

بما أنّ $-\frac{13}{9} - \left[-\frac{6}{5}\right] < 0$ فإنّ $-\frac{13}{9} < -\frac{6}{5}$

• توظيف قيمة عبارة حرفية والحساب الحرفي

تمرين : إليك العبارات الحرفية $A = 2x^2 - 6$ ، $B = (x-1)(2x+6)$ ، $C = 2(x^2+x)+2(x-3)$.

1) احسب قيمة كل من العبارات A ، B ، C من أجل $x = 1$.

2) هل العبارتان A و B متساويتان؟ برّر إجابتك.

3) هل العبارتان B و C متساويتان؟ برّر إجابتك.

حـلّ : 1) نعوّض x بالعدد 1

في العبارة A، فنجد: $A = 2\times(1)^2 - 6 = 2\times 1 - 6 = 2 - 6 = 4$

وكذا في العبارة B، فنجد: $B = (1-1)(2\times(1)+6) = 0\times(2+6) = 0$

وكذا في العبارة C، فنجد: $C = 2\times((1)^2+1)+2\times(1-3) = 2\times(1+1)+2\times(-2)$

$= 2\times 2 - 4 = 4 - 4 = 0$

2) العبارتان A و B غير متساويتين، لأنّ من أجل $x = 1$ ليس لهما نفس القيمة.

3) نلاحظ أنّ من أجل $x = 1$ فإنّ للعبارتين B و C نفس القيمة، ومنه يمكن أن تكونا متساويتين.

ننشر العبارة B، فنجد: $B = (x-1)(2x+6) = 2x^2 + 6x - 2x - 6 = \boxed{2x^2 + 4x - 6}$

ننشر العبارة C، فنجد: $C = 2(x^2+x)+2(x-3) = 2x^2 + 2x + 2x - 6$

$= \boxed{2x^2 + 4x - 6}$

ومنه نجد أنّ العبارتين B و C متساويتان.

ملاحظة

لا يكفي تساوي قيمتي عبارتين للحكم على تساوي هاتين العبارتين.

مثال: العبارتان $x^2 + 19$ و $x^2 - 7x + 19$ غير متساويتين، ولكن لهما نفس القيمة 19 من أجل $x = 0$.

• مقارنة عددين ناطقين

تمرين : قارن بين العددين بحساب فرقهما في كل حالة: $\frac{14}{13}$ ، $\frac{8}{7}$ و $\frac{-5}{9}$ ، $\frac{3}{-4}$

حـلّ :

نحسب الفرق $\frac{14}{13} - \frac{8}{7}$ فنجد $\frac{14}{13} - \frac{8}{7} = -\frac{6}{91}$

بما أنّ $\frac{14}{13} - \frac{8}{7} < 0$ فإنّ $\frac{14}{13} < \frac{8}{7}$

نحسب الفرق $\frac{-5}{9} - \left(\frac{3}{-4}\right)$ فنجد

$\frac{-5}{9} - \left(\frac{3}{-4}\right) = \frac{7}{36}$

بما أنّ $\frac{-5}{9} - \left(\frac{3}{-4}\right) > 0$ فإنّ $\frac{-5}{9} > \left(\frac{3}{-4}\right)$

ملاحظة

لمقارنة عددين ناطقين يمكن كتابتهما على شكل كسرين لهما نفس المقام الموجب، ثمّ ترتيبهما حسب ترتيب بسطيهما.

دوري الآن

1) أ) احسب قيمة كل من العبارات $A = (x+4)(x-3)$

$B = x^2 - 12$ من أجل $x = -4$.

ب) هل العبارتان A و B متساويتان؟ برّر إجابتك.

2) قارن بين العددين بحساب فرقهما في كل حالة: $\frac{35}{17}$ ، $\frac{13}{6}$ و $\frac{-4}{5}$ ، $\frac{2}{-3}$

حساب قيمة عبارة حرفية

1 لتكن العبارة الحرفية $A = -2x + 5$
احسب قيمة العبارة A من أجل:
أ) $x = 7$ ؛ ب) $x = -1$ ؛ جـ) $x = -3$

2 لتكن العبارة الحرفية $B = x^2 - 4x + 3$
احسب قيمة العبارة B من أجل:
أ) $x = 0$ ؛ ب) $x = 2$ ؛ جـ) $x = -2$

3 اختبر صحّة كل مساواة من المساواتين الآتيتين من أجل $x = 1$
$(3x - 1)(2 - x) = -3x^2 + 7x - 2$
$14x - 7x^2 = -7x(x - 2)$

4 بَيْنَ اللحظة التي يرى فيها سائق السيارة عائقا أمامه ولحظة توقف السيارة بفعل عملية الكبح، هناك مسافة تقطعها السيّارة تُعرف بمسافة التوقّف، يُمكن حساب قيمة تقريبية لها باستعمال العبارة
$d = 0,0064v^2 + 0,5v$

حيث v سرعة السيّارة قبيل عملية الكبح.
احسب مسافة التوقّف في الحالات الآتية:
أ) $v = 50k.h^{-1}$ ؛ ب) $v = 90k.h^{-1}$
جـ) $v = 130k.h^{-1}$

توزيعية الضرب

5 اكتب على أبسط شكل ممكن كل عبارة جبرية من العبارات الآتية:
أ) $7x \times 5x$ ب) $3 \times 2x \times 6x$
جـ) $4 \times 8x \times x$ د) $7x + 5x$
هـ) $7x + 5x + 9x$ و) $3x + x$

6 اشرح الخطأين المرتكبين من قبل زميلك.

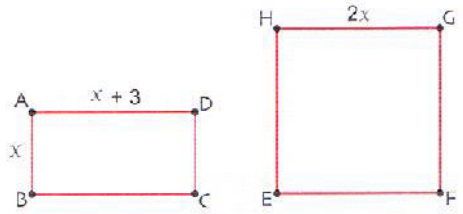
$3x + 7x = 10x^2$ $5x - 3 = 2x$

7 بسّط كلّما أمكن، كل عبارة ممّا يأتي:
$G = 3x + 11x$ $H = 5 + 4x$
$I = 2b^2 + 3b^2$ $K = 3x - 2$
$L = 2x - 8x$ $M = 2 - 9x$

8 انشر كل عبارة من العبارات الآتية:
أ) $4(3x - 5)$ ب) $-5(9 - 2a)$
جـ) $3(6 - 4x)$ د) $-2x(x + 4)$
هـ) $4x(-3x + 2y)$ و) $-7(2x - 1)$

9 إليك العبارتين:
$A = x(3x - 4) + 12$ ، $B = -4x + 3(x^2 + 4)$
انشر كلا من العبارتين A و B.
ما الّذي يمكنك استنتاجه بالنسبة للعبارتين A و B؟

10 نعتبر المربّع والمستطيل الآتيين:



نرمز إلى مساحتي المربّع والمستطيل بالرمزين A و B على الترتيب.
أ) عبّر بدلالة x عن كل من A و B.
ب) احسب كلّا من A و B من أجل $x = 1$.
جـ) هل يمكن القول أنّ العبارتين A و B متساويتان؟
د) بيّن أنّ العبارتين A و B غير متساويتين.

11 اكتب على شكل جداء كلا من المجاميع الآتية:
$6x + x^2$ ؛ $n^2 + 3n$ ؛ $5x - 15$
$2y + 6$ ؛ $15x - 12$ ؛ $-3x - 12$
$5t^2 - 25t$ ؛ $5z^2 + 2z$

حذف الأقواس

12 اكتب كل عبارة من العبارات الآتية بدون أقواس ثمّ بسّطها إن أمكن.
أ) $-4 + (-x + 3y)$
ب) $7 - (-x + 2y)$
جـ) $3h - (2h + 1)$
د) $12 - (2 - 4a) + (3a - 5)$
هـ) $6 + (-4a + 3) - (2 - 5a + b)$

أوظّف تعلّماتي

13 اكتب كل عبارة من العبارات الآتية بدون أقواس ثمّ بسّطها كلّما أمكن ذلك.

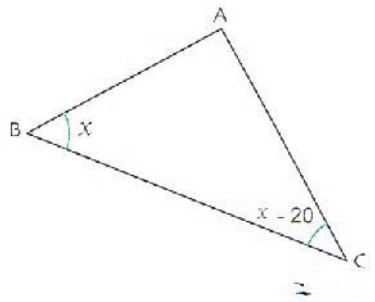
أ) $A = 3a + 6 - (4a + 5) + (2 - 7a)$

ب) $B = -b + 8 + (4b - 1) - (7b - 3)$

جـ) $C = 9 - 4x + x - (5 - 2x) + 6 + (8 - 3x)$

د) $D = d - 2 - (5d + 3) + (7d - 1) - (2d - 2)$

14 يشير x إلى عدد أكبر تماما من 20.



1) عبّر بدلالة x وبشكل مبسّط عن قيس الزاوية $\widehat{A}$.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{A}$ في كل حالة ممّا يأتي:

أ) $x = 30$ ب) $x = 45$ جـ) $x = 90$

3) هل يمكن أن يكون $x = 120$ ؟ اشرح.

15 طلب الأستاذ من تلاميذه نشر العبارة:

$A = 3 + (x - 2) \times 5$

إليك جزءًا من ورقة إجابة زميلك.

$A = 3 + (x-2) \times 5$
$= 3 \times x - 3 \times 2 \times 5$
$= 3x - 30$

أ) ما هو الخطأ المرتكب من طرف زميلك ؟

ب) أعد العمل الذي قام به زميلك مصححا الخطأ.

نشر العبارة $(a+b)(c+d)$

16 أ) أنشر و بسط كل عبارة ممّايأتي.

ب) اختبر صحة ما توصّلت من أجل قيمتين للمتغير x.

$A = (x+1)(x+5)$ ، $B = (x+2)(3-2x)$

$C = (5x+2)(3+7x)$ ، $D = (4x-3)(6x+1)$

17 أنشر ثمّ بسّط كلّا من العبارتين:

$E = (-2x+3)(3x-2)$

$F = (5x-2)(-3x+9)$

18 قام أحد التلاميذ بنشر الجُداء $(x+3)(5x+1)$ ثمّ تبسيطه ، فكتب:

$(5x+1)(x+3) = 5x^2 + 15x + 3$

1) اختبر صحّة هذا النشر.

2) انشر وبسّط العبارة $(x+3)(5x+1)$.

19 1) باستعمال المساواة:

$(80+1) \times (2000+10) = 2010 \times 81$ ودون استعمال الآلة الحاسبة، احسب 2010×81.

2) بطريقة مماثلة، احسب:

2010×76 ؛ 2010×93

20 إليك العبارة $E = (5x-6)(x+4)$

1) انشر وبسّط العبارة E.

2) احسب قيمة العبارة E من أجل $x = \frac{1}{5}$، مرّة باستعمال العبارة الأصلية ومرّة أخرى باستعمال العبارة المبسّطة.

21 إليك العبارة:

$E = 3(4x-5) + (x+2)(x-7)$

1) انشر وبسّط $3(4x-5)$.

2) انشر وبسّط $(x+2)(x-7)$.

3) استنتج تبسيطا للعبارة E.

22 طلب الأستاذ من تلاميذه نشر وتبسيط العبارة

$B = 3(x-5)(4x+9)$

تظهر في إجابتي تلميذين بداية الحل فقط.

نقوم بنشر $3(x-5)$
$3(x-5) = 3 \times x - 3 \times 5$
$3(x-5) = 3x - 15$
$B = (\ldots)(4x+9)$

نشر $B = 3(\ldots)$
ثم نشر $(x-5)(4x+9)$

1) أتمم الإجابتين السابقتين.

2) اقترح كيفية أخرى لنشر وتبسيط العبارة B.

23 1) انشر ثمّ بسّط $(x+4)(x+3)$.

2) انشر ثمّ بسّط العبارة : $A = x(x+4)(x+3)$

24 تذكير : $a^2 = a \times a$

انشر ثمّ بسّط كل عبارة ممّا يأتي :

$A = (x+3)^2$ ؛ $B = (2x-5)^2$

$(a+b)^2$ ؛ $(a-b)^2$

25 1) انشر ثمّ بسّط العبارة:

$(x-4)^2 - (x-2)(x-8)$

2) استنتج طريقة تسمح بحساب سريع للسلسلة:

$9996^2 - 9998 \times 9992$

26 1) انشر ثمّ بسّط العبارة :

$A = (x+1)(x-1)$

2) احسب ذهنيا:

101×99 ؛ 1001×999

مقارنة عددين ناطقين

27 قارن بين العددين الناطقين a و b في كل حالة ممّا يأتي :

أ) $a - b = 0,1$ ب) $a - b = -\frac{5}{2}$

جـ) $b - a = 7$ د) $b - a = -10^{-2}$

هـ) $a - b = \frac{2}{5}$ و) $b - a \geqslant 1$

28 في كل حالة ممّا يأتي :

أ) $x = 12$ و $y = 4$ ب) $x = -5$ و $y = -9$

جـ) $x = -11$ و $y = 7$ د) $x = 3$ و $y = -8$

1) قارن شفاهيا بين العددين x و y ثمّ استنتج إشارة $x - y$ دون حسابه.

2) تحقق من إجاباتك السابقة من خلال حساب $x - y$ في كل حالة ممّا سبق.

29 1) أ) احسب باستعمال الآلة الحاسبة

$$\frac{53,4}{7,89} - \frac{23,55}{3,48}$$

ب) استعمل النتيجة الظاهرة على الشاشة لمقارنة العددين $\frac{53,4}{7,89}$ و $\frac{23,55}{3,48}$

2) قارن بين العددين $\frac{1,28}{7}$ و $\frac{0,441}{2,4}$

(يمكنك استعمال الحاسبة)

30 قارن بين العددين الناطقين في كل حالة ممّا يأتي:

أ) $\frac{3}{7}$ و $\frac{13}{28}$ ب) $-\frac{5}{4}$ و $\frac{-13}{12}$

جـ) $\frac{7}{3}$ و $\frac{15}{7}$ د) $-\frac{5}{6}$ و $-\frac{7}{8}$

31 طلب الأستاذ من تلاميذه مقارنة العددين $\frac{25,96}{35,89}$ و $\frac{38,94}{53,89}$ ، مع السماح باستعمال الآلة الحاسبة.

1) قامت مريم بحساب حاصل القسمة $\frac{25,96}{35,89}$ باستعمال الآلة الحاسبة.

أ) ما هي النتيجة التي ستظهر على الشاشة ؟

ب) ما الذي يجب على مريم فعله بعد ذلك ؟

2) قام يونس بحساب الفرق $\frac{25,96}{35,89} - \frac{38,94}{53,89}$ باستعمال الآلة الحاسبة.

أ) ما هي النتيجة التي ستظهر على الشاشة؟

ب) ما الّذي يمكن استنتاجه ؟

3) أي الطريقتين أفضل حسب رأيك ؟

32 إليك العبارتين :

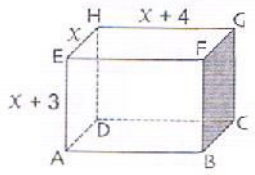
$A = 5x - 4$ ؛ $B = 4x + 3$

1) حدّد إشارة كل من A و B من من أجل :

$x = 0$ ب) $x = 7$ جـ) $x = 9$

2) بسّط العبارة A - B ، ثمّ استنتج إشارتها من $x > 7$.

3) قارن بين A و B من أجل $x > 7$.

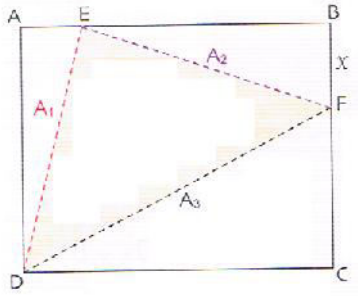
	جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.	عند الحاجة أعود إلى الصفحة : ....
1	من بين العبارات الآتية، ميّز تلك التي تُمثّل مجموعا أ) $(3x+1)(x+5)$ ب) $4+2x-7x^2$ ج) $(5x+2)^2$	58
2	بسّط كل عبارة من العبارات الآتية : $A=-7x+3x$ $B=-7x\times 3x$ $C=-7x^2+3x^2$	58
3	احسب قيمة العبارة $A=(x+7)(x-2)$ من أجل $x=-3$	60
4	اختر الإجابة الصحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة الآتية :	58 و 59
	$-5(2x-1)=\ldots$ أ) $-10x-1$ ب) $-7x-1$ جـ) $-10x+5$	
	$15-3x=\ldots$ أ) $12x$ ب) $-3(-5+x)$ جـ) $-3(-5-x)$	
5	اكتب عبارة مبسّطة بدلالة x، تعبّر عن: أ) حجم متوازي المستطيلات ABCDHEFG. ب) المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات ABCDEFGH. 	57
6	اكتب كل عبارة من العبارات الآتية بدون أقواس وعلى شكلها المبسّط. $A=(5a+3)-(2a-4)$ ؛ $B=(8a-3)+(4a+1)$ $C=9x-(3-x)+(-5+6x)-(-7x+2)$ $D=3x+6-(5-x)+(4x^2+3x)-8$	58
7	أ) انشر ثمّ بسّط العبارة $H=(3x-4)(-7x-2)$ ب) اختبر صحة النشر الذي قمت به من أجل $x=0$	58 و 59
8	دون القيام بعملية النشر بصورة كاملة، ميّز من بين الجُداءات الآتية تلك التي لا تساوي x^2-x-6 أ) $(3-x)(x+2)$ ب) $(x-3)(x-2)$ ج) $(x-3)(x+2)$	59
9	نضع : $a=\frac{1}{2}\pi$ و $b=\frac{1}{3}\pi$ احسب $a-b$ ثمّ قارن بين a و b.	60 و 61
10	قارن بين العددين $\frac{4}{13}$ و $\frac{0,91}{3}$.	60 و 61

35 الحساب الحرفي و الهندسة

ABCD مستطيل حيث $AB = 5cm$ و $AD = 4cm$.

E نقطة من $[AB]$ حيث $AE = 1cm$.

F نقطة من $[BC]$. نرمز بـ x لطول القطعة $[BF]$ مُعبّرًا عنه بالسنتيمتر.



1) احسب $\mathcal{A}_1$ مساحة المثلث AED.

2) عبّر بدلالة x عن $\mathcal{A}_2$ مساحة المثلث EBF.

3) عبّر بدلالة x عن $\mathcal{A}_3$ مساحة المثلث DFC.

4) بيّن أنّ $\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 = 12 - 0,5x$.

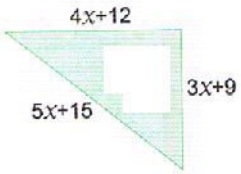
5) عبّر بدلالة x عن مساحة المثلث EDF.

6) تحقّق أنّه من أجل $x = 4$ تكون مساحة المثلث EDF تُساوي $\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3$. ما هو حينئذ موضع النقطة F ؟

36 محيط مثلث

x عدد موجب.

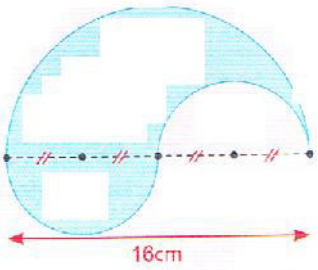
عبّر عن محيط المثلث المرفق بدلالة x.



37 أميّز بين قيمة مضبوطة وقيمة مقرّبة

احسب القيمة المضبوطة بالسنتيمتر مربع لمساحة الحيّز الأزرق في الشّكل المرفق.

أعط قيمة مقربة بالنقصان لهذه المساحة إلى 0,01.

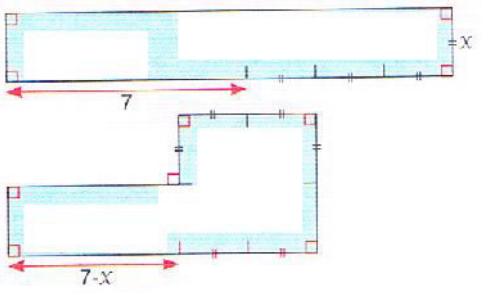


38 أقارن محيطين و أقارن مساحتين

x يرمز إلى عدد موجب وأصغر من 7.

فاطمة : «الشكلان المرفقان لهما دائما نفس المحيط».

مريم : «الشكلان المرفقان لهما دائما نفس المساحة».



• ما رأيك في هذين التأكيدين ؟ مع التبرير.

39 استعمل مثالا مضادا

a عدد نسبي.

$C = (2+a)(3+2a)$ ، $D = 9a+6$

تُؤكد مريم أنّ $C = D$ من أجل أي قيمة لـ a.

احسب قيمة كل من C و D من أجل $a = 1$، ثمّ من أجل $a = 0$.

كيف ترى تأكيد مريم ؟

احسب قيمة كل من C و D من أجل قيمة أخرى لـ a.

ماذا يُمكننا القول عن تأكيد مريم ؟

لكي أثبت أن تأكيدا خاطئ يكفي إعطاء مثال مضاد.

40 أبرّر صحّة مساواة

x عدد نسبي.

$A = (3x-2)(2x+1)$

$B = (3x-2)(x+1) + x(3x-2)$

تُؤكّد فاطمة أنّه من أجل أيّ قيمة مُختارة لـ x، فإنّ $A = B$.

أثبت أنّ تأكيد فاطمة صحيح.

41 أضع تخمينا وأبرّره

1) أ) تحقّق من صحة كل مساواة من المساويات الآتية :

$2^2 - 1^2 = 2 + 1$

$3^2 - 2^2 = 3 + 2$

$4^2 - 3^2 = 4 + 3$

$5^2 - 4^2 = 5 + 4$

ب) ما هو التخمين الذي يُمكن وضعه؟

2) نرمز بـ n لعدد طبيعي أكبر من أو يساوي 1.

أ) أنشر ويبسّط العبارة $(n+1)(n+1) - n^2$.

ب) برّر التخمين الذي وضعته في السؤال 1) ب).

3) احسب ذهنيا $1000^2 - 999^2$، اشرح.

42 ادرس برنامج حساب

إليك برنامج حساب.

- اختر عددا.
- اطرح 2.
- اضرب النتيجة في مجموع العدد المُختار والعدد 2.
- اطرح من الناتج مربع العدد المُختار.

1) ما هو العدد الذي نحصل عليه، إذا اخترنا من البداية العدد : أ) 0 ، ب) 3 ، جـ) 5- ، د) 6

ماذا تلاحظ ؟

2) تقول فاطمة: «وجدت تبريرا، يسمح بإعطاء النتيجة دون المرور على خطوات البرنامج».

ما هو التبرير الذي وجدته فاطمة ؟

43 صحيح أم خاطئ

اذكر إن كانت التأكيدات التالية صحيحة أم خاطئة، مع التبرير.

أ) من أجل أي قيمة لـ x، $5x - (3x + 2) = 2x - 2$

ب) مهما كانت قيمة x، $-3(x-2) = -3x - 6$

جـ) مهما كان العدد x،

$(x+2)(x-4) + 8 = x(x-2)$

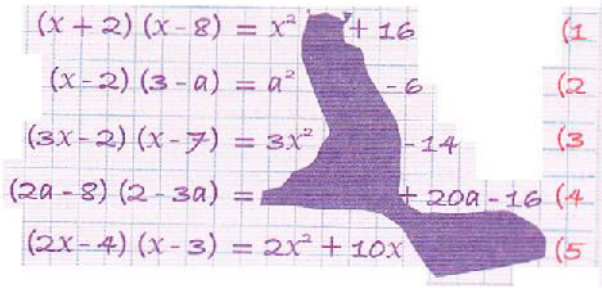
د) مجموع عددين طبيعيين متتابعين هو عدد فردي.

44 مشكل مفتوح

إليك عمل تلميذ، قام بنشر عبارات، لكن للأسف تلطّخ جزء منه بالحبر.

1) هل يُمكنك في كل حالة تحديد الخطإ أو الصواب في أجوبته.

2) انشر وبسّط كل عبارة من العبارات الخمس.



45 حساب عجيب

1) احسب ما يلي:

$2019 \times 2017 - 2018^2$ $\quad$ $37 \times 35 - 36^2$.

ماذا تلاحظ ؟

2) انشر وبسّط العبارة الآتية $(x+1)(x-1) - x^2$.

هل كانت نتيجتا السؤال (1) متوقعتين ؟ برّر.

46 خُذ المبادرة

1) تحقق من أنّ :

$1 \times 3 = 2^2 - 1$ ، $2 \times 4 = 3^2 - 1$ ، $3 \times 5 = 4^2 - 1$

2) تؤكد فاطمة أنّ :

«$100002 \times 100004 = 100003^2 - 1$».

لماذا هي متأكّدة من ذلك ؟

47 المربع السحري

انقل وأتمم للحصول على مربع سحري (المجموع على كل سطر وعلى كل عمود وعلى كل قطر هو نفسه).

$a-2$		$2a-4$
$a-3$		
$2-2a$		

وضعية

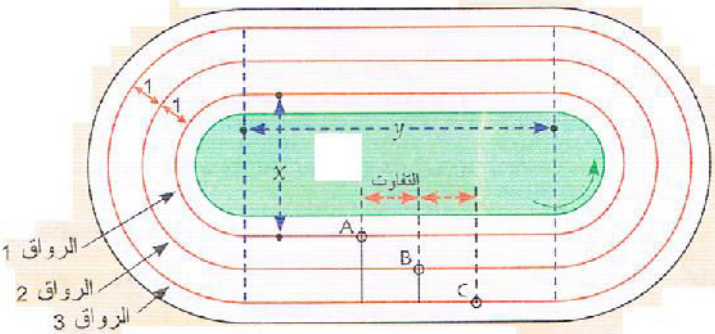
انطلاقات متفاوتة

يُمثّل المُخطّط المرفق أروقة العدْو داخل ملعب لألعاب القِوى، حيث مثّلنا كل رواق بخط أحمر.

يتكوّن مسار كل رواق من خطين متوازيين ونصفي دائرة.

ترمز النقط A ، B ، C إلى ثلاثة عدائين في وضعية الانطلاق.

كيف تفسّر التفاوت الموجود بين مكان تواجد عداء وآخر لحظة الانطلاق؟ قدّم الشروحات اللازمة. (الأطوال مُعبّر عنها بالمتر).



توجيهات

حل وتوجيهات

- قراءة وتحليل الوضعية
- عمّ يتحدّث النصّ؟
- ما هو شكل المسارات (ممّا تتكوّن).
- ماذا تُمثّل الحروف x ، y ، A ، B ، C كيف هي وضعيات المتسابقين على المسارات؟
- رتّب المعطيات ثُمّ حدّد التعليمة (أو التعليمات).

تحليل التعليمة واختيار استراتيجية حل مناسبة

- هل تبدو لك المسارات بنفس الطول؟
- ماهو الإجراء الذي سأقوم به لأقنع به الآخرين؟

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

- أفكّر في تقسيم ثلاث مراحل ثُمّ أُجيب...
- أبحث عن طول كل مسار.
- أقارن الأطوال.
- أفسّر نتائج الحسابات.
- تحرير الحل والشرح بجمل واضحة.

حل مختصر

- بما أنّ المسارات ليست بنفس الطول، يُقترح موضع انطلاق مدروس مُسبقا لكل متسابق. في هذه الوضعية التفاوت في المسافة هو بالتقريب... 6,28 (مُعبّر عنه بالمتر) وهي قيمة مقرّبة للعدد 2π.

وضعية للتقويم

هل يتم تفادي الاصطدام ؟

يسير سائق سيارة بسرعة 90km/h على طريق غير مبلّل، رأى فجأة أمامه بقرة تبعد عنه مسافة 85m، فشرع في الفرملة.

حسب السندات الآتية، هل يحدث الاصطدام بالبقرة ؟

$D_A = D_F + D_R$

D_A مسافة التوقف

D_F المسافة المقطوعة خلال الفرملة.

D_R المسافة المقطوعة بين لحظة رؤية العائق وبداية الفرملة.

$D_R = \frac{3 \times V}{10}$

$D_F = \frac{3 \times V^2}{400}$

على طريق غير مبلّل

السرعة V مقدّرة بـ km/h

استعمال مجدول لحساب قيمة عبارة حرفية، ومراقبة مدى صحة مساواة.

نشاط

• هذا نشر لتلميذين للعبارة $A=(5x-7)(3x+2)$.

التلميذ 1 : $A=15x^2+10x-14$

التلميذ 2 : $A=15x^2+11x-14$

• راقب، باستعمال مجدول، صحة نشر كل منهما.

1) افتح المجدول، وحضّر ورقة حساب مثل الموالية :

	A	B	C	D
1	قيم x	قيم العبارة $(5x-7)(3x+2)$	قيم عبارة التلميذ 1 $15x^2+10x-14$	قيم عبارة التلميذ 2 $15x^2-11x-14$

2) احجز الصيغ الموافقة لكل عبارة كالآتي:

في الخلية B2 الصيغة =(5*A2-7)*(3*A2+2)

في الخلية C2 الصيغة =15*A2^2+10*A2-14

في الخلية D2 الصيغة =15*A2^2-11*A2-14

3) احجز القيمة 6- في الخلية A2 و 5- في الخلية A3 وانتق الخليتين A2 و A3 ثمّ عمّم بالسحب محتواهما إلى الخلية A14.

4) انتق الخلايا B2 ، C2 ، D2 وعمّم محتواها بالنقر المزدوج بزر الفأرة الأيسر على النقطة أسفل إطار حيّز الانتقاء | 592 | 466 | 592 | فيظهر :

	A	B	C	D
1	قيم x	قيم العبارة $(5x-7)(3x+2)$	قيم عبارة التلميذ 1 $15x^2+10x-14$	قيم عبارة التلميذ 2 $15x^2-11x-14$
2	-6	592	499	592
3	-5	416	311	416
4	-4	270	186	270
5	-3	154	91	154
6	-2	68	26	68
7	-1	12	-9	12
8	0	-14	-14	-14
9	1	-10	11	-10
10	2	24	66	24
11	3	88	151	88
12	4	182	266	182
13	5	306	411	306
14	6	460	586	460

الاستنتاج :

أ) نشر التلميذ 1 خاطئ، لأنّ القيم في العمودين B و C ليست نفسها بالنّسبة للعبارتين.

ب) نشر التلميذ 2 قد يكون صحيحا، لأنّ القيم في العمودين B و C هي نفسها بالنّسبة إلى العبارتين.

5) للتأكد من صحة نشر التلميذ 2 ننشر العبارة المعطاة A.

$A=(5x-7)(3x+2)$

$=5x(3x)+5x\times 2-7(3x)-7\times 2$

$=15x^2+10x-21x-14$

$=15x^2-11x-14$

إرشادات

• خصّص السطر الأول لتحديد ما سيحتويه كل عمود مستعمل.

• العبارة الموافقة للصيغة =(5*A2-7)*(3*A2+2) هي $(5x-7)(3x+2)$ حيث x يأخذ القيمة المحجوزة في الخلية A2.

• ظهور القيمة 14- في السطر الثاني بعد حجز الصّيغ هو قيمة العبارات من أجل $x=0$ (الخلية A2 فارغة) و التي تظهر في السطر الثامن بعد ملء العمود A.

• للتعميم بالسحب في مجدول: انتق الخلية أو الخلايا المراد تعميم محتواها، وحرّك المؤشر على النقطة أسفل إطار حيّز الانتقاء فيتحول إلى + ثم انقر على يسار الفأرة مع السحب إلى الخانة المستهدفة.

-6	2
-5	3

• نشر العبارة A :

دوري الآن

راقب، باستعمال مجدول، صحة المساواة الآتية : $(x-5)(x+5)=(x-4)(x+13)+27$

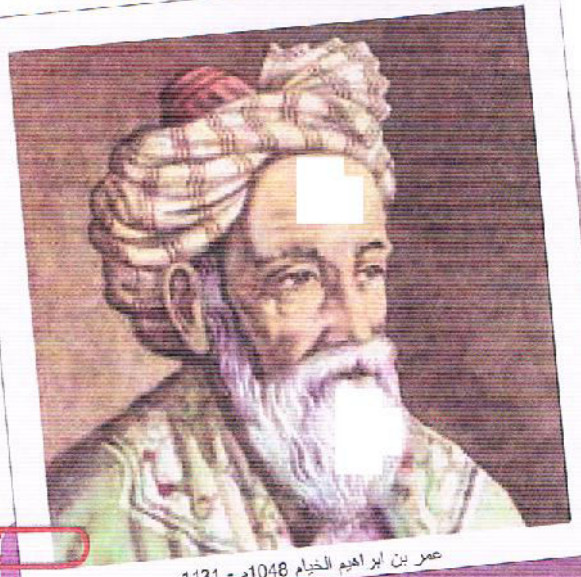
5 المساويات - المتباينات - المعادلات

سأتعلّم في هذا الباب

معرفة الخواص المتعلقة بالمساويات (أو المتباينات) و العمليات و استعمالها في وضعيات بسيطة.

حصر عدد موجب مكتوب في الشكل العشري باستعمال التدوير إلى رتبة معينة.

ترييض مشكلات وحلها بتوظيف المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.



عمر بن ابراهيم الخيام 1048م - 1131م

إن استعمال المعادلات الرياضية قديم قِدَم الحضارة الإنسانية، فمنذ 2000 سنة قبل الميلاد استُعملت في مصر القديمة لتقسيم المحاصيل بين الفراعنة والكهنة والعمال، و حَلّوها بطرق مختلفة، وعرفوا معادلات من الدرجة الثانية و حَلّوا مسائل تتعلق بها، كما استعملها البابليون والإغريق وغيرهم من الحضارات القديمة.

وبعد 27 قرنا، أي في القرن 8 الميلادي، كان الخوارزمي - عالم الرياضيات و الفلك - أوّل من حل معادلات من الدرجة الثانية بطريقة جبرية، ثم بعد مرور 3 قرون (القرن 11)، كان الشاعر والفيلسوف وعالم الرياضيات عُمر الخيام أول من حلّ معادلات من الدرجة الثالثة. ولم يتم التوصل إلى حل معادلات من الدرجة الرابعة إلا بعد 5 قرون (القرن 16) من طرف المهندس الإيطالي رافائيل بومبلي.

تحدّي

قرّر أبٌ مكافئة كل واحد من أبنائه الثلاثة بمبلغ مالي بمناسبة نجاحهم في امتحانات نهاية السنة الدراسية، وذلك حسب الكيفية الآتية: يأخذ صاحب أعلى معدل مبلغ 15750 DA ويأخذ صاحب أدنى معدل ربع المبلغ، بينما يتحصل الولد الثالث على ثلاثة أعشار المبلغ.

ماهي حصة كل من الولدين الآخرين؟

جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.

الأسئلة	(1)	(2)	(3)
1. العدد المجهول في المساواة $x+5=0$ هو : ...	0	5	-5
2. العدد المجهول في المساواة $x-4=0$ هو : ...	4	-4	0
3. العدد المجهول في المساواة $7\times x=1$ هو : ...	7	$\frac{1}{7}$	-7
4. العدد المجهول في المساواة $-8x=8$ هو : ...	0	1	-1
5. العدد المجهول في المساواة $x\div 3=3$ هو : ...	1	$\frac{1}{9}$	-1
6. العدد المجهول في المساواة $x\div 10=1$ هو : ...	-9	10	$\frac{1}{10}$
7. العدد الأكبر من بين العددين $\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ هو : ...	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	لايمكن تعيينه
8. العدد الأصغر من بين العددين $-\frac{5}{4}$ و $-\frac{7}{4}$ هو : ...	$-\frac{5}{4}$	$-\frac{7}{4}$	لايمكن تعيينه
9. قيمة العبارة $3x+7$ من أجل $x=0$ هي : ...	10	7	$-\frac{7}{3}$
10. قيمة العبارة $8y-8$ من أجل $y=1$ هي : ...	8	0	1
11. العبارة $(1-x)\times(1+x)$ تبسّط على الشكل : ...	2	$1+x^2$	$1-x^2$
12. العبارة $(t-2)\times(t+3)$ تبسّط على الشكل : ...	t^2+1	t^2-6	t^2+t-6
13. المدوّر إلى الوحدة لحاصل القسمة $\frac{135}{14}$ هو : ...	9,6	10	9
14. المدوّر إلى الجزء من 10 لحاصل القسمة $\frac{135}{14}$ هو : ...	9	10	9,6
15. لاحظ شاشة حاسبة. $46\div 6$ 7.666666667	7	7,6	8
المدوّر إلى الوحدة لحاصل القسمة $\frac{46}{6}$ هو : ...	7,6	7,7	8
المدوّر إلى الجزء من 10 لحاصل القسمة $\frac{46}{6}$ هو : ...	7,67	7,66	8
المدوّر إلى الجزء من 100 لحاصل القسمة $\frac{46}{6}$ هو : ...			

1 المساويات و العمليات

• المساويات و الجمع

1) يوجد عند أحمد و مريم نفس المبلغ المالي.

أضاف أبو هما لكل واحد نفس المبلغ المالي المقدر بـ 200 DA.

• قارن بين المبلغين الموجودين عند كل من الولدين.

اشترى كل من أحمد ومريم كتابا بسعر 350 DA.

• قارن بين المبلغين المتبقيين عند الولدين.

2) a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $a = b$.

• احسب الفرق $(a+c)-(b+c)$ ثم قارن بين $a+c$ و $b+c$.

• احسب الفرق $(a-c)-(b-c)$ ثم قارن بين $a-c$ و $b-c$.

3) أكمل كل جملة ممّا يلي : a ، b و c أعداد ناطقة.

«إذا كان $a = b$ فإنّ $a+c$ ... $b+c$».

«إذا كان $a = b$ فإنّ $a-c$ ... $b-c$».

• المساويات و الضرب

1) a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $a = b$.

• حلّل إلى جداء عاملين الفرق $ac-bc$.

• احسب الفرق $ac-bc$ ثم قارن بين ac و bc.

• أكمل الجملة الآتية: «a ، b ، c أعداد ناطقة. إذا كان $a = b$ فإنّ ac ... bc».

2) a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $c \neq 0$.

• احسب الفرق $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}$ ثم قارن بين $\frac{a}{c}$ و $\frac{b}{c}$.

• أكمل الجملة الآتية: «a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $c \neq 0$. إذا كان $a = b$ فإنّ $\frac{a}{c}$ ... $\frac{b}{c}$».

2 المتباينات و العمليات

• المتباينات و الجمع

1) انقل و أتمم الجدول المقابل.

a	b	$a-b$	قارن بين a و b
3	7		
-5	1		
-2	-4		
5	-3		

2) بملاحظة النتائج المسجلة في الجدول السابق أكمل الجمل الآتية :

• «إذا كان $a-b > 0$ فإنّ a ... b» ؛ «إذا كان $a-b < 0$ فإنّ a ... b».

3) هل النص الآتي صحيح ؟ برّر إجابتك.

• «a ، b ، c أعداد ناطقة. إذا كان $a < b$ فإنّ $a+c < b+c$».

4) هل النص الآتي صحيح ؟ برّر إجابتك.

• «a ، b ، c أعداد ناطقة. إذا كان $a < b$ فإنّ $a-c < b-c$».

أنشطة

5) a ، b عددان ناطقان حيث $a < b$.

• أكمل، إن أمكن، بأحد الرمزين $<$ ؛ $>$ العبارات الآتية :

$a+3 \ldots b+3$ ؛ $a-4 \ldots b-4$ ؛ $a+\frac{3}{5} \ldots b+\frac{6}{5}$ ؛ $a-\frac{7}{2} \ldots b-\frac{9}{2}$.

• المتباينات و الضرب

1) أتمم الجدول المقابل.

2) a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $a < b$. قارن بين ac و bc.

3) k ، ℓ عددان ناطقان حيث $k < \ell$.

• أكمل، إن أمكن، بأحد الرمزين $<$ ؛ $>$ العبارات الآتية :

$2k \ldots 2\ell$ ؛ $-3k \ldots -3\ell$ ؛ $\frac{k}{5} \ldots \frac{\ell}{5}$ ؛ $\frac{k}{-6} \ldots \frac{\ell}{-6}$.

a	b	c	ac	bc	قارن بين ac و bc
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	4			
$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{9}$	-3			
$\frac{2}{9}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{5}{4}$			
$-\frac{7}{3}$	$\frac{6}{7}$	$-\frac{1}{2}$			

3 حصر عدد عشري موجب

1) محيط مربع هو $\mathcal{P}$. مدوّر $\mathcal{P}$ إلى الجزء من 10 هو 10,7. (الوحدة cm).

• أعط ثلاث قيَم ممكنة للعدد $\mathcal{P}$.

• أنقل المستقيم المدرّج الآتي ثم حدّد المنطقة التي يقع فيها $\mathcal{P}$.

• أعط حصرا لقيَم $\mathcal{P}$.

2) استعمال حاسبة.

تبيّن شاشة حاسبة قيمة مقربة للعدد $A = \frac{247}{83}$.

247 ÷ 83
2.975903614

• يمكن القول أنّ $2 < A < 3$.

الكتابة $2 < A < 3$ تسمى حصرا للعدد A بالعددين الطبيعيين 2 و 3.

العدد 2 هو قيمة مقربة إلى الوحدة للعدد A بالنقصان و 3 قيمة مقربة إلى الوحدة بالزيادة للعدد A.

أعط حصرا للعدد A باستعمال قيم مقربة بالزيادة و بالنقصان إلى $\frac{1}{10}$ ؛ $\frac{1}{100}$ ؛ $\frac{1}{1000}$.

4 المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1) اختار كل من سمير و ليلى نفس العدد. أضاف سمير لهذا العدد 3 و ضرب النتيجة في 2.

بينما ليلى أضافت له 7.

عند مقارنة النتيجتين، تفاجأ عندما لاحظا أنهما متساويتان. جد هذا العدد إذا أمكن..

2) اختار كريم و سعاد نفس العدد. أضاف له كريم 2 و ضرب النتيجة في 5.

ضاعفت سعاد العدد الذي اختارته و أضافت للنتيجة 25.

عند مقارنة النتيجتين، لاحظا أنهما متساويتان. جد، إذا أمكن، العدد الذي اختاره كل من كريم و سعاد.

a	b
3	7
-5	1
-2	-4
5	-3

1 المساويات و العمليات

• المساويات و الجمع

خاصية : a ، b ، c أعداد ناطقة.

• إذا كان $a = b$ فإنّ $a + c = b + c$

و $a - c = b - c$

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب : إذا كان $a = -2$

فإن $a + 13 = +11$ و $a - 5 = -7$.

• بتعبير آخر، لا تتغير مساواة عندما نضيف إلى (أو نطرح من) طرفيها نفس العدد الناطق.

• المساويات و الضرب

خاصية : a ، b ، c أعداد ناطقة.

• إذا كان $a = b$ فإنّ $ac = bc$

• إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ فإنّ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب :

إذا كان $x = \frac{3}{2}$ فإنّ $5x = \frac{15}{2}$ و $\frac{x}{-5} = -\frac{3}{10}$.

• بتعبير آخر، لاتتغير مساواة عندما نضرب طرفيها في نفس العدد الناطق أو نقسم طرفيها على نفس العدد الناطق غير المعدوم.

2 المتباينات و العمليات

• المتباينات و الجمع

خاصية : a ، b ، c أعداد ناطقة.

• إذا كان $a < b$ فإنّ $a + c < b + c$

و $a - c < b - c$

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب :

إذا كان $y < 3$ فإنّ $y + 4 < 3 + 4$.

و بالتالي $y + 4 < 7$.

• و $y - \frac{1}{2} < 3 - \frac{1}{2}$. و بالتالي $y - \frac{1}{2} < \frac{5}{2}$.

• لا يتغير اتجاه متباينة عندما نضيف إلى (أو نطرح من) طرفيها نفس العدد الناطق.

ملاحظة

• يمكن استبدال المتباينة $<$ بإحدى المتباينات $\leqslant$ ؛ $>$ ؛ $\geqslant$ و تبقى الخاصيتان السابقتان صحيحتين.

• $a \leqslant b$ يُقرَأ a أصغر أو يساوي b.

• $a < b$ يُقرَأ a أصغر تماما من b.

• $a \geqslant b$ يُقرَأ a أكبر أو يساوي b.

• $a > b$ يُقرَأ a أكبر تماما من b.

• المتباينات و الضرب

خاصية : a ، b ، c أعداد ناطقة.

• إذا كان $a < b$ و $c > 0$ فإنّ $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب : إذا كان $z < -4$

فإن $2 \times (-4) > 2z$ و بالتالي $-8 > 2z$.

• لا يتغير إتجاه متباينة إذا ضربنا طرفيها في (أوقسمناهما على) نفس العدد الناطق بشرط أن يكون موجبا تماما.

خاصية : a ، b ، c أعداد ناطقة.

• إذا كان $a < b$ و $c < 0$ فإنّ $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب : إذا كان $x < 15$

فإن $\frac{x}{-3} > \frac{15}{-3}$ و بالتالي $\frac{x}{-3} > -5$.

• إذا ضربنا طرفَي متباينة في (أو قسمناهما على) نفس العدد الناطق السالب تماما فإننا نغيّر اتجاهها.

• توظيف خواص المساويات و العمليات

تمرين :

x عدد ناطق حيث $2x-4=3$. هل المساويتان الآتيتان صحيحتان ؟ $2x-5=2$ ؛ $2x+4=-3$.

حـلّ :

لدينا x عدد ناطق حيث : $2x-4=3$. بإضافة 1- إلى طرفي هذه المساواة نجد $2x-4-1=3-1$ أي $2x-5=2$. إذن المساواة $2x-5=2$ صحيحة.

• بإضافة 8 إلى طرفي المساواة $2x-4=3$ نجد $2x-4+8=3+8$ أي $2x+4=11$. إذن المساواة $2x+4=-3$ غير صحيحة.

تعاليـــق

للتحقق من صحة كل مساواة، لاحظ أننا استعملنا خواص المساويات و عمليتي الجمع و الطرح.

تمرين :

x عدد ناطق حيث : $-5x+1=5$. هل كل مساواة مما يلي صحيحة ؟ $-25x+1=21$ ؛ $\frac{-1}{2}x+\frac{1}{10}=\frac{1}{2}$.

حـلّ :

• بضرب طرفي المساواة $-5x+1=5$ في 5 نجد $-25x+5=25$ و بإضافة 4- إلى طرفي هذه المساواة نجد $-25x+5-4=25-4$ أي $-25x+1=21$

إذن المساواة $-25x+1=21$ صحيحة.

• بقسمة طرفي المساواة $-5x+1=5$ على 10 نجد $\frac{1}{10}\times(-5x+1)=\frac{1}{10}\times 5$. إذن $-\frac{1}{2}x+\frac{1}{10}=\frac{1}{2}$

بالتالي المساواة $-\frac{1}{2}x+\frac{1}{10}=\frac{1}{2}$ صحيحة.

تعاليـــق

للتحقق من صحة كل مساواة، لاحظ أننا استعملنا خواص المساويات و عمليتي الضرب و القسمة.

• توظيف خواص المتباينات و العمليات

تمرين :

x عدد ناطق حيث $x>\frac{7}{5}$. A و B عددان حيث : $A=3x-2$ و $B=5-2x$.

• قارن بين A و B من أجل $x=\frac{3}{2}$ ثم $x=10$. ضع تخمينا حول مقارنة العددين A و B.

• أثبت صحة هذا التخمين.

حـلّ :

• من أجل $x=\frac{3}{2}$ نجد $A=\frac{5}{2}$ و $B=2$. إذن : $A>B$. من أجل $x=10$ نجد $A=28$ و $B=-15$. إذن : $A>B$. التخمين : يبدو أنّ $A>B$ من أجل كل قيم x حيث $x>\frac{7}{5}$.

• إثبات أنّ $A>B$. نحسب $A-B$ و نجد $A-B=5x-7$.

و بما أنّ $x>\frac{7}{5}$ إذن $5x>7$. بالتالي $5x-7>0$ أي $A-B>0$. ينتج أنّ $A>B$.

تعاليـــق

إنطلاقا من حالتين خاصتين، وضعنا مخمنة ثم برهنا على صحتها بتوظيف خواص المتباينات و العمليات.

دوري الآن

1. x عدد ناطق حيث $x<-6$. ماهي المتباينة التي يمكن كتابتها من أجل $x+4$ ؟ $-6x$ ؟ $\frac{x}{12}$ ؟

2. في كل حالة مما يلي : $x-8>7$ ؛ $-3x>15$ ؛ $\frac{-x}{4}>9$ استعمل خواص المتباينات للحصول على متباينة من الشكل $x<\dots$ أو $x>\dots$.

3 حصر عدد عشري

• x عدد عشري موجب، مدوّره إلى الوحدة هو 15.

لا يمكن للعدد x أن يساوي 14,4 لأن مدوّره إلى الوحدة هو 14.

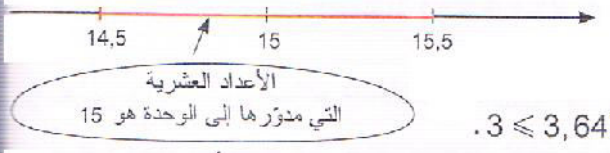
ولا يمكن كذلك أن يساوي العدد x 15,5 لأن مدوّره إلى الوحدة هو 16.

نعلَم أنّ المدوّر إلى الوحدة لكل عدد x حيث $14,5 > x \geqslant 14$ هو 14.

و مدوّر إلى الوحدة لكل عدد x حيث $16 > x \geqslant 15,5$ هو 16.

الكتابة $15,5 > x \geqslant 14,5$ هي حصر لكل عدد عشري مدوّره إلى الوحدة هو 15.

نمثل هذا الحصر بالشكل الآتي :



• المدوّر إلى الوحدة للعدد العشري 3,647 هو 4

لأن رقم أعشاره هو 6 وهو أكبر من 4. إذن $4 > 3,647 \geqslant 3$.

• المدوّر إلى $\frac{1}{10}$ للعدد العشري 3,647 هو 3,6 لأن رقم جزئه من 100 هو 4 وهو أصغر من 5.

إذن $3,7 > 3,647 \geqslant 3,6$.

• المدوّر إلى $\frac{1}{100}$ للعدد العشري 3,647 هو 3,65 لأن رقم جزئه من 1000 هو 7 وهو أكبر من 4.

إذن $3,65 > 3,647 \geqslant 3,64$.

4 المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المعادلة هي مساواة تتضمن عددا أو أعدادا مجهولة، معبّر عنها بحروف.

مثال

• $3x - 1 = 4x + 5$ هي معادلة ذات المجهول x، طرفها الأيسر هو $3x - 1$ و الأيمن هو $4x + 5$.

كل معادلة من الشكل $ax + b = cx + d$ حيث a، b، c، d أعداد معلومة و a، c غير معدومين في آن واحد تسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x.

مثال

• $5x + 3 = -8x - 1$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x.

حل معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x يعود إلى تعيين قيمة هذا المجهول التي تحقق المساواة المعطاة.

مثلا : 2- ليس حلا للمعادلة $-8x + 4 = 0$ بينما العدد $\frac{1}{2}$ هو حل لها.

5 ترييض مشكلة وحلها

ترييض مشكلة و حلها يتطلب المرور على المراحل الآتية :

• اختيار المجهول، و ليكن مثلا x ؛

• ترجمة كل المعطيات الواردة في النص بدلالة x ؛

• إيجاد معادلة مناسبة تعبّر عن المشكلة؛

• حل المعادلة؛

• التصريح بالحل؛

• التحقق من صحة النتيجة بالعودة إلى نص المشكلة.

مثال

• عند كريم 500DA ؛ متكوّنة من قِطَع نقدية من فئتي 50DA و 100DA.

• ماهو عدد القِطَع من فئة 50DA إذا علمت أنه يملك 3 قطع من فئة 100DA ؟

هذا المشكل يترجَم بالمعادلة $50x + 300 = 500$

حلها هو 4، أي توجد 4 قطع من فئة 50DA.

• حصر عدد عشري موجب

تمرين

1) احصر العدد 4,679 بين عددين طبيعيين متتاليين.

2) عيّن حصرا لهذا العدد باستعمال قِيَم مقربة بالنقصان و بالزيادة إلى $\frac{1}{10}$.

تعاليـــق

نستعمل القِيَم التقريبية بالنقصان و بالزيادة إلى مرتبة معيّنة لحصر عدد عشري موجب.

حـــلّ

1) نلاحظ أن $4 \leqslant 4,679$ و $4,679 < 5$. إذن $4 \leqslant 4,679 < 5$.

2) 4,6 هي قيمة مقربة بالنقصان إلى $\frac{1}{10}$ و 4,7 هي قيمة مقربة بالزيادة إلى $\frac{1}{10}$ للعدد 4,679.

إذن $4,6 \leqslant 4,679 < 4,7$.

• حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تمرين

حُلَّ المعادلة الآتية : $9x + 1 = 5x - 7$.

حـــلّ

1) نتبّع المراحل الآتية :

• نقل كل الحدود التي تشمل المجهول x في الطرف الأيسر للمعادلة.

• نقل كل الحدود التي لا تتضمن المجهول x في الطرف الأيمن للمعادلة.

• حساب قيمة المجهول x.

$$9x + 1 = 5x - 7$$
$$9x + 1 - 5x = 5x - 7 - 5x$$
$$4x + 1 = -7$$
$$4x + 1 - 1 = -7 - 1$$
$$4x = -8$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{-8}{4}$$
$$x = -2$$

2) تحقق من أنّ هذه القيمة هي حل للمعادلة $9x + 1 = 5x - 7$.

$9 \times (-2) + 1 = -18 + 1 = -17$

$5 \times (-2) - 7 = -10 - 7 = -17$

3) الخلاصة : العدد 2- هو حل المعادلة $9x + 1 = 5x - 7$.

• ترييض مشكلة و حلها

تمرين : يريد مدير متوسطة شراء كتب علمية تباع بنفس السعر لوضعها في مكتبة المؤسسة. إذا اشترى 7 كتب، فينقصه 190DA و إذا اشترى 6 كتب، فيتبقى عنده 110DA. ماهو سعر الكتاب الواحد ؟

حـــلّ : • نسمّي x سعر الكتاب الواحد. في الحالة الأولى يمكن كتابة العبارة $7x - 190$ و في الحالة الثانية نكتب العبارة $6x + 110$. اعلم أنّه في الحالتين يدفع نفس المبلغ. إذن نكتب $7x - 190 = 6x + 110$.

• تعيين سعر الكتاب الواحد يعود إلى حل المعادلة $7x - 190 = 6x + 110$ ذات المجهول x.

• لاحظ أنّ هذه المعادلة من الدرجة الأولى. لدينا $7x - 190 = 6x + 110$.

إذن $7x - 190 - 6x = 6x + 110 - 6x$. بالتالي $x - 190 + 190 = 110 + 190$. إذن حل المعادلة هو 300.

• التحقق : لدينا $7x - 190 = 7 \times 300 - 190 = 1910$ و $6x + 110 = 6 \times 300 + 110 = 1910$.

إذن المعادلة محققة، بالتالي سعر الكتاب الواحد هو 300DA.

دوري الآن

1) 8,34 هو المدوّر إلى الجزء من 100 للعدد a. هل يمكن أن يكون a يساوي 8,342 ؟ 8,336 ؟ 8,345 ؟

• أعط حصرا للعدد a باستعمال قيمتين تقريبيتين إلى الجزء من 100 للعدد a.

2) • عُمْر أب هو 42 سنة و عُمْر ابنه هو 12 سنة. بعد كم سنة يكون عُمْر الأب ثلاث أضعاف عُمْر ابنه ؟

أوظّف تعلّماتي

المساويات و العمليات

1 x عدد ناطق. أكمل كل جملة ممايلي :

إذا كان $x = 24$ فإنّ $x + 6 = \ldots$

إذا كان $x = -3$ فإنّ $x - 4 = \ldots$

إذا كان $x = 0$ فإنّ $2x + 8 = \ldots$

إذا كان $x = \frac{1}{2}$ فإنّ $4x - \frac{1}{2} = \ldots$

2 a عدد ناطق، أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $3a - 4 = 0$ فإنّ $a = \ldots$

إذا كان $-2a + 1 = -1$ فإنّ $a = \ldots$

إذا كان $5a = -a + 2$ فإنّ $a = \ldots$

إذا كان $7a - 3 = 7 - 3a$ فإنّ $a = \ldots$

3 صحيح أو خاطئ.

إذا كان $3x = 4$ فإنّ $x = 1$

إذا كان $x - 17 = 0$ فإنّ $x = 17$

إذا كان $8x = 8$ فإنّ $x = 0$

إذا كان $2 - 5x = 0$ فإنّ $x = \frac{2}{5}$

4 • اكتب المساواة التي تتحصل عليها عندما تضرب طرفي المساواة : $2 = 2x - 5$ في العدد -3.

• اكتب المساواة التي تتحصل عليها عندما تضرب طرفي المساواة : $1 = 3x + 15-$ في العدد -1.

5 x عدد نسبي حيث $2x = -1$.

أكمل كل مساواة مما يلي :

$2x + 5 = \ldots$ ؛ $x - 3 = \ldots$ ؛ $-4x = \ldots$

$x + \frac{1}{2} = \ldots$ ؛ $\frac{x}{2} - 1 = \ldots$ ؛ $\frac{-5}{2}x + \frac{5}{2} = \ldots$

المتباينات و العمليات

6 x عدد ناطق.

أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $x > 10$ فإنّ $x - 10 > \ldots$.

إذا كان $x < -3$ فإنّ $x + 3 < \ldots$.

إذا كان $x \geqslant -2$ فإنّ $x + 2 \geqslant \ldots$.

إذا كان $x \leqslant \frac{1}{2}$ فإنّ $x - \frac{1}{2} \leqslant \ldots$.

7 m عدد ناطق، أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $5m \geqslant 0$ فإنّ $m \geqslant \ldots$

إذا كان $m - 1 \leqslant 0$ فإنّ $m \leqslant \ldots$

إذا كان $1 + 4m > 0$ فإنّ $m > \ldots$

إذا كان $3 - 2m < 0$ فإنّ $m > \ldots$

8 قارن بين العددين النّاطقين $\frac{6}{5}$ و $\frac{5}{4}$.

9 قارن بين العددين الناطقين a و b في كل حالة مما يلي :

أ) $a = \frac{4}{3}$ ؛ $b = \frac{24}{21}$ ب) $a = \frac{-4}{7}$ ؛ $b = \frac{-9}{14}$

جـ) $a = \frac{4}{15}$ ؛ $b = \frac{-15}{4}$ د) $a = \frac{2}{3}$ ؛ $b = \frac{3}{2}$

10 تحصلت ليلى على علامتين في الرياضيات.

إحداهما ثلاثة أخماس و الأخرى إحدى عشرة على عشرين.

أي علامة أكبر ؟

11 إذا كان a عددا أصغر من 2000، فما الذي يمكن قوله عن العدد $a + 18$ ؟

12 إذا كان x عددا أكبر من أو يساوي 5، فما الذي يمكن قوله عن العدد $x - 10$ ؟

13 m عدد نسبي حيث $m > 3$.

استنتج متباينة يحققها كل عدد مما يلي :

أ) $m + 3$ ؛ ب) $m - 3$ ؛ جـ) $-5 + m$

د) $3m$ ؛ هـ) $-3m$ ؛ و) $-\frac{1}{4}m + 4$

14 x عدد ناطق حيث $-2x + 3 \leqslant 18$.

استنتج متباينة يكون فيها x هو الحد الأول.

15 y عدد ناطق حيث : $3y + 5 \leqslant -5$.

استنتج متباينة يكون فيها y هو الحد الأول.

16 $\mathfrak{z}$ عدد ناطق حيث : $-2\mathfrak{z} \geqslant -7$.

استنتج متباينة يكون فيها $\mathfrak{z}$ هو الحد الأول.

17 انقل و أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $a \geqslant b$ فإنّ $a \ldots b$

إذا كان $a \geqslant b$ فإنّ $b-a \ldots 0$

إذا كان $3a \leqslant 5b-1$ فإنّ $5b-3a \ldots$

إذا كان $a+10 \geqslant b-10$ فإنّ $a-b \ldots$

18 a و b عددان ناطقان.

انقل و أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $a \geqslant b$ فإنّ $7a \ldots 7b$

إذا كان $a > b$ فإنّ $-\frac{2}{5}b \ldots -\frac{2}{5}a$

إذا كان $a \leqslant b$ فإنّ $4a+1 \ldots 4b+1$

إذا كان $a < b$ فإنّ $-a+3 \ldots -b+3$

حصر عدد عشري موجب

19 t عدد عشري موجب حيث $1 \leqslant t \leqslant 3$.

أعط حصرا لكل عبارة مما يلي :

$t+10$ ؛ $3t-1$ ؛ $\frac{1}{2}t$ ؛ $\frac{14}{3}t-2$.

20 أثبت أنّ $\frac{17}{19} < 1 < \frac{19}{17}$.

21 استعمل حاسبة لإثبات أنّ $3+\frac{1}{7} < \pi < 3+\frac{10}{71}$

22 أثبت أنّ : $\frac{2}{5} < \frac{33}{50} < \frac{3}{4}$.

23 x هو طول ضلع معيّن حيث $3 < x < 8$.

(الوحدة cm).

عيّن حصرا لمحيط هذا المعيّن.

24 ABC مثلث متقايس الأضلاع، محيطه P محصور بين 5cm و 6cm.

عيّن حصرا لطول ضلع هذا المثلث.

25 a ، b و c أعداد عشرية حيث :

$a = 5,12$ ، $b = 5,3$ و $c = 5,115$.

أثبت أن : $c < a < b$.

26 x عدد عشري حيث $1 \leqslant 2x+1 < 3$.

استنتج حصرا للعدد x.

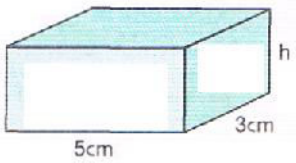
27 طول ملعب كرة القدم محصور بين 100m و 110m و عرضه محصور بين 64m و 75m.

علمت أن الملعب مستطيل الشكل، عيّن حصرا لمساحة هذا الملعب.

28 الشكل المقابل لمتوازي مستطيلات.

1) عيّن حصرا للارتفاع h إذا علمت أن المدوّر إلى الجزء من 100 لـ h هو 5,41.

2) استنتج حصرا للحجم $\mathcal{V}$ لمتوازي المستطيلات المعطى.



المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

29 انقل و أتمم ما يلي :

إذا كان $x+8=0$ فإنّ $x = \ldots$

إذا كان $-2x=0$ فإنّ $x = \ldots$

إذا كان $\frac{x}{2}=1$ فإنّ $x = \ldots$

إذا كان $4x-4=0$ فإنّ $x = \ldots$

30 تحقق إن كانت المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد. برّر إجابتك.

$$3x+\frac{1}{2}=7-2x$$

31 تحقق إن كانت المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد. برّر إجابتك.

$$-2\left(x+\frac{1}{2}\right)=3x+4-5x$$

32 هل العدد 0 هو حل للمعادلة الآتية :

$2x+1=3x-5$ ؟

33 هل العدد -1 هو حل للمعادلة الآتية :

$-m-2=2m+1$ ؟

34 حُلّ كل معادلة من المعادلات الاتية :

$3+x=8,4$ ؛ $x-5=6$

$4x=x+4$ ؛ $-30x=90$

$7x=2,8$ ؛ $-\frac{x}{3}=3$

$3x-5=5-3x$ ؛ $11x+5=4x+9$

35 عند ليلى 27 زهرة، هي تعلم أنّ لديها 5 زهرات زائدة عن ضعف عدد الأزهار الموجودة عند مريم.

1) اكتب معادلة تترجم بها هذه الوضعية.

2) جد عدد الأزهار الموجودة عند مريم.

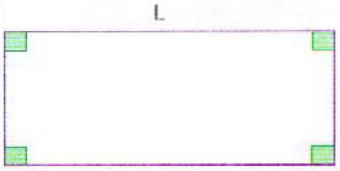
أوظف تعلماتي

36 نعتبر المعادلة : $4x - 8 = 2x + 3$

1) تصور وضعية يمكن ترجمتها بالمعادلة السابقة.

2) حُلّ هذه المعادلة.

37 المحيط $\mathcal{P}$ للمستطيل الآتي يعطى بالصيغة $\mathcal{P} = 2L + 2\ell$.



1) انقل و أتمم : $2L = \ldots\ldots$

2) عبّر عن L بدلالة $\mathcal{P}$ و ℓ.

3) احسب L إذا كان $\mathcal{P} = 31\text{cm}$ و $\ell = 6{,}4\text{cm}$.

ترييض مشكلات

38 مجموع ثلاثة أعداد طبيعية متتابعة هو : 30.

ما هي هذه الأعداد ؟

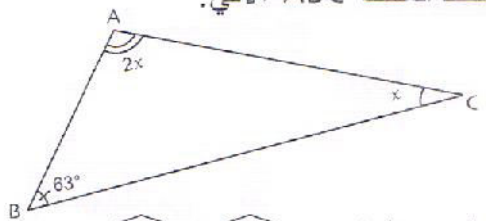
39 مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتابعة هو -12،

ما هي هذه الأعداد ؟

40 يقول سمير : أفكر في عدد، أضفتُ 21 إلى ضعفه، إني أجد نفس النتيجة إذا طرحت 13 من ثلاثة أضعاف هذا العدد».

ماهو العدد الذي فكر فيه سمير ؟

41 لاحظ المثلث ABC الآتي.



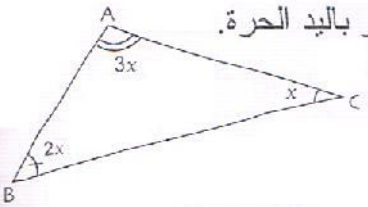
احسب قيسي الزاويتين $\widehat{BAC}$ و $\widehat{ACB}$:

1) ذهنيا.

2) بكتابة معادلة ثم حلها.

42 في مثلث قائم، قيس زاوية حادة منه هو ثلاثة أضعاف قيس الزاوية الحادة الأخرى، ما هو قيس الزاوية الحادة الأصغر (بالدرجة) ؟ استنتج قيس الزاوية الحادة الأكبر.

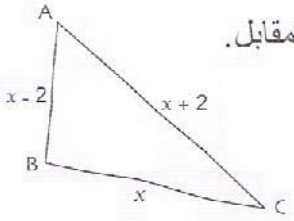
43 ABC مثلث أُنجز باليد الحرة.



عيّن قيس زاويا هذا المثلث

44 طول مستطيل هو ثلاثة أضعاف عرضه، جِد بعدي هذا المستطيل إذا علمت أن محيطه هو 168m.

45 لاحظ المثلث ABC المقابل.



أنجز الشكل باليد الحرة.

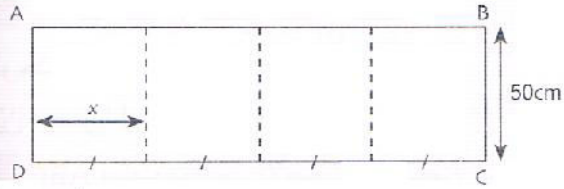
• جِد x إذا علمت أن محيط هذا المثلث يساوي 90cm.

46 عندما نضيف 20cm إلى طول مستطيل، تزداد مساحته بـ $250\,\text{cm}^2$.

• ماهو عرض هذا المستطيل ؟

47 لاحظ الشكل المقابل حيث ABCD مستطيل،

• جِد x إذا علمت أن مساحة هذا المستطيل هي : $280\,\text{cm}^2$.



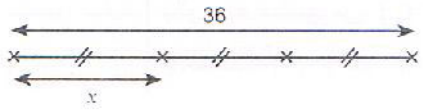
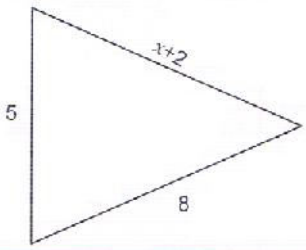
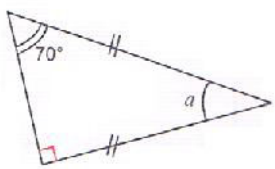
48 لاحظ الرسم المقابل.

محيط المستطيل إنتبه أشغال هو نفس محيط المثلث متقايس الأضلاع. جِد x.

49 اشترى رضا من المكتبة 5 كراريس و 3 أقلام و دفع له 420DA.

إذا علمت أن سعر الكراس الواحد يبلغ خمسة أضعاف سعر القلم الواحد، ماهو سعر كل كراس و كل قلم بالدينار ؟

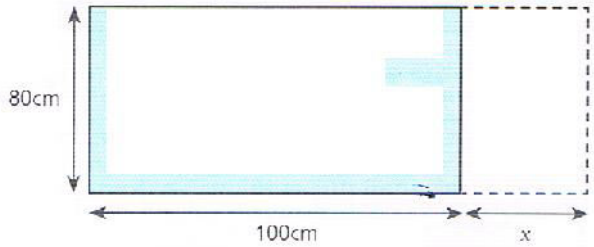
جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

		عند الإخفاق أعود إلى الصفحة : ....
1	a عدد ناطق. أكمل الجملة الآتية : إذا كان $a = -2$ فإنّ ... $= a + 2$.	74
2	b عدد ناطق. أكمل الجملة الآتية : إذا كان $3b - 5 = 0$ فإنّ ... $= b$.	74
3	x عدد ناطق. أكمل الجملة الآتية : إذا كان $x < -3$ فإنّ ... $< -x$.	74 و 75
4	y عدد ناطق. أكمل الجملة الآتية : إذا كان $2y - 2 \geqslant 4$ فإنّ ... $\geqslant y$.	74 و 75
5	عيّن المدوّر إلى الوحدة لحاصل القسمة $\frac{136}{14}$. احصر هذا العدد بين عددين طبيعيين متتاليين.	76 و 77
6	أفكر في عدد. أضربه في 7 و أجد 4. ماهو هذا العدد ؟	76 و 77
7	احسب قيمة العبارة $13y - 4$ من أجل $y = -2$. ما هي قيمة هذه العبارة من أجل $y = \frac{4}{13}$ ؟	75
8	هل العدد 5 هو حل للمعادلة $2x - 7 = 3x + 11$ ؟	76 و 77
9	هل للمعادلتين نفس الحل : $5x - 3 = 0$ و $2x + 1 = -3x + 4$ ؟	76 و 77
10	حل المعادلة الآتية : $2x - 1 = 3x + 5$.	76 و 77
11	لاحظ الشكل المقابل. عيّن العدد x. 	76 و 77
12	لاحظ الشكل المقابل (الوحدة 1cm). عيّن العدد x إذا علمت أنّ محيط المثلث هو 22cm. 	76 و 77
13	لاحظ الشكل المقابل. عيّن العدد a. 	76 و 77

50 يبلغ عُمر رجل 45 سنة بينما يبلغ عُمْر ابنه فَيْصَل 6 سنوات.
بعد كم سنة يكون عُمر الأب ضعف عُمر ابنه ؟

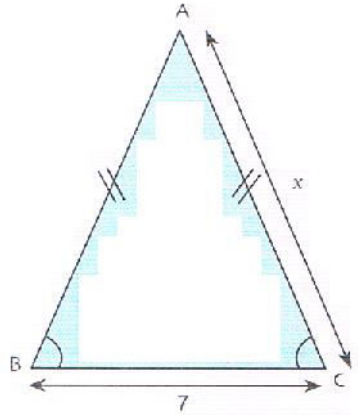
51 يبلغ عُمْر سامية ثلث عُمْر أمها بينما يبلغ عُمْر أُم سامية نصف عُمْر أمها.
إذا علمت أن مجموع أعمار سامية و أمها وجدتها هو 110 سنوات، فما هو عُمر سامية ؟

52 يريد فلّاح تكبير حقله بالاعتماد على التصميم الآتي : (الوحدة m).



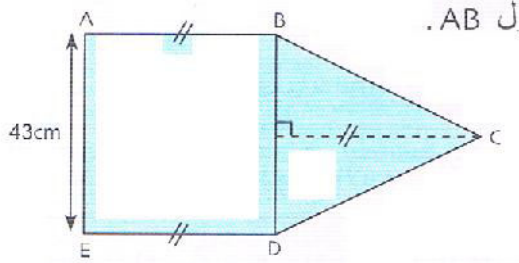
لتحقيق هذا المشروع، يجب على الفلاح وضع سياج جديد يضم الجزء الممثل بالخط المتقطع.
ماهي قيمة العدد x إذا علمت أنّ هذا الفلاح يملك 150m من السياج ؟

53 ABC هو مثلث متساوي الساقين في A حيث BC = 7 (الوحدة cm)



نسمي x طول الضلع [AC].
• ماهو الشرط الذي يجب أن يحققه العدد x حتى يكون الشكل ممكنا ؟
• احسب x إذا علمت أن محيط المثلث ABC يساوي 16cm.

54 مساحة الشكل ABCDE هي $1161cm^2$.
(الشكل). استعمل المعطيات المسجلة على الشكل لإيجاد الطول AB.

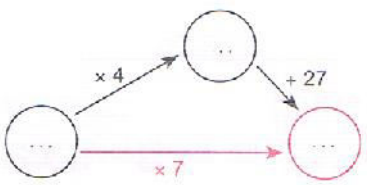


55 تضمنت مسابقة اختبارات في ثلاث مواد : الرياضيات و العلوم الفيزيائية و اللغة العربية مع العلم أن معامل الرياضيات هو 4 و معامل العلوم الفيزيائية هو 2 و معامل اللغة العربية هو 5.
في هذه المسابقة، تحصلت عائشة على 12 من 20 في الرياضيات و 11 من 20 في العلوم الفيزيائية.
ماهي العلامة التي تحصلت عليها في اللغة العربية إذا علمت أنّ معدلها في هذه المسابقة بلغ 11,5 ؟

56 تحصلت خديجة على معدل 13,5 من 20 في 3 فروض في الرياضيات.
ماهي العلامة التي ينبغي أن تتحصل عليها في الفرض القادم في الرياضيات حتى يبلغ معدّلها 14 من 20 ؟

57 الصيغة التي تسمح بحساب درجة الحرارة t بالوحدة سلسيوس (°C) و درجة الحرارة T بالوحدة فرنهايت (°F) هي $t = \frac{5}{9} \times (T - 32)$.
ماهي الدرجة التي سيسجلها المحرار بالوحدة (°F) إذا كانت الدرجة المسجلة بالوحدة (°C) هي 25°C ؟

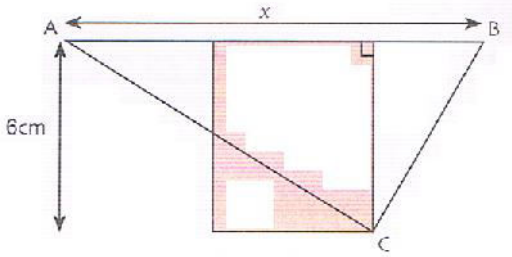
58 لاحظ أن المسلكين الأسود و الأحمر يؤديان إلى نفس العبارة.



ماهي الأعداد التي نسجلها في الأقراص الثلاثة ؟

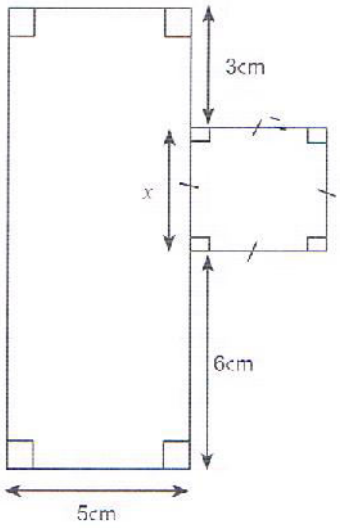
أتعمّق

59 ABC مثلث و الشكل الملوّن بالأحمر هو مربع (الوحدة cm)



أوجد العدد x حتى يكون للمربع الأحمر و المثلث ABC نفس المساحة.

60 لاحظ الشكل الآتي : (الوحدة cm).



عيّن العدد x حتى يكون للمربع و المستطيل نفس المحيط.

61 يقول بائع الأزهار لسمير «أقترح عليك باقة من 9 أزهار حتى يبقى عندك 14DA.

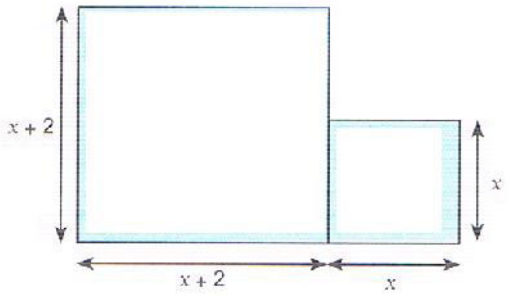
للحصول على باقة من 11 زهرة اعلم أنه ينقصك 36DA.»

حدّد سعر الزهرة الواحدة.

62 مسبح دائري، نصف قطر قاعدته 2,5 m.

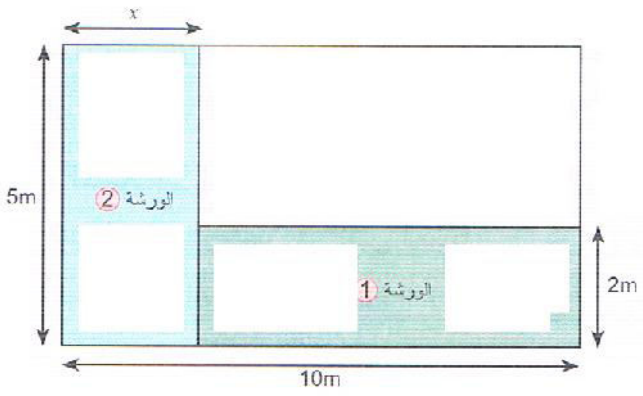
- احسب القيمة المضبوطة لمحيط قاعدة المسبح.
- عيّن حصر محيط هذه القاعدة إذا علمت أنّ $3,14 < \pi < 3,15$.

63 لاحظ الشكل الآتي :



- عبّر بدلالة x عن مساحة الجزء الملوّن.
- احسب مساحة هذا الجزء من أجل $x = 3$.

64 قرّر صاحب محل تجاري تهيئته حسب التصميم الآتي :



كيف يجب اختيار عرض الورشة 1 حتى يكون للورشتين 1 و 2 نفس المساحة ؟

65 تريد إكمالية تنظيم رحلة لصالح التلاميذ إلى حديقة الحيوانات الواقعة ببن عكنون بالجزائر العاصمة.

إذا ساهم كل مشارك بمبلغ 80DA فينقص 1620DA لتسديد مبلغ كلفة السفر. و إذا ساهم كل مشارك بمبلغ 120DA، فيتعدى مبلغ المساهمة مبلغ كلفة السفر بـ 540DA.

ماهو عدد التلاميذ الذين سيسمح لهم بالمشاركة في هذه الرحلة ؟

أدمج تعلّماتي

وضعية

في منافسة سباق الدراجات، انطلق دراج بسرعة متوسطة قدرها 50km/h و هو يتابع دراجا آخر إنطلق قبله بسرعة متوسطة قدرها 45km/h.

ماهي المدة الزمنية اللازمة لهذا الدراج للالتحاق بمنافسه إذا علمت أنّ المسافة التي كانت تفصلهما عند الانطلاق هي 1km ؟

ماهي المسافة التي يقطعها الدراجان عندما يلتحق الدراج الثاني بالدراج الأول ؟

تحليل الوضعية

- اختيار المجهول : الزمن t.
- ترجمة نص المشكل على شكل معادلة، بدلالة المجهول t.
- حل المعادلة.
- التحقق من أنّ قيمة t المحصل عليها تحقق المعادلة ذات المجهول t.
- الخلاصة : إعطاء الإجابة المناسبة لكل سؤال من السؤالين المطروحين في نص المشكل.

حل مختصر

- نسمي t الزمن اللازم حتى يلتحق الدراج الثاني بالدراج الأول.
- بعد مدة t يكون الدراج الثاني قد قطع مسافة $(50 \times t)$ (الوحدة km) ، بينما يكون الدراج الأول قد قطع مسافة $(45 \times t)$km.
- يلتحق الدراج الثاني بالدراج الأول إذا كان $50 \times t = 45 \times t + 1$.
- بالتالي $t = \frac{1}{5}$h أي $t = 12$min.
- المسافة التي يقطعها الدراج الثاني حتى يلتحق بالدراج الأول هي $(\frac{1}{5} \times 50)$km أي 10km و هي المسافة التي يكون قد قطعها الدراج الأول.

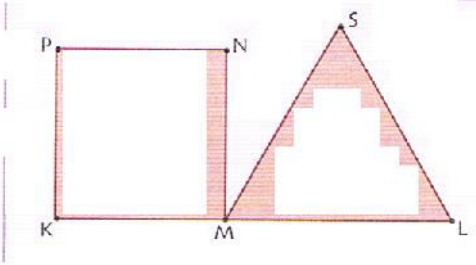
وضعية للتقويم

تحمل سيارة 15 كيسا من الفرينة و 25kg من السكر، و تحمل سيارة أخرى 10 أكياس مماثلة من الفرينة و 150kg من السكر.

يقول سائق إحدى السيارتين للآخر : «إن السيارتين تحملان نفس الكتلة من السلع».

ماهي كتلة كل كيس من الفرينة ؟

حل معادلات أو متراجحات باستعمال جيوجيبرا



مسألة

[KL] هي قطعة مستقيم حيث KL = 10cm.

M نقطة متحركة على [KL]، كيف يجب اختيار طول ضلع المربع KMNP حتى يكون لهذا المربع و المثلث المتقايس الأضلاع MLS نفس المحيط ؟

1) إعادة إنجاز الشكل

أ) رسم قطعة مستقيم طولها 10cm.

• انقر على Segment de longueur donnée ثم على صفحة الرسم احجز 10 في النافذة الظاهرة. نسمي [KL] هذه القطعة و نرسم نقطة M على هذه القطعة.

ب) إنشاء مربع.

• ارسم المستقيم (D) الذي يعامد (KL) في K بالنقر على Perpendiculaire ثم على [KL] و على K.

• ارسم الدّائرة التي مركزها K و نصف قطرها MK بالنقر على Cercle (centre-point) ثم على K ثم على M.

• عيّن تقاطع الدّائرة و المستقيم (D) بالنقر على Intersection ثم على الدّائرة ثم على المستقيم (D). تظهر نقطتان، نسمي P التي تقع فوق (KL).

• ارسم المنتصف O لـ [PM] بالنقر على Milieu ou centre ثم على P و على M.

• الرأس الرابع N للمربع KMNP هو نظير K بالنسبة إلى O.

• انقر على Polygone ثم على الرؤوس K، M، N، P للمربع بهذا الترتيب.

جـ) إخفاء الدّائرة و المستقيم (D).

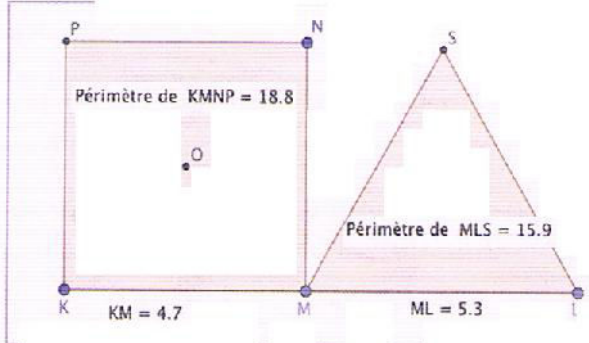
اضغط على الدّائرة باليمنى ثم انقر على Afficher l'objet و نقوم بنفس العمل لإخفاء المستقيم.

د) إنشاء المثلث المتقايس الأضلاع

- الدّائرة التي مركزها M و نصف قطرها ML تقطع الدّائرة التي مركزها L و نصف قطرها ML في نقطتين، نسمي S التي تقع فوق (KL).

- انقر على Polygone ثم على الرؤوس L، M، S للمثلث.

2) البحث عن ضلع المربع المطلوب



• انقر على Distance ou Longueur ثم على K و على M فيظهر الطول KM.

انقر مرتين داخل المربع فيظهر محيطه.

• نفس العملية فيما يخص ضلع و محيط المثلث المتقايس الأضلاع MLS.

• حرك النقطة M على [KL] و أجب عن السؤال.

تمرين : أعد العملية السابقة بتعويض المربع KMNL بمستطيل KMNL حيث KM = 2LP.

6 التناسبية

سأتعلّم في هذا الباب

التعرف على وضعية تناسبية في تمثيل بياني.

استعمال التناسبية في وضعيات تدخل فيها النسبة المئوية.

التعرف على الحركة المنتظمة.

استعمال المساواة $d = V \times t$ في حسابات متعلقة بالمسافة المقطوعة والسرعة والزمن.

تحويل وحدات قياس السرعة وتوظيف التناسبية لاستعمال وحدات الزمن.

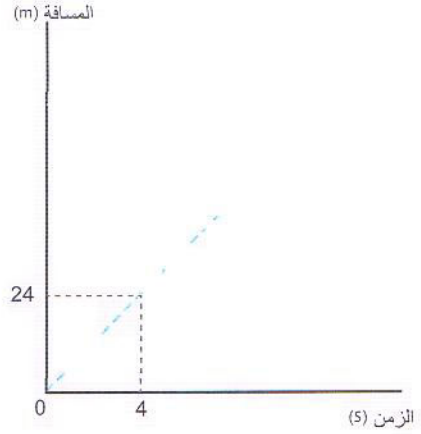
في بداية الـ[illegible] خاصة لحساب سرعة السفينة. يُقدّر البحارة هذه السرعة باستعمال «[illegible] على بكرة ويحمل عقدًا على مسافات يبلغ طول كل منها 47 قدما و 3 بوصات (14m) [illegible] القطعة الخشبية في المياه وتجرّ خلف السفينة ويبدأ في حساب الزمن باستعمال ساعة رملية [illegible] بعد العُقد. هذا العدد هو الذي يُعبّر عن سرعة السفينة [illegible] عن سرعة السفن. حاليا العُقدة تُقابل بالضبط سرعة ميل بحري [illegible]

تحدّي

البيان المقابل يُمثّل المسافة المقطوعة بدلالة الزمن لعدّاء.

1) ما هي المسافة التي قطعها هذا العداء في مُدّة 3min34s؟

2) ما هي المدة الموافقة لقطع مسافة 1500m؟



حدّد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.

الأسئلة	الإجابات (1)	الإجابات (2)	الإجابات (3)
1. الجدول الذي يُمثّل وضعية تناسبية هو الجدول...	0 | 6 | 7 8 | 48 | 56	12 | 6 | 4 18 | 9 | 6	2 | 3 | 6 5 | 7,5 | 15
2. 5 عُلب متماثلة تزن 4kg. تزن العُلبة الواحدة....	1,25kg	0,8kg	1kg
3. في هذه الوضعية التناسبية...	$100 \div 4 = 25$ ومنه: $x = 25 \times 6$	$6 \div 4 = 1,5$ ومنه: $x = 100 \times 1,5$	$6 - 4 = 2$ ومنه: $x - 100 = 2$

كمية البنزين المستهلكة (L)	4	6
المسافة المقطوعة (km)	100	x

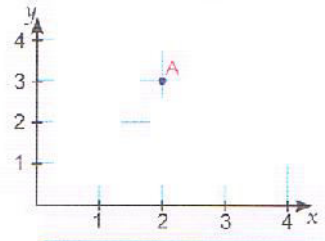
4. معامل التناسبية المُشار إليه في الجدول هو:	$\frac{7}{600}$	$\frac{600}{7}$	600×7

الكتلة (kg)	7	14
السعر (DA)	600	1200

5. في جدول التناسبية هذا قيمة x تُساوي...	$\frac{2,8 \times 7,6}{0,4}$	$\frac{2,8 \times 0,4}{7,6}$	$\frac{0,4 \times 7,6}{2,8}$

7,6	2,8	
x	0,4	

6. إحداثيا النقطة A في هذا المعلَم هما...	(2;3)	(3;2)	الفاصلة 2 والترتيب 3



7. في إحدى الأقسام توجد 12 بنتًا من بين 30 متمدرسًا. النسبة المئوية للبنات في هذا القسم هي...	40%	70%	25%
8. لحساب 75% من 200 نُجري العملية...	$200 \times 0,75$	$\frac{200 \times 75}{100}$	$200 - 75$
9. x عدد حيث $\frac{3}{x} = 2$ إذن...	$x = 6$	$x = \frac{2}{3}$	$x = 1,5$
10. نعبّر عن الساعة ونصف الساعة بـ...	1,30h	1,5h	1h30min

1 تحديد خصائص وضعية تناسبية في تمثيل بياني

يحتاج أيوب إلى دبابيس لتزيين القسم. لذلك عليه أن يختار بين العُروض الثلاثة الآتية

المحل (1)

5DA للعُلبة الواحدة

المحل (2)

2,5DA للعُلبة الواحدة.
+
قيمة جُزافية 10DA.

المحل (3)

من عُلبة إلى 8 عُلب: تُحسب العُلبة الواحدة بـ 5DA
بدءًا من العُلبة التاسعة، تُحسب العُلبة الواحدة بـ 2DA

1) من أجل كُل عرض من العُروض الثلاثة، انقل وأتمم الجدول المقابل:

عدد العُلب	2	6	12	14
الثمن (DA)				

• اذكر في كُل حالة إن كان الجدول يُمثّل وضعية تناسبية؟

2) ارسم معلَما (على محور الفواصل مربع واحد يُمثّل علبة واحدة وعلى محور التراتيب مربّع واحد يُمثّل 5DA).
مَثّل في هذا المعلَم وبألوان مُختلفة مُعطيات الجدول المُناسب لِكل عرض من العروض الثلاثة.

3) اشرح كيف يُمكن التعرّف بيانيا على جدول تناسبية.

2 استعمال النسبة المئوية

1) بلغ عدد سُكان الجزائر 40 مليون نسمة سنة 2016.

أ) خلال هذه السنة، بلغت نسبة فئة السكان الذين تقلّ أعمارهم عن 15 سنة 29%. ما هو عدد السكان البالغين 15 سنة فأكثر؟

ب) خلال هذه السنة حوالي 10,8 مليون امرأة تتراوح أعمارهن بين 15 سنة و 49 سنة. ما هي النسبة المئوية لهذه الفئة السكانية؟

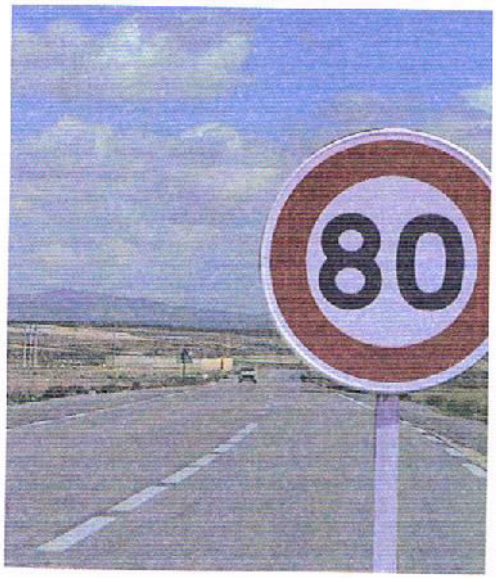
جـ) إذا اعتبرنا أنّ عدد السكان سيرتفع بـ 37,5% بين 2016 و2050. فما هو عدد السكان سنة 2050.

2) في إحدى المؤسسات الصناعية، 25% من أصل 200 عاملة هُنّ مُهندسات و35% من أصل 300 عامل هُم مُهندسون. ما هي النسبة المئوية للمهندسين والمُهندسات معا في هذه المؤسسة؟

3 احترام إشارة تحديد السرعة

انطلق الأب وابنه في رحلة على متن سيارة.

1) قطع الأب في المرحلة الأولى مسافة 180km في مُدّة 2h. نفترض أنّه حافظ باستمرار على سرعة ثابتة أثناء قيادة السيارة.



أ) ما هي المسافة التي قطعها خلال ساعة واحدة؟

نقول أنّ السرعة المتوسطة لهذه السيارة في هذه المرحلة هي 90 كيلومتر في الساعة ونكتب 90km/h.

ب) في مرحلة ثانية من هذه الرحلة، ظلّ الأب يقود السيارة لمُدّة 1,5h وبسرعة متوسطة قدرها 83km/h.

ما هي المسافة التي قطعها خلال هذه المرحلة؟

جـ) ما هي سرعته المتوسطة التي قطع بها المسافتين معا خلال المرحلتين؟

2) طلب الأب من ابنه أن يُساعده على قيادة السيارة، علما أنّ للابن رخصة سياقة جديدة تفرض عليه عدم تجاوز سرعة 80km/h.

أ) قطع الابن مسافة 120km في مُدّة 1h30min. ما هي سرعته المتوسطة؟

هل احترم الابن تحديد السرعة الذي تفرضه رخصته؟

ب) قال الأب للابن: « كان عليك التوقّف مرتين عند الضوء الأحمر».

ماذا تستنتج؟

هل تعلم؟

تُعتبر السرعة مفهوما مألوفا ومتداولا عند العام والخاص في حياتنا المُعاصرة.

فالسائق الذي يقطع مسافة 320km خلال مُدّة 4h يقول إن سرعته المتوسطة كانت 80km/h، رغم أنّه لاحظ خلال سفره أنّ سرعته غير ثابتة (يحدث تسارع أو تباطؤ...) وأنّ عدّاد السرعة يُشير في كل لحظة لقيمة تارة أكبر وتارة أصغر من 80km/h لأنّ عدّاد السيارة يُشير إلى قيمة سرعة السيارة في كل لحظة. نقول أنّ هناك سرعتين: السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية.

السرعة المتوسطة هي السرعة التي يُفترض أن تكتسبها السيارة إذا قطعت مسافات متساوية في مُدد متساوية مُحافظةً باستمرار على نفس السرعة.

1 التعرّف على وضعية تناسبية في تمثيل بياني

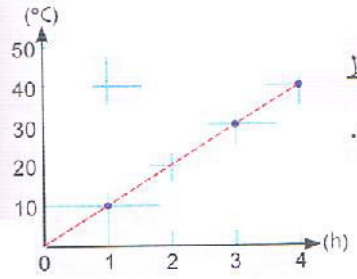
خاصية 1

تُمثّل بيانيا كل وضعية تناسبية في معلَم بنقاط في استقامية مع مبدإ المعلَم.

مثال

الجدول الآتي هو جدول تناسبية.

الزمن (h)	1	3	4
درجة الحرارة (°C)	10	30	40

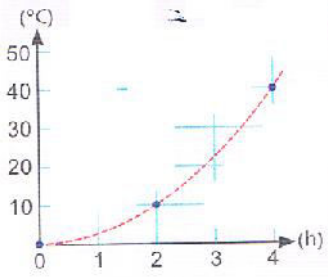


يُمَثَّلُ بيانيا في معلَم بنقاط في استقامية مع مبدإ المعلَم.

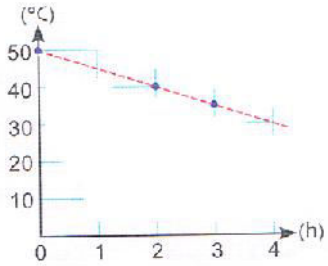
خاصية 2

كُل تمثيل بياني نقاطه في استقامية مع مبدإ المعلَم يُمثّل وضعية تناسبية.

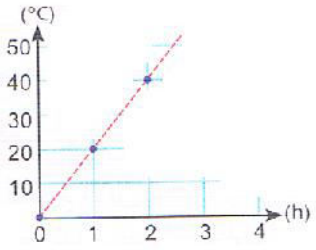
مثال



• النقاط **ليست في استقامية**، إذن هذا البيان لا يُمثّل وضعية تناسبية.



• النقاط **ليست في استقامية مع مبدإ المعلَم** إذن هذا البيان لا يُمثّل وضعية تناسبية.



• **النقاط في استقامية مع مبدإ المعلَم**، إذن هذا البيان يُمثّل وضعية تناسبية.

2 النسبة المئوية

خاصية

t يُشير إلى عدد. لحساب t% من عدد، نضرب هذا العدد في $\frac{t}{100}$.

طريقة

يؤول حساب نسبة مئوية إلى حساب مُعامل تناسبية والتعبير عنه بالكتابة $\frac{t}{100}$.

مثال 1

تحتوي قارورة عصير سعتها 75cL على 70% ماء.

ماء (cL)	70	52,5
عصير (cL)	100	75

$\times \frac{70}{100}$

يوجد 52,5cL من الماء في هذه القارورة.

مثال 2

من بين 32 مُتمدرسا في أحد الأقسام، توجد 8 بنات.

8	...
32	100

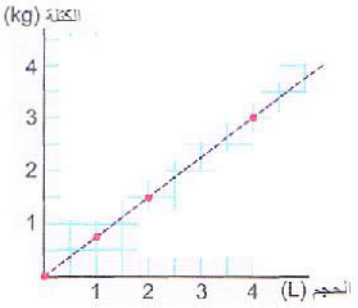
$\times ?$

$\frac{8}{32} = 0,25 = \frac{25}{100}$

النسبة المئوية للبنات في هذا القسم هي 25%.

• التناسبية والتمثيل البياني

تمرين : يُمثّل التمثيل البياني المقابل، كتلة بنزين m بـ (kg) بدلالة حجمه V بـ (L).



1) ما هي كتلة 2L من هذا البنزين؟

2) عبّر عن m بدلالة V.

3) احسب كتلة 7L من هذا البنزين.

4) احسب حجم 10,5kg من هذا البنزين.

حل : 1) 1,5kg هي كُتلة 2L من البنزين.

2) يُمثّل البيان وضعية تناسبية لأن نقاطه في استقامية مع مبدإ المعلَم.الجدول المُقابل هو جدول تناسبية.

V	2	
m	1,5	

حسب مُساواة الجُدائين المُتصالبين،

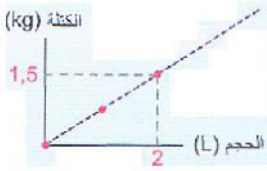
نجد: $m = \frac{1,5 \times V}{2}$ ومنه $m = 0,75 \times V$

أو نكتب $m = 0,75V$ (0,75 هو معامل التناسبية و يُمثّل في هذه الوضعية كُتلة 1L بـ Kg).

3) كتلة 7L من هذا البنزين هي 5,25kg.

4) حجم 10,5kg من هذا البنزين هو 14L.

تعاليـــق



- الحجم مُمثّل على محور الفواصل والكُتلة مُمثّلة على محور التراتيب.
- للإجابة على السؤالين 3 و4 يُمكن استعمال العبارة الحرفية $m = 0,75V$ أو يُمكن إتمام جدول التناسبية الآتي بالإجراء المُناسب.

الحجم (L)	2	7	y
الكتلة (kg)	1,5	x	10,5

طريقة

إذا كانت $M(x;y)$ نقطة من نقاط في استقامية مع مبدإ المعلَم فإنّه يُمكن التعبير عن y بدلالة x في علاقة من الشكل $y = ax$.

• زيادة و تخفيض

تمرين : سعر كتاب 2000DA ازداد سعره بـ 10%، ثم انخفض بـ 10%، ما هو سعره الجديد؟

حل : ازدياد السعر بـ 10% يعني أنّ السعر صار 2200DA. $(2\,000 + 0,1 \times 2000 = 2\,200)$

انخفاض السعر السابق بـ 10% يعني أنّ السعر صار 1980DA. $(2\,200 - 0,1 \times 2\,200 = 1980)$

إذن السعر الجديد للكتاب هو 1980DA.

ملاحظة: زيادة سعر بـ 10% ثم تخفيضه بـ 10% لا يُعيدنا إلى السعر الأصلي.

طريقة

1) لحساب ناتج زيادة x بـ t%، نحسب $x + x \times \frac{t}{100}$ أو نحسب $x\left(1 + \frac{t}{100}\right)$

2) لحساب ناتج تخفيض x بـ t%، نحسب $x - x \times \frac{t}{100}$ أو نحسب $x\left(1 - \frac{t}{100}\right)$

دوري الآن

سعر كتاب 2000DA، انخفض سعره بـ 10%، ثم ازداد بـ 10%، ما هو سعره الجديد؟

• قارن النتيجة بنتيجة المشكل السابق، ماذا يُمكن أن تستنتج؟

3 الحركة المنتظمة والسرعة المتوسطة

نقول عن حركة أنّها منتظمة إذا كانت المسافات التي يقطعها متحرك متناسبة مع المُدد الموافقة لها.

مُعامل التناسبية هو السرعة المتوسطة V.

وبالتالي $d = V \times t$.

المُدة	t
المسافة	d

(×V)

السرعة المتوسطة لمتحرك هي حاصل قسمة المسافة المقطوعة (d) على المدة الزمنية المستغرقة لقطع هذه المسافة (t).

$V = \frac{d}{t}$

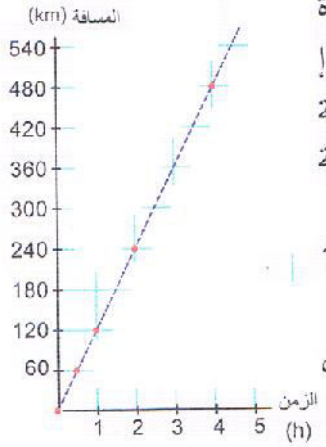
- d: المسافة المقطوعة
- t: المدة المستغرقة لقطع المسافة
- V: السرعة المتوسطة

مثال 1

يُمثّل البيان المقابل المسافات المقطوعة لدراجة نارية بدلالة الزمن. التمثيل البياني عبارة عن نقاط في استقامية مع مبدإ المعلّم، إذن المسافة المقطوعة متناسبة مع المُدّة المستغرقة لقطعها ؛ فالحركة منتظمة.

يقطع الدرّاج مسافة 120km خلال 1 ساعة.

السرعة المتوسطة للدراجة هي $V = 120 Km/h$.



مثال 2

حساب سرعة متوسطة.

قطعت سيارة مسافة 246km في 3h.

$V = \frac{d}{t}$ ومنه $V = \frac{246}{3} = 82$. السرعة المتوسطة للسيارة هي 82km/h

أو $82 km.h^{-1}$.

مثال 3

حساب مسافة.

سار راجل مُدّة 50s بسرعة متوسطة قدرها 1,5m/s.

$d = V \times t$ ومنه $d = 1,5 \times 50 = 75$. قطع هذا الراجل مسافة 75m.

مثال 4

حساب مُدّة زمنية.

يقطع قطار مسافة 450km بسرعة متوسطة قدرها 90km/h.

$d = V \times t$ ومنه $450 = 90 \times t$ أي

$t = \frac{450}{90} = 5$

مُدّة رحلة القطار هي 5h.

ملاحظات

• في حركة منتظمة، يُعبَّر عن المسافة بالمساواة $d = V \times t$ ويُعبّر عن المدة بالمساواة $t = \frac{d}{V}$ حيث d هي المسافة المقطوعة و t المدة المستغرقة لقطع المسافة.

• يُعبَّر عن السرعة حسب الوحدات المختارة للمسافة المقطوعة و للمدة المستغرقة لقطع هذه المسافة.

إذا عُبّر عن المسافة بـالكيلومتر (km) و للمدة بالساعة (h) فإنّ السرعة يُعبّر عنها بالكيلومتر في الساعة و نكتب: Km/h أو $Km.h^{-1}$ (تُقرأ كيلومتر في الساعة).

إذا عُبّر عن المسافة بـالمتر (m) و للمدة بالثانية (s) فإنّ السرعة يُعبّر عنها بالمتر في الثانية.

و نكتب: m/s أو $m.s^{-1}$.

• تحويل وحدات قياس السرعة

تمرين : 1) عبّر عن السرعة $V = 15,3Km.h^{-1}$ بـ (m/s).

2) عبّر عن السرعة $V = 20m/s$ بـ (Km/h).

حل : $15,3Km.h^{-1}$ نُكتب أيضا $\frac{15,3Km}{1h}$ وتعني أنّ المُدّة التي استُغرقت لقطع مسافة 15,3km هي 1h.

1) $V = 15,3Km.h^{-1} = \frac{15,3Km}{1h} = \frac{15,3 \times 1000m}{1 \times 3600s} = 4,25m.s^{-1}$

2) $V = 20m.s^{-1} = \frac{20m}{1s} = \frac{3600 \times 20Km}{1000 \times 1h} = 72Km.h^{-1}$

• نعلم أنّ $1h = 3600s$ و $1Km = 1000m$

طريقة

تحويل وحدة قياس السرعة يؤول إلى تحويل وحدة الزمن و وحدة المسافة في عبارة السرعة.

• للتحويل من $km.h^{-1}$ إلى $m.s^{-1}$ نضرب في $\frac{1000}{3600}$. • للتحويل من $m.s^{-1}$ إلى $km.h^{-1}$ نضرب في $\frac{3600}{1000}$.

• استعمال المساواة $d = V \times t$

تمرين :

1) سارت فاطمة على طريق سيار مُدّة 1h30min وبسرعة متوسطة قدرها $105Km.h^{-1}$ ما هي المسافة التي قطعتها؟	2) قطع عماد على متن دراجته مسافة 36km بسرعة متوسطة قدرها $16Km.h^{-1}$. ما هي المدة الزمنية لقطع هذه المسافة؟	3) قطع أيوب مسافة 10km مشيا، واستغرقت المسافة المقطوعة 1h15min احسب سرعته المتوسطة.

حل و تعاليق

1) $x = \frac{30}{60} = 0,5$

ساعة	1	x
دقيقة	60	30

$t = 1h30\,min$

$= 1h + 0,5h = 1,5h$

نعلم أنّ $d = V \times t$ ومنه

$d = 105 \times 1,5 = 157,5$ إذن المسافة التي قطعتها فاطمة هي 157,5Km.

2) نعلم أنّ $t = \frac{d}{V}$ ومنه $t = \frac{36}{16}$

أي $t = 2,25h = 2h + 0,25h$

$0,25h = 0,25 \times 60\,min$

ومنه $0,25h = 15min$

قطع عماد المسافة في مُدّة 2h 15min.

3) $t = 1h15\,min$

$= 1h + 0,25h = 1,25h$

نعلم أنّ $V = \frac{d}{t}$ ومنه

$V = \frac{10}{1,25} = 8$

مشى أيوب بسرعة متوسطة قدرها $V = 8Km.h^{-1}$.

طريقة

• إذا عُلم عددان من بين الأعداد الثلاثة d، V، t فإنه يمكننا حساب العدد الثالث باستعمال الصيغة $t = V \times d$.

• لتحويل الساعات إلى دقائق نضرب في 60 (لأنّ $1h = 60\,min$)

دورك الآن

1) قطع درّاج مسافة 5400m في مُدّة 12min.

• أحسب سرعته المتوسطة بـ $m.s^{-1}$ ثُمّ بـ $Km.h^{-1}$

2) قطعت سيارة مسافة 260km بسرعة متوسطة قدرها $80Km.h^{-1}$. احسب مُدة المسافة المقطوعة بالساعات و الدقائق.

التعرّف على وضعية تناسبية في تمثيل بياني

1 إليك أربعة جداول وأربعة بيانات:

1) صِل كُل جدول بالبيان المُناسب له.

2) حدّد من بين الجداول الآتية الجدول الذي يُمثّل وضعية تناسبية.

①

0	2	6
2	3	5

②

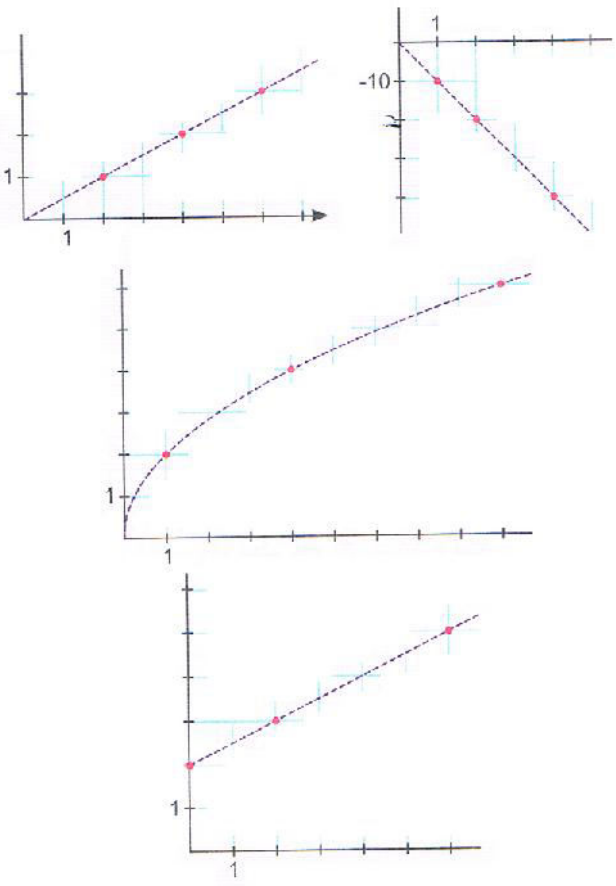
1	4	9
2	4	6

③

1	4	6
1	2	3

④

1	2	4
-10	-20	-40



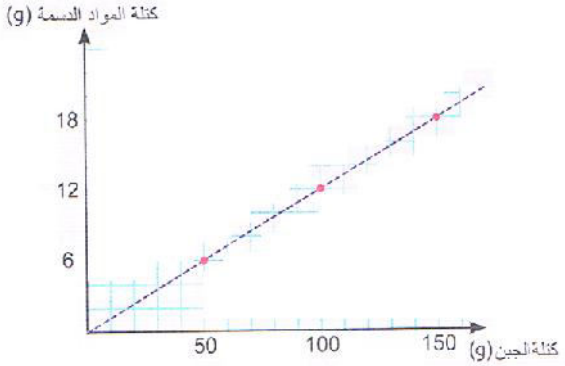
2 يُمثل التمثيل البياني الآتي كُتلة المواد الدسمة المحتواة في جُبنٍ.

1) هل الوضعية هي وضعية تناسبية؟ اشرح.

2) ما أقصى كمية من هذا الجبن يُمكن تناولها بحيث لا تتعدى كمية المواد الدسمة 6g؟

3) ما هي النسبة المئوية للمواد الدسمة في هذا الجبن؟

4) ما كمية المواد الدسمة المحتوية في 740g من هذا الجبن؟



3 إليك معلومات تتعلّق بعُلبٍ.

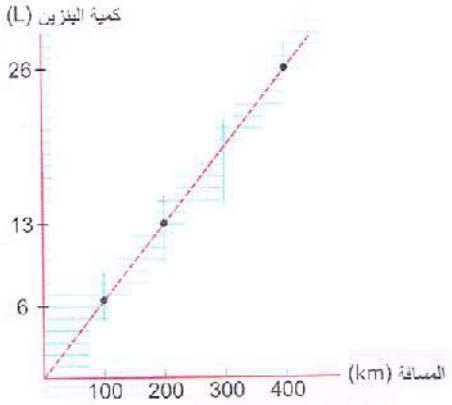
1) التأكيدات الآتية صحيحة أم خاطئة؟ اشرح

فاطمة: (الكُتلة بدلالة عدد العُلب، تُمثَّل بنقاط في استقامية مع مبدإ المعلَم).

مريم: « 8 علب تزن 5,8kg ».

2) ما هي كُتلة 13 عُلبة؟

4 التمثيل البياني الآتي يُمثّل كمية البنزين المستهلكة بدلالة المسافة المقطوعة.



1) هل هذا البيان يُمثّل وضعية تناسبية؟

2) ما كمية البنزين اللازمة لقطع مسافة 200km؟

3) احسب كمية البنزين اللازمة لقطع 520km؟

4) ما المسافة التي يُمكن قطعها إذا استهلكنا 52L؟

5 اليك معلومات متعلقة ببراميل لتخزين الماء.

الارتفاع (cm)	15	30	45	120
السِعَة (L)	40	80	120	320

1) مثّل الجدول أعلاه في معلَم (على محور الفواصل: خُذ لكل 10cm مربعا واحدا وعلى محور التراتيب: خُذ لكل 40L مربعا واحدا).

2) بيّن إن كان جدول تناسبية بإجرائين:

- باستعمال البيان.
- باستعمال الجدول.

3) باستعمال البيان، أعط تقديرا لارتفاع برميل سِعَته 250L ثُمّ حدّد هذه النتيجة حسابيا.

استعمال التناسبية في وضعيات تدخل فيها النسبة المئوية.

6 عبّر بنسب مئوية عن كل مما يلي:

أ) 7 من 10 ب) 3 من 5 جـ) 45 من 50

د) 3 من 8 هـ) 30 من 80 و) 12 من 20

7 تُباع لعبة بـ 380DA، بعد مدة ارتفع سعرها بـ 15%.

1) ما هو مبلغ الزيادة؟

2) ما هو السعر الجديد للعبة؟

8 انتقل سعر بضاعة من 3000DA إلى 3060DA.

ما هي النسبة المئوية لهذه الزيادة؟

9 يحتاج أيوب لتحضير مشروب إلى 10cL من عصير البرتقال و15cL من عصير المشمش.

يحتوي عصير البرتقال على 90% من الماء وعصير المشمش على 80% من الماء.

ما هي النسبة المئوية للماء في هذا المشروب؟

10 يحتاج الطفل المُراهق إلى 8 ساعات نوم على الأقل. نام أيوب على الساعة 23h30min واستيقظ على الساعة 6h30min.

عبّر بنسبة مئويّة عن نقص النوم عند أيوب.

11 القسم 3م1: يوجد به 45% بنات من أصل 40 تلميذا وتلميذة.

القسم 3م2: يوجد به 45% بنات من أصل 40 تلميذا وتلميذة.

ما هي النسبة المئوية للبنات في القسمين معا؟

12 خلال مباراة في كرة القدم، نجح الفريق الوطني في استغلال الكرة في الشوط الأول بـ 60% من أصل 70 تمريرة، وخلال الشوط الثاني نجح في استغلال الكرة بـ 90% من أصل 50 تمريرة. ما النسبة المئوية للتمريرات التي نجح في استغلالها هذا الفريق؟

13 جغرافيا

تُغطي المُحيطات تقريبا 70% من سطح الكرة الأرضية. مساحة سطح المُحيطات هي 360,5 مليون كيلومتر مربع. أعط تقديرا لمساحة سطح الكرة الأرضية؟

14 التنمية المستدامة

يواجه العالم خطورة التدهور البيئي الذي يجب التغلب عليه مع عدم التخلي عن حاجات التنمية الاقتصادية وكذلك المساواة والعدل الاجتماعي.

حسب إحصائيات 2007 فإنّ الاستهلاك السنوي للفرد الأوربي 7,5 طن من ثاني أكسيد الكربون CO_2.

يعتقد الخُبراء أنّ ديمومة حياة الأرض مرهون بأن تكون كمية الاستهلاك 1,5 طن.

- عبّر بنسبة مئوية عن التخفيض الضروري لاستهلاك CO_2 عند الفرد الأوربي.

15 عندما يتجمّد الماء، فإنّ حجمه يزداد بـ 7,5%.

ما حجم قطعة الجليد التي نحصل عليها بعد تجميد 200L من الماء؟

16 يبلغ طول الحدود البرية الجزائرية حوالي 6343km وشريط ساحلي طوله حوالي 1644km.

• احسب النسبة المئوية لما يُمثّله طول الساحل بالنسبة إلى مُحيط التراب الجزائري

السرعة المتوسطة

17 حوّل ما يلي ذهنيا إلى الدقائق.

أ) 4h5min ب) 7h جـ) 1h30min

د) 30s هـ) 0,1h و) 15s

18 حوّل ما يلي ذهنيا إلى الساعات بكتابة عشريّة.

أ) 45min ب) 12min جـ) 18min

د) 30min هـ) 90min و) 15min

19 حوّل ما يلي إلى الساعات والدقائق.

أ) 2,4h ب) 3,75h جـ) 4,9h

د) 5,45h هـ) 2,5h و) 1,3h

20 نفترض أنّ سيارة تسير بسرعة ثابتة.

إليك إنجاز مريم:

المسافة	10km	y
الزمن	15min	24h

$y \times 15 = 10 \times 24$

ومنه $y = \frac{10 \times 24}{15}$ خطأ

اشرح لماذا أخطأت مريم.

21 تسير سيارة بحركة منتظمة على الطريق السيار بسرعة $120Km.h^{-1}$.

1) عبّر عن المسافة المقطوعة d بدلالة المدة الزمنية للتنقل t.

2) أحسب المسافات المقطوعة خلال:

أ) 4h45min ؛ ب) 2h ؛ جـ) 1h30min

3) عبّر عن t بدلالة d، ثم احسب مُدد المسافات المقطوعة الآتية:

أ) 240km ؛ ب) 105km ؛ جـ) 30km

22 رتّب الحيوانات الآتية من السريع إلى البطيء:

الزرافة	الفيل	الأيل
$51km.h^{-1}$	$12m.s^{-1}$	$20m.s^{-1}$

23 في ما يلي، احسب السرعة المتوسطة للحيوانات، مُحدّدا الوحدة.

1) يقطع حصان مسافة 21km في 3h.

2) يقطع كلب مسافة 24m في 4s.

3) يقطع عصفور مسافة 7km في 20min.

24 تُحسب سرعة تدفّق مياه نهر، بقسمة حجم الماء بـ m^3 على مدّة التدفّق بالثانية.

1) ما هي الوحدة المُعبّرة عن سرعة التدفّق؟

2) يَصُبُّ أحد الأنهار $8000m^3$ في البحر خلال 20s. احسب ذهنيا سرعة تدفّق هذا النهر؟

25 قطع أيوب 14km خلال 2h30min.

1) احسب سرعته المتوسطة بـ km/h.

2) بهذه السرعة، ما المسافة المقطوعة خلال 1h45min؟

26 يُمكن للدلفين أن يقطع مسافة 9km خلال 15min.

1) احسب سرعته المتوسطة بـ km/h.

2) بهذه السرعة:

أ) ما المسافة التي يقطعها هذا الدلفين خلال 1h15min؟

ب) ما المُدّة التي يستغرقها الدلفين ليقطع مسافة 10,8km؟ تُعطى النتيجة بالدقائق.

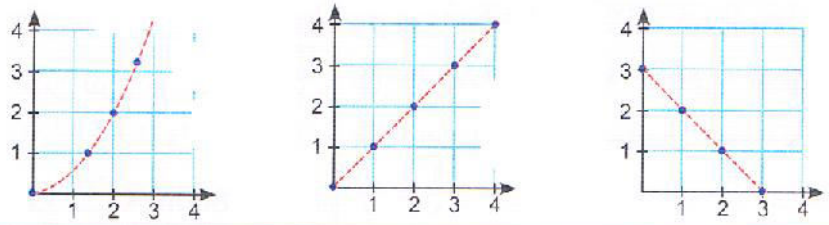
27 تستغرق فاطمة مُدّة 12min للذهاب إلى العمل بواسطة حافلة. سرعتها المتوسطة 40km/h.

أ) عبّر عن 12min بالساعات في كتابة عشرية.

ب) ما المسافة التي تفصل إقامة فاطمة عن العمل؟

28 مُتزحلق على الأمواج، قطع على نفس الموجة مسافة 11,7km في مُدّة 36min.

احسب سرعته المتوسطة بـ m/min، ثُمّ بـ km/h.

	أجب عن الأسئلة الآتية :	عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :
1	اختر البيان الذي يمثل وضعية تناسبية... 	90
2	إليك الجدول الآتي : 4 | 8 | 12 10 | 20 | 30 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الآتية: التمثيل البياني لهذا الجدول في معلَم هو... أ) نقاط في استقامية مع مبدإ المعلَم. ب) نقاط ليست في استقامية. جـ) نقاط من مستقيم لا يمر من المبدإ.	90
3	القسم 3م1 تِعداده 30 و20% منه بنات. القسم 3م2 تِعداده 20 و80% منه بنات. ما هي النسبة المئوية للبنات في القسمين معا؟	90 و 91
4	لباس ثمنه 10500DA، بيع بعد تخفيض بثمن 8400DA. ما هي النسبة المئوية لهذا التخفيض؟	90 و 91
5	غرض ثمنه 200DA، انخفض ثمنه بـ 10% ثُمّ ارتفع بـ 10%. ما هو ثمنه الجديد؟	90 و 91
6	ينطلق أيوب في رحلة فيقطع مسافة 84km أي 60% من مسافة هذه الرحلة. ما هي مسافة هذه الرحلة؟	90 و 91
7	$27Km.h^{-1}$ = ... ضع العلامة x على الإجابة الصحيحة ☐ $7,5m.s^{-1}$ ؛ ☐ $9,72m.s^{-1}$ ؛ ☐ $97,2m.s^{-1}$	93
8	يقطع أيوب بدراجته مسافة 12km بسرعة متوسطة قدرها $8m.s^{-1}$. قطع أيوب هذه المسافة في مُدة .... ضع العلامة x على الإجابة الصحيحة ☐ 1h6min ؛ ☐ 30min ؛ ☐ 25min	93
9	يقطع أيوب مسافة 42km في مُدّة 1h12min. ما هي سرعته المتوسطة؟	92 و 93
10	يمشي أيوب مسافة 5km خلال 1h15min ثُمّ يمشي مسافة 18km خلال 3h. سرعته المتوسطة هي... ضع العلامة x على الإجابة الصحيحة ☐ $6km.h^{-1}$ ؛ ☐ $5km.h^{-1}$ ؛ ☐ $\simeq 5,4km.h^{-1}$	92 و 93

30 أفكّر وأُجيب

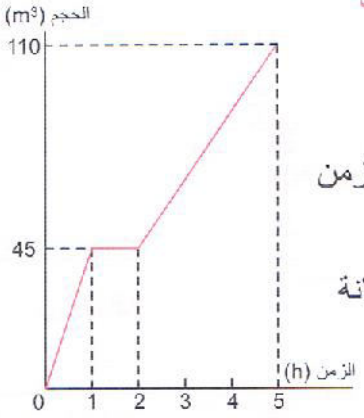
أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير.

أ) في أحد الأندية الرياضية ثُمن الأنصار هم قُصّر ونصف الأنصار أعمارهم أكبر من 25 سنة. 37,5% هي النسبة المئوية للأنصار الذين تتراوح أعمارهم بين 18 سنة و25 سنة .

ب) تلزمنا مُدّة 1min12s لقطع مسافة 800m بسرعة متوسطة قدرها 40km/h.

جـ) السرعة المتوسطة للدرّاج الذي يقطع مسافة 18km خلال ساعة واحدة هي أكبر تماما من سرعة سيارة يُتحكّم فيها عن بُعد تقطع 5m خلال 1s.

31 قراءة وتحليل بيان



التمثيل البياني أدناه يُمثّل حجم الخرسانة التي تنتجها آلة بدلالة زمن تشغيلها.

1) ما هو حجم الخرسانة المنتجة:

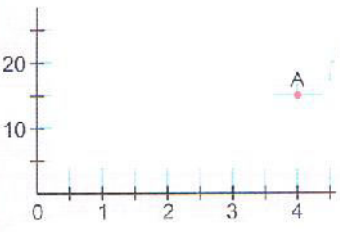
أ) خلال 1 ساعة؟

ب) بين الساعة الثانية والساعة الخامسة؟

2) ماذا حصل بين الساعة الأولى والساعة الثانية؟

3) هل حجم الخرسانة المنتجة بهذه الآلة متناسب مع زمن تشغيلها؟

32 أين أضع النقطة...



وضعت فاطمة على المعلّم المُقابل النقطة A ثم أرادت أن تضع نقطة B بحيث تكون النقطتان A و B في استقامية مع مبدإ المعلّم. إذا علمت أنّ فاصلة النقطة B هي 7 فما هو ترتيبها؟

33 أبرهن

في المعلّم المُقابل، $[Ot)$ نصف مستقيم يمر من المبدإ. M نقطة إحداثياها $(x;y)$ و A نقطة فاصلتها 1 وترتيبها a على نصف المستقيم $[Ot)$.

1) باستعمال خاصية المثلثين المعيّنين بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين، بيّن أنّ $\frac{1}{x} = \frac{a}{y}$.

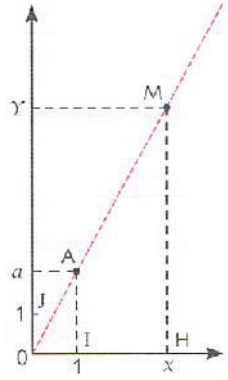
2) لماذا يُمكن أن نكتب $y = ax$ ؟

3) عمّ تُعبّر المُساواة $y = ax$ ؟

4) هل العلاقة بين إحداثيي النقطة M مرتبطة بموضع النقطة M؟ برّر.

5) انقل وأتمم:

إذا كانت نقط .....مع مبدإ المعلم فإنّ .....هذه النقط ..... مع .....



34 عدّاد السيارة

يُشير العدّاد إلى 56782km عندما تنطلق سيارة على الساعة 12h30min، وعند وصولها على الساعة 14h10min نقرأ على العدّاد 56887km. ما هي السرعة المتوسطة بالكيلومتر في الساعة لهذه السيارة خلال هذا الانتقال؟

35 الصاعقة والبرق

ينتشر الصوت بسرعة 330m/s.

يُرافق ظاهرة حدوث الصاعقة في فصل الشتاء مُشاهدة البرق وسماع دوي الرعد.

1) إذا سمعت صوت دوي الرعد بعد 6s من رؤية البرق، فما هي المسافة التي تفصله عن المكان الذي سقطت فيه الصاعقة الرعدية؟

2) يتواجد أيوب على مسافة 9,9km من سقوط صاعقة رعدية. ما هي المدة الزمنية الفاصلة بين رؤيته للبرق وسماعه لدوي الرعد؟

36 سرعة دوران الأرض حول الشمس

تدُور الأرض حول الشمس خلال سنة (365 يوما). عندما تدور دورة كاملة فإنّها تقطع مسافة $9,5 \times 10^8 Km$.

أحسب سرعة دوران الأرض حول الشمس بالكيلومتر في الثانية. تُدوّر النتيجة إلى الوحدة.

37 دوران الأرض حول نفسها

يُقدّر نصف القطر المتوسط للأرض بـ 6371km.

نعلم أنّ الأرض تدور دورة كاملة حول نفسها خلال 24h.

1) يتواجد رجل على سطح الأرض على مستوى خط الاستواء، بيّن أنّه يقطع حوالي 40030km خلال 24h.

2) حدّد سرعته المتوسطة بـ km/h.

38 ساعة الوصول

ينطلق أيوب بدراجته من منزله على الساعة 7h55min بسرعة 12km/h متوجها إلى المتوسطة التي تبعد عن منزله بمسافة 6km. على أي ساعة يلتحق بالمتوسطة؟

39 ارتفاع ثُمّ انخفاض للأسعار

1) اشترى شخص معطفا في فترة ارتفعت فيها الأسعار بـ 25%. دفع 3875DA ثمنا لهذا المعطف. كم كان ثمنه قبل ارتفاع الأسعار؟

2) بعد فترة انخفضت الأسعار بنسبة 25%. ما هو الثمن الجديد للمعطف؟

40 تخفيضان متتاليان

تُباع غسّالة بـ 20800DA.خضع سعرها إلى تخفيضين متتالين في إحدى الفترات بـ 20% ثم بـ 10%.

1) ما هو السعر الجديد للغسّالة؟

2) ما هي النسبة المئوية الكلية للتخفيض؟

3) إذا كان التخفيض بـ 10% أولا ثمّ بـ 20% ثانيا هل يكون سعر الغسّالة هو السعر نفسه الذي تحصّلت عليه في السؤال 1؟

41 الكُتلة والوزن

وزن جسم في مكان ما مُرتبط بكتلته وتسارع الجاذبية ويُعبَّر عن هذا بعلاقة نيوتن $P = mg$.

حيث P: هو وزن هذا الجسم في هذا المكان معبَّرًا عنه بالنيوتن (N) (هو مقدار قوة جذب الكوكب لهذا الجسم).

m كُتلة الجسم بـ kg. g تَسارُع جاذبية هذا الكوكب.

1) على الأرض تَسارُع جاذبية الأرض هي $g_t = 9,8$.

احسب الوزن (بالنيوتن) على الأرض لرجل كُتلته 70kg.

2) العلاقة $P = mg$ تبقى صحيحة على كوكب القمر.

الجدول الآتي يُعطي قِيَمًا لكُتل تُقابلها أوزانها على سطح كوكب القمر.

كُتلة (kg)	3	10	25	40	55
الوزن (N)	5,1	17	42,5	68	93,5

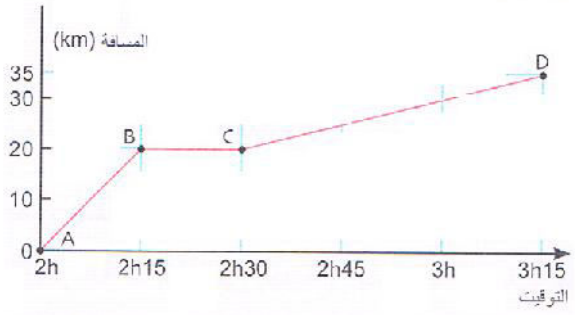
أ) هل الجدول جدول تناسبية؟

ب) احسب تَسارُع جاذبية القمر (نرمزله بـ g_L)

جـ) هل صحيح أنّنا نَزِنُ على القمر 6 مرات أقل من الأرض؟

42 أفهم بيانا ٌ تخرج معلومات

البيان الآتي يُمثّل المسافة المقطوعة بدلالة الزمن لمركبة.



احسب السرعة المتوسطة لهذه المركبة في مُختلف المراحل.

وضعية

رحلة من القالة إلى تلمسان

انطلقت عائلة مريم في رحلة على متن سيارة من القالة إلى تلمسان على الطريق السيار غرب شرق وكان الأب قد قرّر أن تكون سرعته المتوسطة خلال هذه الرحلة 100km/h، لكنه في البداية قطع 40% من المسافة الكُليّة في مُدّة 3h 2min 24s. هل يُواصل رحلته بنفس السرعة؟ إذا كان الجواب بالنفي فما هي السرعة الثابتة التي يجب أن يقود بها السيارة كي يحترم قراره؟

• ما هي تكلفة البنزين خلال هذه الرحلة؟ (تُدوّر إلى الوحدة من الدينار). (استعمل الوثائق المُرفقة بهذا النص).

استهلاك البنزين: 5L/100Km
سعر اللتر من البنزين: 35,72DA

توجيهات

قراءة وفهم الوضعية

• عمَّ يتحدّث النص؟

• رتّب المعطيات ثُمّ حدّد التعليمة (أو التعليمات).

تحليل الوضعية واختيار استراتيجية حل مناسبة

• ما هي المقادير المُتداخلة في النص؟

• ما علاقتها ببعضها؟

• ما المقصود بالسرعة المتوسطة ؟

• ماذا نحسب في البداية؟ ماذا نُوظف؟ ولماذا؟

• هل هذا كافٍ؟ إذن عمَّ نبحث فيما بعد؟

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

أفكّر في تقسيم ثلاث مراحل ثُمّ أُجيب...

• أستخدم الوحدات بعناية.

• أختار العملية المناسبة لكل مرحلة.

• أُنجز الحسابات.

• أفسّر نتائج الحسابات.

• أحرّر حلا.

وضعية للتقويم

يُصْدِر مؤشر بطارية كمبيوتر محمول صوتا ثُمّ تظهر رسالة على الشاشة تفيد بِقُرب نفاد البطارية. أتساءل، ما المُدّة الزمنية التي يُمكن أن أعمل خلالها بهذا الكمبيوتر بعيدا عن مأخذ التيار الكهربائي حينما تكون البطارية مشحونة كُليًا.

أعط تقديرا لذاتية هذا الكمبيوتر حينما تكون البطارية مشحونة كُليًا.

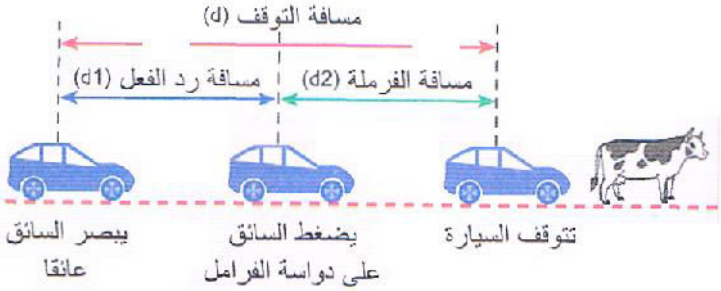
حل مختصر

السرعة الثابتة التي يجب أن يقود بها السيارة كي يحترم قراره هي 90km/h.

تكلفة البنزين 1629DA.

مسافة التوقّف والأمان من الحوادث

نشاط



يسير سائق عربة مُحترس بسرعة V مُعبّر عنها بـ km/h.

1) حساب مسافة رد الفعل: حين يُشاهد هذا السائق عائقا أمامه فإنّ 1s هي مُدّة ضرورية تسمح له بالتريّث قبل اتخاذ أي إجراء. خلال هذه المُدّة تكون العربة قد قطعت مسافة d_1 (يُعبّر عنها بالمتر) وتُسمى مسافة ردّ الفعل وتُعطى بالعلاقة $d_1 = \frac{V}{3,6}$. اشرح لماذا خلال 1s تُعطى هذا المسافة بالعلاقة $d_1 = \frac{V}{3,6}$.

• انقل على ورقة اكسل مُعطيات الورقة الحسابية الآتية ثُمّ احجز في الخلية B_2 الطلبية المُناسبة لحساب d_1(m) مسافة رد الفعل من أجل V = 20km/h. ومن ثمّ عمّم محتوى الخلية B_2 إلى الخلية M2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	V(km/h)	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
2	d1(m)												
3													

2) حساب مسافة الفرملة: مسافة الفرملة d_2 هي المسافة التي تقطعها العربة خلال المُدّة الزمنية التي يضغط فيها السائق على دواسة الفرامل.

نقبل أنّ قيمة مقرّبة لهذه المسافة تُعطى بالعلاقة $d_2 = \frac{V^2}{254 \times C}$ حيث d_2 يُعبّر عنها بـ (m) و V بـ (km/h) و C مُعامل الالتصاق يتعلّق بوضع الطريق. في كُل ما يلي نعتبر الطريق جافًا إذن C = 0,8.

• عُدْ إلى ورقة الحساب السابقة واملإ الخلية A3 كما هو مبيّن على الورقة المقابلة.

	A	B
1	V(km/h)	20
2	d1(m)	5,56
3	d2(m)	

ثُمّ احجز في الخلية B3 الطلبية =B1^2/(254*0,8). ومن ثمّ عمّم محتوى الخلية B3 إلى الخلية M3.

3) حساب مسافة التوقّف: نرمز بـ d لمسافة التوقّف، لدينا $d = d_1 + d_2$.

أ) عُدْ مرّة أخرى إلى ورقة الحساب السابقة واملإ الخلية A4 كما هو مبيّن على الورقة المقابلة. ثُمّ احجز في الخلية B4 الطلبية =B2+B3 ومن ثمّ عمّم محتوى الخلية B4 إلى الخلية M4.

	A	B	C
1	V(km/h)	20	30
2	d1(m)	5,56	8,33
3	d2(m)	1,97	4,43
4	d(m)	=B2+B3	

ب) هل مسافة التوقف متناسبة مع السرعة؟ اشرح.

جـ) ما السلوكيات الواجب أن تُحرّك مشاعر وتصرّفات السائق عند قراءته لمسافات التوقّف هذه؟

7 تنظيم معطيات

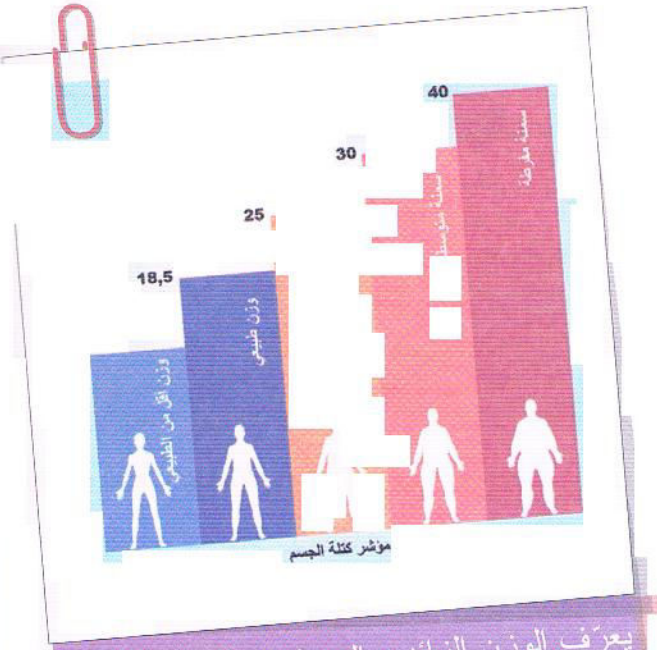
سأتعلّم في هذا الباب

تجميع معطيات إحصائية في فئات و تنظيمها في جداول.

تقديم سلسلة إحصائية في جدول و تمثيلها بمخطط أو بيان.

حساب المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية.

استعمال المجدولات في استغلال معطيات إحصائية.



يعرّف الوزن الزائد و السمنة عند الإنسان بأنهما تراكم غير طبيعي أو مفرط للدّهون قد يلحق الضرر بالصحة. نسمي مؤشر كتلة الجسم حاصل قسمة الوزن بالكيلوغرام على مربع القامة بالمتر. يشيع استعمال هذا المؤشر لتصنيف الوزن الزائد و السمنة لدى البالغين.

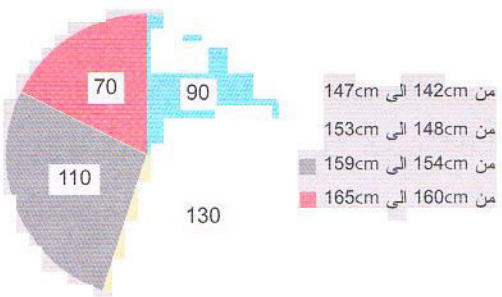
تعرّف المنظمة الصحة العالمية الوزن الزائد والسمنة على النحو التالي:

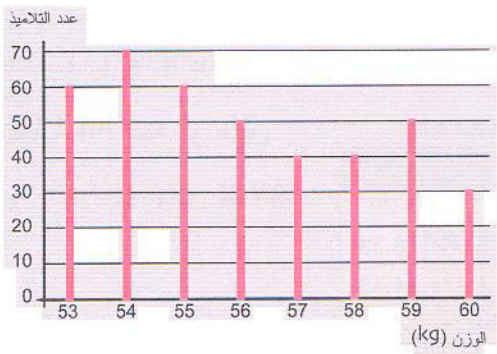
- الوزن الزائد هو أن يكون المؤشر أكبر أو يساوي 25.
- السمنة هي أن يكون المؤشر أكبر من أو يساوي 30.

تحدي

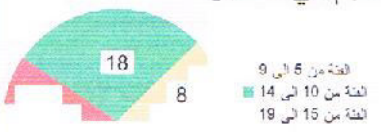
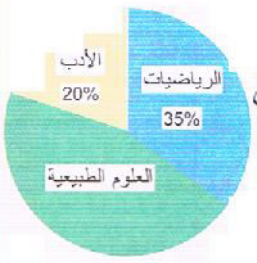
المخططان الآتيان يعبّران على توزيع تلاميذ متوسطة حسب قاماتهم و أوزانهم.

احسب معدل أوزان هؤلاء التلاميذ ثم أعط تقديرا لمعدل قاماتهم.





جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

الأسئلة	الإجابات		
	(1)	(2)	(3)
1. في مخطط نصف دائري نمثل 20% بقطاع دائري زاويته	20°	36°	3,6°
2. المخطط نصف الدّائري التالي يبيّن توزيع 32 تلميذا حسب علاماتهم في اختبار  التكرار النسبي للفئة « من 5 إلى 9 » هو	0,6	6%	18,75%
3. تكرار قيمة يساوي	تكرارها النسبي في 100	تكرارها النسبي في التكرار الكلّي	عدد مرات ظهور هذه القيمة في السلسلة الإحصائية.
4. التكرار النسبي هو	عدد أصغر من 1.	كسر بسطه أصغر من مقامه.	عدد f حيث $0 \leq f \leq 1$
5. مجموع التكرارات النسبية	يساوي 1.	أقل من 1.	عدد موجب.
6. يمكن التعبير عن التكرار النسبي $\frac{7}{8}$.	بالعدد 0,875	بالنسبة المئوية 87,5%.	بقيمة مقربة لـ $\frac{7}{8}$.
7. معدل العلامات 13 ، 12,5 ، 13 ، 15,5 ، 13 هو	13 ,5	13	13,4
8. يبيّن المخطط الدّائري التالي المواد المفضلة لدى 30 تلميذا.  النسبة المئوية للذين يفضلون العلوم الطبيعية هي	30%	45%	40%

1 متوسط سلسة إحصائية

• تم تقسيم قطعة أرضية إلى أربعة أجزاء بين رشيد و أحمد وسعيد و عمر كما يلي:

حصة رشيد: $1214m^2$ ، حصة أحمد: $1142m^2$

حصة سعيد: $1221m^2$ ، حصة عمر: $1303m^2$

ماذا سيكون نصيب كل واحد لو كانت الأجزاء الأربعة متساوية المساحة.

• إليك توزيع مجموعة من تلاميذ حسب قاماتهم بالسنتيمتر.

القامات	146	150	155	159
التكرار	5	12	8	5

لو كانت قامات كل التلاميذ متساوية، ماذا ستكون القامة m لكل تلميذ؟ ماذا يمثل العدد m؟

2 تجميع معطيات إحصائية في فئات وتنظيمها في جدول

• سألنا 25 شخصا من مالكي السيارات الخاصة عن المسافة (بالكيلومتر) التي يقطعونها يوميا و كانت النتائج كالآتي:

20	32	43	55	21	34	48	50	22	33
45	22	33	44	27	35	43	28	35	28
35	29	37	40	39					

اجمع هذه المعطيات في أربع فئات متساوية المدى ثم نظّمها في جدول تكراري.

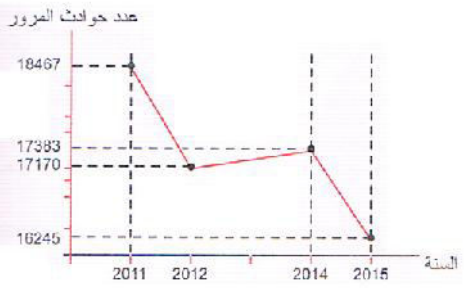
3 حساب تكرارات و تكرارات نسبية

• قامت مؤسسة بدراسة مدة صلاحيات مصابيح كهربائية (بالساعة) على عيّنة من مصابيح و كانت النتائج كمايلي:

المدة	من 350 إلى 650	من 655 إلى 955	من 960 إلى 1260	المجموع
عدد المصابيح	225	825	...	...
التكرار النسبي	0,15	...	0,3	...

أتمم هذا الجدول.

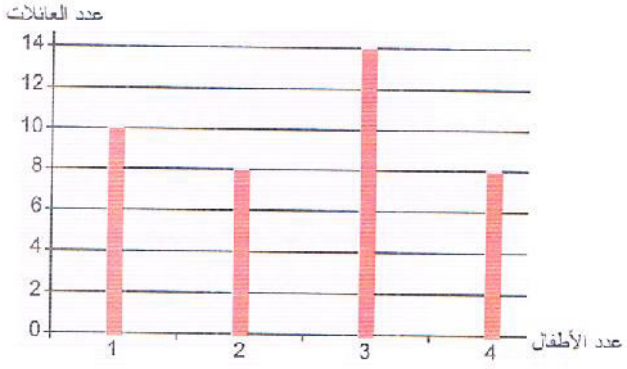
• يعطي البيان أدناه عدد حوادث المرور في المناطق الحضرية في السنوات 2011، 2012 ، 2014 ، 2015 .



السنة	2011	2012	2014	2015
التكرار	...	...	17170	...
التكرار النسبي	...	...	...	...

أنشطة

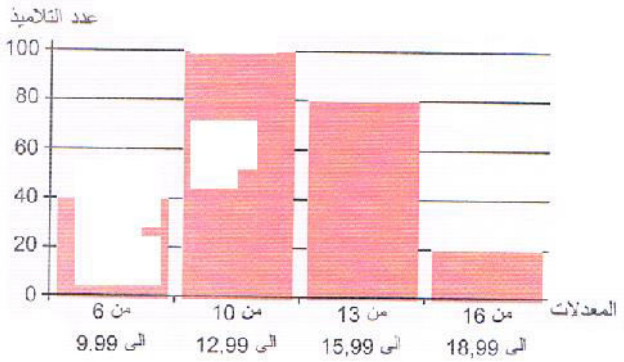
• يمثل المخطط بالأعمدة التالي توزيع عائلات قرية حسب عدد الأطفال.



انقل ثم أتمم الجدول التالي:

عدد الأطفال	...	...	...
التكرار	...	...	...
التكرار النسبي بنسبة مئوية	...	...	...

• يتعلق المخطط التالي بمعدلات تلاميذ متوسطة في شهادة التعليم المتوسط.



انقل ثم أتمم الجدول التالي

الفئة (معدلات على 20)	من 6 إلى 9,99	من 10 إلى 12,99	من 13 إلى 15,99	من 16 إلى 18,99	المجموع
التكرار	...	...	...	...	...
التكرار النسبي					

4 تمثيل سلسلة إحصائية بمخطط أو بيان

يتعلق الجدول التالي بأجور عمال مؤسسة (بالدينار).

الفئة (مرتبات بـ DA)	من 35 000DA إلى 40 000DA	من 45 000DA إلى 50 000DA	من 55 000DA إلى 60 000DA	من 65 000DA إلى 70 000DA
التكرار النسبي	20%	40%	30%	10%

مثّل هذا الجدول بمخطط بأعمدة ثم بمخطط دائري.

1 متوسط سلسلة إحصائية

التكرار الكلّي لسلسلة إحصائية هو عدد قِيَمها

متوسط سلسلة إحصائية هو حاصل قسمة مجموع قِيَمها على التكرار الكلّي.

مثال

• إليك أجور عمال مؤسسة صغيرة بالدينار.

40 000	60 000	55 000	45 000
43 000	90 000	40 000	80 000

متوسط الأجور في هذه المؤسسة هو 56 625DA لأن:

• مجموع كل الأجور هو 453 000DA

• عدد العمال (أي التكرار الكلّي) هو 8 و $\frac{453\,000}{8}$ = 56 625.

ملاحظة

• في نفس المثال السابق، لا يتغير مجموع الأجور 453 000DA لو كان لكل عامل نفس الراتب 56 625DA.

• متوسط سلسلة إحصائية لا يساوي حتما قيمة من قِيَم السلسلة.

2 المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية

المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية هو حاصل قسمة العدد الذي نتحصل عليه بجمع جداء كل قيمة في تكرارها على التكرار الكلي.

مثال

إليك توزيع تلاميذ قسم حسب قاماتهم بالسنتيمتر.

القامة	130	135	140	145	150
التكرار	3	8	9	6	4

متوسط قامات هؤلاء التلاميذ هو 140cm لأن:

• مجموع جداء كل قيمة في تكرارها أي

$4\times150+145\times6+140\times9+135\times8+130\times3$ يساوي 4200.

• عدد التلاميذ (أي التكرار الكلي) هو 30 و $\frac{4\,200}{30}$ = 140.

ملاحظة

إذا تساوت التكرارات يكون المتوسط المتوازن هو متوسط السلسلة الإحصائية.

3 حساب المتوسط باستعمال مجدول إكسال

نحسب المتوسط باستعمال الطلبية MOYENNE و المتوسط المتوازن باستعمال الطلبيتين SOMME و SOMMEPROD

نفس مثال الفقرة الأولى	نفس مثال الفقرة الثانية
• نحجز سلسلة أجور العمال:	• نحجز سلسلة قامات التلاميذ:
• نحجز في الخلية E3 =MOYENNE (A1:D2)	• نحجز في الخلية G1 :
ثم نضغط على ENTER فيظهر في الخلية E3 معدل الأجور (56 625DA).	=SOMMEPROD(B1:F1;B2 :F2)
	• نحجز في الخلية G2 : =SOMME (B2 :F2)
	• نحجز في الخلية G3 : =G1/G2 و نضغط على ENTER فيظهر في الخلية G3 متوسط القامات (140cm)

• حساب متوسط سلسلة إحصائية

تمرين

تحصل رشيد على العلامات الآتية في العلوم الطبيعية و الرياضيات.

الرياضيات	11,5	12	11,5	13

العلوم الطبيعية	16	5	17	2	10

احسب معدل رشيد في كل مادة ثم متوسط المعدلين.

حـلّ

المعدل في الرياضيات : $m_1 = \frac{13 + 11,5 + 12 + 11,5}{4} = \frac{48}{4} = 12$

المعدل في العلوم الطبيعية: $m_2 = \frac{10 + 2 + 17 + 5 + 16}{5} = \frac{50}{5} = 10$

إذن متوسط المعدلين هو $M = \frac{10 + 12}{2} = \frac{22}{2} = 11$

طريقة

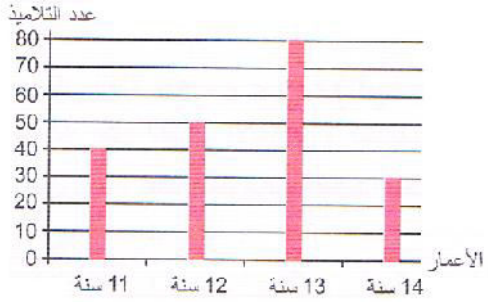
لحساب معدل (أي متوسط) علامات ، نحسب مجموعها ثم نقسمه على عدد العلامات.

• حساب المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية

تمرين

يمثل المخطط المقابل توزيع مجموعة من تلاميذ متوسطة حسب أعمارهم.

احسب متوسط أعمار هؤلاء التلاميذ.



حـلّ

متوسط الأعمار هو

$$\frac{11x40+12x50+13x80+14x30}{40 + 50 + 80 + 30} = \frac{2500}{200} = 12,5$$

طريقة

يمكن استعمال الجدول:

العمر n	11	12	13	14	المجموع
التكرار a	40	50	80	30	200
الجداء a x n	440	600	1040	420	2500
متوسط الأعمار					2500÷200=12,5

دوري الآن

الجدول المقابل يعبّر عن توزيع المنخرطين في نادي ملاكمة حسب أوزانهم بالكيلوغرام.

احسب متوسط أوزان هؤلاء الملاكمين.

الوزن	50	53	65	59
التكرار النسبي	20%	40%	30%	10%

4 تجميع سلسلة إحصائية في فئات

• تجميع معطيات في فئات و تنظيمها في جداول

• عندما تكون المعطيات الإحصائية كثيرة، يمكن تجميعها في فئات لتسهيل استغلالها.

• مركز فئة هو نصف مجموع طرفيها.

مثال

إليك توزيع مدد المكالمات الهاتفية (بالدّقيقة) في مؤسسة خاصة.

3	5	8	11	4	6	9	11	3	6
9	12	7	9	13	7	10	12	6	10
11	7	8	13	5	10	9	8		

يمكن تلخيص هذه المعطيات في الجدول:

المدة (بالدقيقة)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
عدد المكالمات	2	1	2	3	3	3	4	3	3	2	2

يمكن تلخيص هذه المعطيات في الجدول:

الفئة (المدة x بالدقيقة)	$2 \leq x < 5$	$5 \leq x < 8$	$8 \leq x < 11$	$11 \leq x \leq 14$
عدد المكالمات	3	8	10	7
مركز الفئة	3,5	6,5	9,5	12,5

مركز الفئة «$2 \leq x < 5$» (أي « من 2 إلى 5 ماعدا 5») هو $\frac{2+5}{2}$ أي 3,5 . بنفس الطريقة نجد مراكز كل الفئات الأخرى و نسجلها في الجدول.

ملاحظة : نفقد معلومات عندما ننظم المدد في فئات، مثلا الجدول الثاني لا يعطي عدد المكالمات الهاتفية التي دامت 4 دقائق.

• تمثيل سلسلة إحصائية مجمّعة في فئات بمدرّج تكراري

المدرّج التكراري هو تمثيل بمخطط للسلاسل الإحصائية التي جمعت قيمها في فئات و يتكون من مستطيلات متجاورة مساحاتها متناسبة مع تكرارات الفئات.

مثال

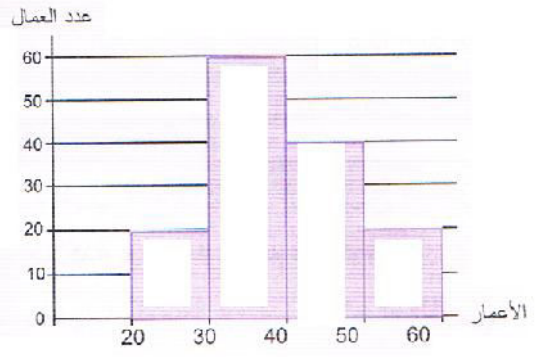
إليك توزيع عمال مؤسسة حسب أعمارهم.

العمر x	$20 \leq x < 30$	$30 \leq x < 40$	$40 \leq x < 50$	$50 \leq x \leq 60$
التكرار	20	60	40	20

لاحظ أنّ الفئات متساوية المدى الذي يساوي 10.

بصفة عامة، إذا كانت كل الفئات متساوية المدى كما في هذا المثال فإنّ ارتفاعات المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات.

ندرج المحور الأفقي بانتظام من 20 إلى 60 وننشئ مستطيلات عرضها 10 تدريجات وارتفاعاتها 20، 60، 40، 20 وحدة.



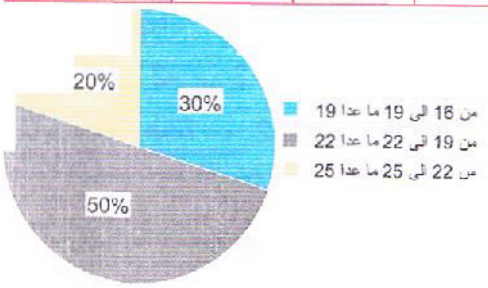
• تمثيل سلسلة بمدرّج تكراري

تمرين: يمثل المخطط الدّائري المقابل توزيع درجات الحرارة (بـ °C) في ولاية الجزائر في نوفمبر 2016، حسب عدد الأيام.

1) انقل ثم أتمم الجدول المقابل ثم مثّله بمدرّج تكراري.

2) أعط تقديرا M لمتوسط درجات الحرارة المذكورة في النّص.

درجة الحرارة t	$16 \leq t < 19$	$19 \leq t < 22$	$22 \leq t \leq 25$
التكرار	...	...	...



حـلّ

1) • التكرار الكلّي هو 30 إذن:

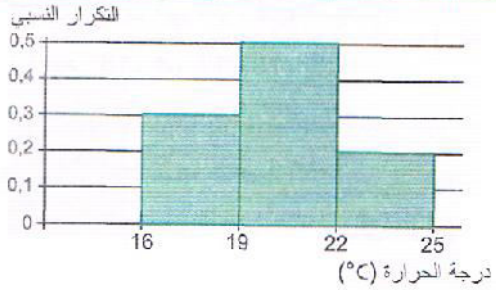
تكرار الفئة «$16 \leq t < 19$» هو $30 \times 0,3$ أي 9،

تكرار الفئة «$19 \leq t < 22$» هو $30 \times 0,5$ أي 15

و تكرار الفئة «$22 \leq t < 25$» هو

$30 \times 0,2$ أي 6 . نستنتج الجدول المقابل.

درجة الحرارة (°C)	$16 \leq t < 19$	$19 \leq t < 22$	$22 \leq t \leq 25$
التكرار النسبي	30%	50%	20%
التكرار	9	15	6



• الفئات متساوية المدى الذي يساوي 3.

ندرّج المحور الأفقي بانتظام من 16 إلى 25

ثم ننشئ مستطيلات عرضها 3 تدريجات و ارتفاعاتها 0,3 ، 0,5 ، 0,2 وحدة.

2) نعيّن مراكز الفئات كما يوضح الجدول ثم نحسب M:

درجة الحرارة (°C) t	$16 \leq t < 19$	$19 \leq t < 22$	$22 \leq t \leq 25$
مركز الفئة	17,5	20,5	23,5
التكرار	9	15	6

$$M = \frac{9 \times 17,5 + 15 \times 20,5 + 6 \times 23,5}{9 + 15 + 6} = \frac{606}{30} = 20,2$$

طريقة

• لحساب تكرار قيمة، نضرب تكرارها النسبي في التكرار الكلي.

• لتقدير المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية مجمّعة في فئات، نعوّض كل فئة بمركزها.

دوري الآن

سجّل صحفيان A و B المعطيات أدناه المتعلقة بالمدة (بالدقيقة) التي يستغرقها تلاميذ متوسطة للالتحاق بمؤسستهم. لخّص المعطيات التي سجلها الصحفيان في مخطط واحد.

الصحفي A					
المدة	أقل من 5	من 5 إلى 9	من 10 إلى 14	من 15 إلى 19	من 20 إلى 24
النسبة المئوية	30%	25%	15%	20%	10%

الصحفي B			
المدة	أقل من 5	من 5 إلى 14	من 15 إلى 24
عدد التلاميذ	20	30	10

متوسط سلسلة إحصائية

1 إليك ثلاث سلاسل إحصائية متوسطاتها 1 ، 80 ، 130.

السلسلة 1: 2- ؛ 3 ، 8- ، 7 ، 400.

السلسلة 2: 130 ، 132 ، 128.

السلسلة 3: 4,7 ، 0,9- ، 0,8-.

أرفق ذهنيا كل سلسلة بمتوسطها.

2 إليك كشف رواتب عمال مؤسسة بالدينار.

39 000	57 000	52 000	43 000	38 000	47 000

احسب معدل هذه الرواتب.

3 إليك علامات إبراهيم و إسماعيل في استجوابات الفصل الأول في مادة الرياضيات.

إبراهيم: 18، 3، 17، 14، 2.

إسماعيل: 10، 9، 12، 13، 12.

أيهما تحصّل على أكبر معدل؟

4 يبيّن الجدول التالي عدد زوار موقع أنترنت من 1 ماي 2017 إلى 5 ماي 2017.

1 ماي	2 ماي	3 ماي	4 ماي	5 ماي
214	213	123	125	215

1) احسب متوسط الزوار في اليوم.

2) انقل ثم أتمم الجملة:

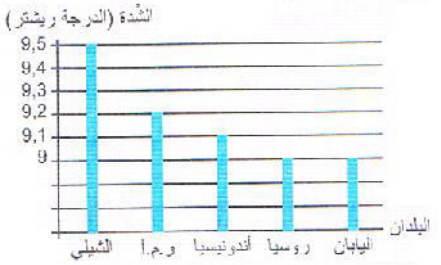
« لا يتغير عدد الزوار من 1 ماي 2017 إلى 5 ماي 2017 لو كان عددهم ... في كل يوم».

5 أجب بصحيح أو خاطئ.

يكون متوسط سلسلة إحصائية دائما:

- بين أصغر و أكبر قيمة لها.
- لا يساوي إحدى قيَمها.
- يساوي نصف مجموع قيمها.

6 يبيّن المخطط بالأعمدة التالي الزلازل الخمسة الأكثر قوة في التاريخ.



احسب متوسط قوة شدة زلزال.

المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية

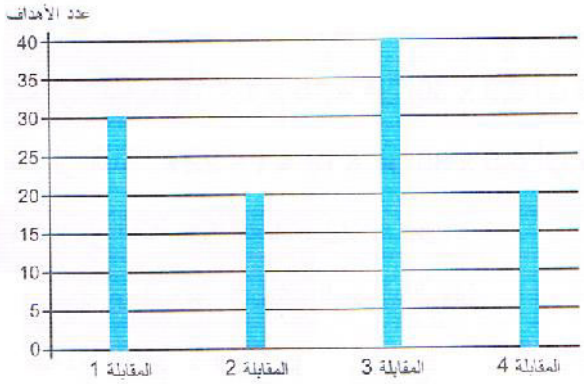
7 إليك علامات أحد اختبارات مادة الرياضيات لمجموعة من تلاميذ متوسطة.

5	7	8	9	10	10	12	12	12	13
13	14	14	14	14	14	15	15	18	19

احسب متوسط هذه السلسلة الإحصائية.

8 يبيّن المخطط بالأعمدة التالي عدد الأهداف التي سجلها فريق كرة السّلة.

احسب معدل الأهداف في مقابلة واحدة.



9 الجدول التالي يمثل مبيعات 200 حذاء خلال أسبوع الدّخول المدرسي في أحد دكاكين العاصمة.

قياس الحذاء	36	37	38	39	40	41	42
التكرار	45	55	25	30	20	10	15

احسب متوسط هذه السلسلة الإحصائية.

10 في قطيع من 150 حيوان، 70% أغنام و في قطيع من 250 حيوان، 40% أغنام.

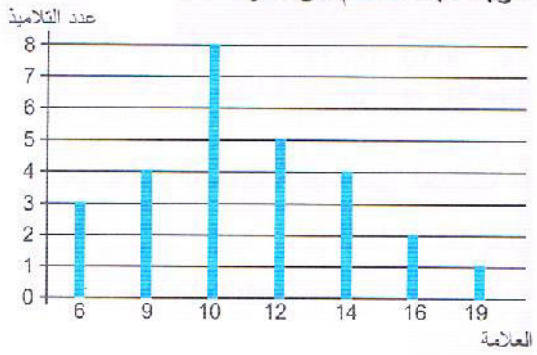
احسب متوسط عدد الأغنام في القطيعين.

11 بلغ متوسط الدخل الشهري لـ 36 من موظفي مؤسسة 49000DA، بينما بلغ متوسط الدّخل الشهري لباقي الموظفين 45000DA.

ما هو متوسط الدّخل الشهري في هذه المؤسسة إذا علمت أن عدد العمال هو 80.

12 تحصّل يوسف على 40000DA شهريا لمدة 8 أشهر ثم 45000DA شهريا لمدة 17 شهرا. ما هو متوسط ربح يوسف خلال هذه الفترة؟

13 المخطط التالي يمثل علامات اختبار الفصل الثالث لمادة الرياضيات لقسم من متوسطة.

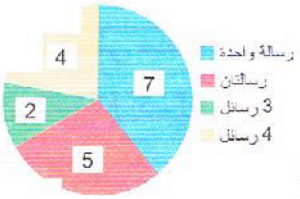


1) احسب معدل القسم.

2) احسب معدل التلاميذ الذين تحصلوا على علامة أكبر من 9.

14 المخطط الدّائري التالي يبيّن توزيع أجوبة مجموعة من أشخاص عن السؤال:

«كم عدد الرسائل SMS التي أرسلتها هذا اليوم؟»



احسب متوسط عدد الرسائل SMS التي أُرسِلت.

تجميع معطيات و تنظيمها و تمثيلها بيانيا

15 تمثل القائمة التالية الاستهلاك السّنوي من الكهرباء (بالميغاوات MW) بمجمّع سكني يضم 50 عائلة.

0,5	1	1,5	2	2,5	0,5	1	1,5	2	2,7
0,5	1	1,5	2,3	0,6	1,1	1,6	2,4	0,6	1,1
1,6	2,4	0,6	1,2	1,6	0,7	1,2	1,6	0,7	0,3
1,7	0,7	1,3	1,7	0,7	1,3	1,8	0,8	1,3	1,8
0,8	1,4	1,9	0,8	1,4	0,8	1,4	0,9	0,9	0,9

1) انقل ثم أتمم الجدول التالي:

الاستهلاك a بـ MW	$0,5 \leq a < 1$	...	...	...
مركز الفئة	...	...	...	...
التكرار	...	...	...	...

2) جِد قيمة مقربة لمعدل استهلاك الكهرباء للعائلة الواحدة.

16 يبيّن الجدول التالي توزيع 30 تلميذا داخل نادٍ موسيقي حسب أعمارهم.

السّن a	$10 \leq a < 12$	$12 \leq a < 14$	$14 \leq a \leq 16$
عدد التلاميذ	12	10	8

1) مثّل هذه السلسلة الإحصائية بمخطط دائري

2) مثّل هذه السلسلة الإحصائية بمدرّج تكراري.

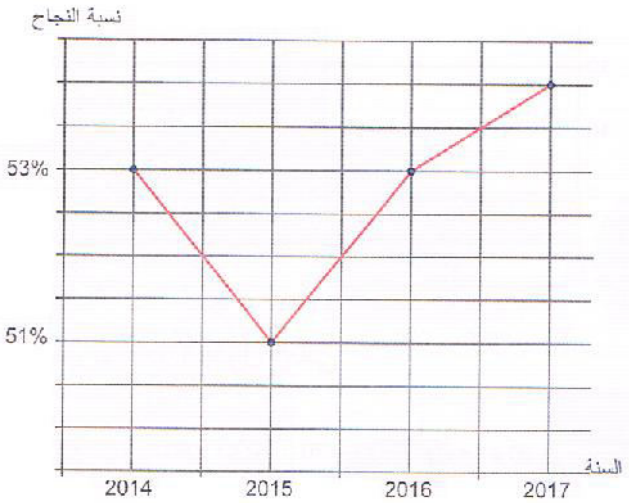
3) احسب معدل أعمار هؤلاء التلاميذ.

17 وصلت دراسة إحصائية حول إنتاج مادة الحليب الطبيعي (باللتر) بمزارع منطقة، إلى الجدول التالي:

الإنتاج a	$150 \leq a < 200$	$200 \leq a < 250$	$250 \leq a \leq 300$
عدد المزارع	5	2	3

احسب متوسط إنتاج الحليب بهذه المزارع.

18 التمثيل البياني التالي يبيّن نسبة النجاح في متوسطة من سنة 2014 إلى سنة 2017.



احسب نسبة النجاح المتوسطة بين سنة 2014 و سنة 2017.

19 سجّل الدّرك الوطني سرعة 120 سيارة:

السرعة a (km/h)	$10 \leq a < 30$	$30 \leq a < 50$	$50 \leq a < 70$	$70 \leq a \leq 90$
عدد السيارات	40	30	38	12

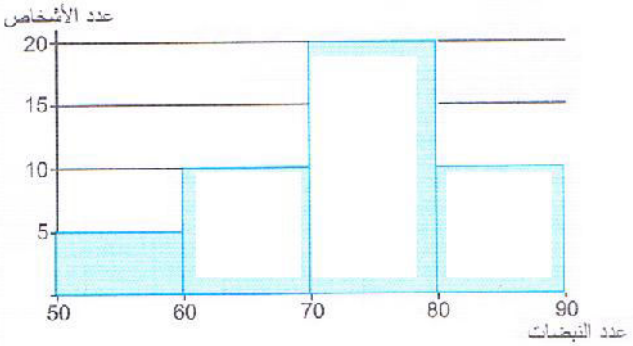
مثّل هذا الجدول بمخطط دائري.

20 تم رصد سرعة عيّنة من السيارات و عددها 200 على طريق السيار فكانت النتائج كالآتي:

السرعة v (km/h)	$60 \leq v < 80$	$80 \leq v < 100$	$100 \leq v < 120$	$120 \leq v \leq 140$
التكرار	80	90	20	10

1) مثّل هذه المعطيات بمدرّج تكراري.
2) احسب قيمة مقرّبة لمتوسط السرعة.
3) عيّن النسبة المئوية للسيارات التي تسير بسرعة بين 120km/h و 140km/h.
4) مثّل هذه السلسلة الإحصائية بمخطط دائري.

21 يمثّل المدرّج التكراري التالي توزيع مجموعة من الأشخاص حسب عدد نبضات القلب في الدقيقة الواحدة في وقت استراحة.



1) انقل ثم أتمم الجدول التالي

عدد النبضات	$50 \leq t < 60$	$60 \leq t < 70$	$70 \leq t < 80$	$80 \leq t \leq 90$
التكرار	...	...	...	...

2) أعط تقديرا لمتوسط هذه السلسلة الإحصائية.

استعمال مجدول

22 تعطى سلسلة إحصائية في صفحة إكسال:

	A	B	C	D	E
1	-4	8	10	-15	12
2	13	54	-9	6	5
3					

اختر الاقتراحات الصحيحة فيما يلي لحساب متوسط هذه السلسلة.

1) =MOYENNE(A1:E2)
2) =MOYENNE(B1;E2)
3) =SOMME (A1 :E2)/10
4) =(13*A1+54*B1-9*C1+6*D1+5*E1)/11
5) =MOYENNE(A1:E2)/10
6) =MOYENNE(B1;E2)/10

23 تعطى سلسلة إحصائية في صفحة إكسال:

	A	B	C	D	E
1	القيمة	12	15	10	9
2	التكرار	2	1	5	3
3					

اختر الاقتراحات الصحيحة فيما يلي لحساب متوسط هذه السلسلة.

1) =MOYENNE(B1:E2)
2) =MOYENNE(B1;E2)
3) =SOMME (B1 :E1)/4
4) =(2*B1+C1+5*D1+3*E1)/11
5) =SOMMEPROD(B1:E1;B2 :E2)
6) =SOMMEPROD(B1:E1;B2 :E2)/11

24 1) انقل ما يلي على صفحة إكسال.

	A	B	C
1	قائمة التلاميذ	المعدل السنوي	ملاحظة
2	حسين	10,66	
3	نوارة	11,85	
4	إبراهيم	9,98	

2) احجز في الخلية C2 الطلبية
=SI(B2<10 ؛ «راسب» ؛ «ناجح»)
ثم اضغط على ENTER

3) حدد الخلية C2 و ضع الفأرة على أسفل C2 حتى تظهر الإشارة «+»، انقر مرتين على هذه الإشارة. ماذا تلاحظ؟

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :

1 — عند الإخفاق أعود إلى الصفحة : 106

متوسط السلسلة: 9 ، 8- ، 1- ، 4 هو:

أ) 11 ب) 4 جـ) 1

2 — عند الإخفاق أعود إلى الصفحة : 106 و 107

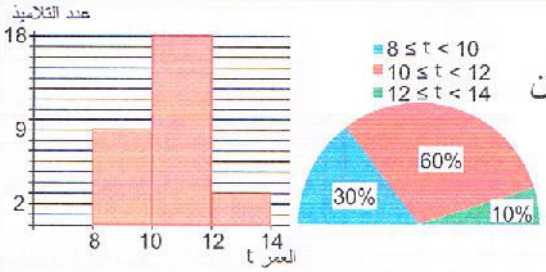
متوسط السلسلة الآتية هو:

القيمة	2	0	-4	1
التكرار	5	10	2	3

أ) 0,25 ب) 0,25- جـ) 2

3 — عند الإخفاق أعود إلى الصفحة : 108 و 109

المخططان الآتيان يمثلان

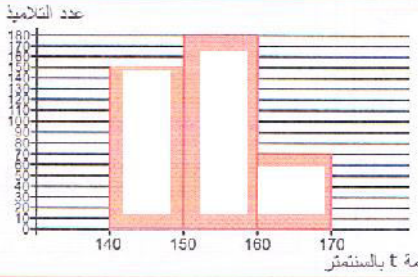


أ) نفس السلسلة ب) متناقضان

جـ) سلسلتين مختلفتين

4 — عند الإخفاق أعود إلى الصفحة : 106 و 107

لتقدير متوسط السلسلة التي يمثلها المدرّج التكراري المقابل، نختار:



أ) 153 ب) 133,33 جـ) 155

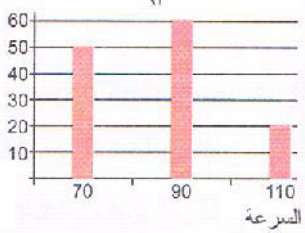
5 — عند الإخفاق أعود إلى الصفحة : 108 و 109

سجل الدّرك الوطني سرعة 120 سيارة (بـ km/h) كما يلي:

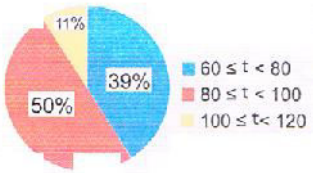
السرعة t	$60 \le t < 80$	$80 \le t < 100$	$100 \le t \le 120$
عدد السيارات	50	60	20

المخطط الذي يمثل هذا الجدول هو:

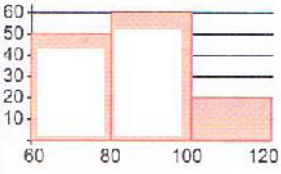
أ)



ب)

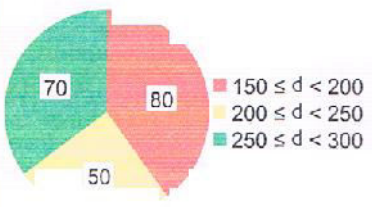


جـ)



6 — عند الإخفاق أعود إلى الصفحة : 108 و 109

يمثل المخطط الدّائري التالي المسافة d بالمتر بين مدرسة و مساكن مجموعة من تلاميذ.



التكرار النسبي للفئة $150 \le d < 200$ هو:

أ) 0,4 ب) 80% جـ) 80

25 عدد تلاميذ قسم هو 30 علما أن 60% من هؤلاء التلاميذ بنات.

متوسط أعمار الإناث هو 12 سنة و متوسط أعمار الذكور هو 13 سنة.

ما هو معدل أعمار تلاميذ هذا القسم.

26 تحصلت لينة في 4 استجوابات على العلامات التالية:

	الاستجواب الأول	الاستجواب الثاني	الاستجواب الثالث	الاستجواب الرابع
العلامة	12	a	b	10

احسب كلا من a و b إذا علمت أن:

- في الاستجواب الثاني تحصلت لينة على أعلى علامة.
- الفرق بين أعلى علامة و أدنى علامة هو 4.
- معدل الاستجوابات الأربعة هو 12.

27 معدل قسم السنة الثالثة في متوسطة في فرض مادة الرياضيات هو 11.

إليك تفاصيل حول توزيع هذه العلامات.

العلامة	7	9	10	12	a	16
التكرار النسبي	0,10	b	0,30	0,15	0,25	0,10

احسب a و b.

28 معدل قسم من متوسطة هو9,96. في حالة عدم احتساب العلامة 3 يصبح هذا المعدل 10,25.

ما هو عدد تلاميذ هذا القسم؟

29 متوسط أعمار الجدة و الجد و أحفادهم السبعة هو 28 سنة.

متوسط أعمار الأحفاد هو 15 سنة.

احسب عمر الجد علما أن عمره يفوق عمر الجدة بثلاث سنوات.

30 اخترنا عيّنة من 20 فلّاحا للتعرف على مردوديتهم من القمح (بالطن) خلال موسم فكانت النتائج كالآتي:

18	31	28	17	16	26	14	14	25	23
10	18	11	19	12	19	13	20	12	19

1) احسب متوسط هذه السلسلة.

2) إذا أخذنا فئات مدى كل واحدة 5، أتمم الجدول الآتي و مثّله بيانيا.

الفئة (الكمية a من القمح بالطن)		...	...	...
التكرار	...	...	...	...
التكرار النسبي	...	...	...	...

31 سئل 50 شخصا عن عدد الكتب التي يقرؤها كل واحد منهم في سنة. فكانت النتائج كما يلي:

6	4	4	7	7	1	2	3	1	1
10	1	2	3	1	1	2	3	2	1
9	4	8	1	2	3	1	1	2	3
8	5	4	1	2	3	1	2	1	2
8	5	5	1	3	1	2	2	3	10

1) احجز هذه السلسلة الإحصائية في صفحة للمجدول إكسال (من الخلية A1 إلى الخلية A50) ثم رتبها ترتيبا تصاعديا بتحديد السلسلة ثم النقر على Trier et filtrer و على Trier du plus petit au plus grand .

2) احسب متوسط هذه السلسلة.

3) قدم هذه النتائج في جدول توزيع تكراري ذي فئات متساوية المدى (الفئة الأولى هي الفئة « من 1 إلى 4»).

4) أعط قيمة مقربة لمتوسط هذه السلسلة و قارنها مع نتيجة السؤال 2. اشرح.

32 تتكون فرقة مسرح من 3 ممثلين عمرهم 20 سنة و 4 ممثلين عمرهم 30 سنة و 5 ممثلين عمرهم 40 سنة.

احسب متوسط أعمار عناصر هذه الفرقة.

33 اجتمع 12 طفلا لاحتفال بعيد ميلاد.

أعمار هؤلاء الأطفال هي 6 ، 7 ، 8 ، 9 ، 10 سنوات و عمر 4 منهم هو 6 سنوات و عمر الأغلبية منهم هو 8 سنوات.

احسب معدل أعمار هؤلاء التلاميذ.

34 الجدول التالي يمثل توزيع عدد سكان الجزائر حسب أعمارهم (إلى 01/07/2015).

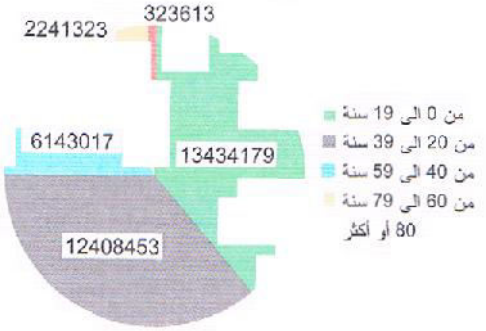
(المصدر: الديوان الوطني للإحصائيات)

فئات الأعمار	الذكور	الإناث
من 0 إلى 19	7 505 521	7 124 250
من 20 إلى 39	7 088 142	6 932 808
من 40 إلى 59	3 908 301	3 920 264
من 60 إلى 79	1 483 173	1 489 344
أكثر من 80	250 067	261 377

مثّل هذا الجدول بمدرّج تكراري.

35 المخطط الدّائري التالي يمثل توزيع عدد سكان الجزائر حسب أعمارهم إلى 01/07/2008

(المصدر: الديوان الوطني للإحصائيات)



مثّل هذه المعطيات بمدرّج تكراري.

36 متوسط السلسلة الإحصائية التي يمثلها الجدول الآتي هو 4. احسب a.

القيمة	3	2	a
التكرار	2	5	3

37 كان في قفص 5 ببغاوات متوسط سعرها 5000€.

في يوم من الأيام المخصصة للتنظيف طار أجمل الببغاوات فأصبح متوسط سعر الببغاء 4000€.

ما هو سعر الببغاء الذي فر.

38 صنف مربي دجاج البيض المنتج في يوم حسب الكتلة بالغرام و تحصل على الجدول التالي:

الفئة (الكتلة x بالغرام)	$40 \leq x < 45$	$45 \leq x < 50$	$50 \leq x < 55$	$55 \leq x < 60$	$60 \leq x \leq 65$	المجموع
التكرار (عدد البيض)	...	...	...	...		500
مركز الفئة	...	...	...	...	...	...
التكرار النسبي	8%	12%	20%	...	36%	...

1) انقل ثم أتمم هذا الجدول.

2) أعط تقديرا لمتوسط هذه السلسلة الإحصائية.

3) مثّل الجدول بمدرّج تكراري و بمخطط نصف دائري.

39 أجب بصحيح أم خاطئ.

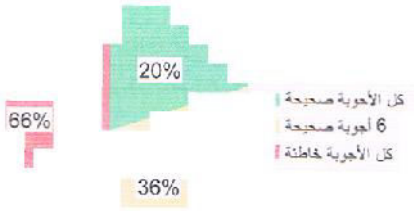
- لا يتغير معدل تلميذ عندما نضيف 3 لعلامة ونطرح 3 من علامة أخرى.
- يكون متوسط سلسلة إحصائية منحصرا دوما بين القيمة الصغرى و القيمة الكبرى للسلسلة.
- متوسط مجموعة من قيم هو القيمة التي لو حلت مكان كل قيمة من مجموعة القيم لكان مجموع القيم الجديدة مساويا لمجموع القيم الأصلية.

40 اقتُرحت في مسابقة 10 أسئلة.

أجوبة 30 تلميذا كلها صحيحة.

قدّم 36% من التلاميذ 6 أجوبة صحيحة

وأجوبة 44% منهم كلها خاطئة.



احسب معدل الأجوبة الصحيحة للتلميذ الواحد.

أدمج تعلماتي

وضعية

مرتبات عمال

استخدمت شركة 50 عاملا في المصلحة الإدارية و في مصلحة الإنتاج.
الرواتب الشهرية المتوسطة هي كالآتي:

الراتب المتوسط	للعمال الإداريين	35 000DA
	لعمال الإنتاج	43 000DA

احسب عدد عمال كل مصلحة من المصلحتين إذا علمت أن الراتب المتوسط لكل هؤلاء العمال هو 41 400DA.

توجيهات

قراءة بتمعن

فهم سياق الوضعية المتمثل في حساب عدد العمال في كل مصلحة من المصلحتين انطلاقا من عددهم الإجمالي و رواتبهم المتوسطة.

تحليل المعطيات و إيجاد ترابطات بينها

عدد العمال و متوسط رواتبهم و متوسط رواتب عمال كل مصلحة معلومة.

يمكن ربط هذه المعطيات باستعمال الدستور المتعلق بحساب المتوسط المتوازن.

المطلوب: حساب عدد عمال كل مصلحة.

تجنيد الموارد وإعداد خطة حلّ

نستعمل المتوسط المتوازن، ترجمة نص إلى معادلة ، نشر عبارة، اختزال كسر.

تنفيذ الخطة : نحلّ معادلة من الدّرجة الأولى لمجهول واحد.

تبليغ الحلّ : تحرير الحلّ.

حل مختصر

نسمي a عدد عمال الإدارة ؛ إذن عدد عمال الإنتاج يكون $50 - a$.

يمكن ترجمة نص الوضعية بالمعادلة $\frac{35000a + 43000(50 - a)}{50} = 41\,400$

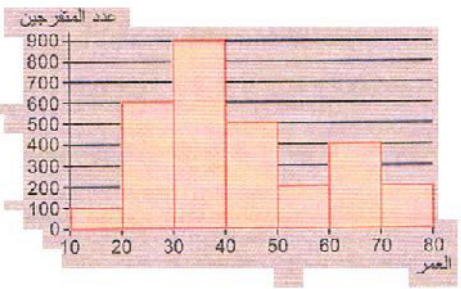
نحلّ هذه المعادلة و نجد $a = 10$.

إذن عدد عمال الإدارة هو 10 و عدد عمال الإنتاج 40.

ملاحظة : يمكن استعمال المجدول إكسال (انظر الصفحة الخاصة بتكنولوجيات الإعلام و الاتصال)

وضعية للتقويم

اتصل رئيس نادٍ رياضي بمؤسسة تجارية لرعاية ناديه.
وافقت المؤسسة و لكن بشرط أن تكون أعمار أكثر من 50% من المتفرجين بين 30 و 50 سنة.
حسب المدرّج التكراري التالي، هل يبرم الاتفاق؟



معالجة وضعية باستعمال مجدول إكسال.

. تهيئة: «الوضعية المتعلقة برواتب العمال، المقترحة في الصفحة السابقة».

	في الخلية A1	عدد العمال في الإدارة
	في الخلية B1	عدد العمال في الإنتاج
احجز	في الخلية C1	المعادلة
	في الخلية D1	الإجابة
	في الخلية A2	0

	A	B	C	D
1	عدد العمال في الإدارة	عدد العمال في الإنتاج	المعادلة	الإجابة
2	0			

. حجز الدساتير

- احجز في الخلية B2 الدّستور: =50-A2

ثم اضغط على ENTER .

حدد الخليتين A2 و B2 ثم ضع الفأرة

أسفل B2 حتى تظهر الإشارة +

و اسحب الفأرة حتى الخلية A52 .

	A	B	C	D
1	عدد العمال في الإدارة	عدد العمال في الإنتاج	المعادلة	الإجابة
2	0	50	43000	
3	1	49		
4	2	48		
5	3	47		
6	4	46		
7	5	45		

-احجز في الخلية C2 الدّستور: =(35000*A2+43000*B2)/50

ثم اضغط على ENTER .

. إظهار النتيجة

- احجز في الخلية D2 الدّستور:

=SI(C2=41400 ; «هذه هي الإجابة» ; «لا»)

ثم اضغط على ENTER .

حدد الخليتين C2 و D2 ثم ضع الفأرة

أسفل D2 حتى تظهر الإشارة +

و انقر مرتين على الإشارة +.

ماذا تلاحظ؟

	A	B	C	D
1	عدد العمال في الإدارة	عدد العمال في الإنتاج	المعادلة	الإجابة
2	0	50	43000	لا
3	1	49	42840	لا
4	2	48	42680	لا
5	3	47	42520	لا
6	4	46	42360	لا
7	5	45	42200	لا
8	6	44	42040	لا
9	7	43	41880	لا
10	8	42	41720	لا
11	9	41	41560	لا
12	10	40	41400	هذه هي الإجابة
13	11	39	41240	لا
14	12	38	41080	لا

دوري الآن

الوزن الزائد لشخص هو أن يكون مؤشر كتلة جسمه أكبر أو يساوي 25 .

(انظر الصفحة الأولى من هذا الباب).

احجز أسماءً وقامات(بـ m) و أوزانا (بـ kg) لأشخاص واستخرج آليا في صفحة إكسال

« وزن عادي» أو «وزن زائد» بالنسبة لكل شخص.

8 البرهان في الرياضيات

إقليدس (325 - 265 ق.م)

سأتعلّم في هذا الباب

استعمال قواعد النقاش الرياضيّ.

كيف نبرّر أنّ نصّا رياضيا صحيح.

- كيف نبرّر أنّ نصّا رياضيا خاطئ باستعمال مثال مضاد.

استعمال نصوص من الشكل: إذا ....، فإنّ ....

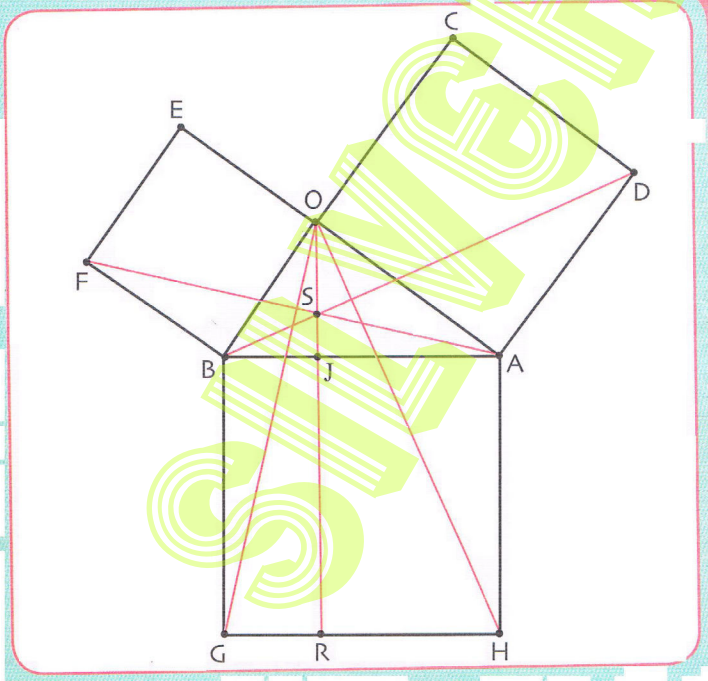
- كتابة نصّ عكسيّ لنصّ رياضي والتمييز بينهما.
- كيف نبحث في برهان.

كيف نحرّر برهانا.

إقليدس هو عالِم رياضيات يوناني عاش بين (325 - 265 ق. م). اشتهر بوضع نظام البديهيات وجمع عمله في الهندسة في كتاب أسماه الأصول. وقد اعتُبرت هندسة إقليدس منذ ذلك العهد نموذجا للبرهان المنطقي. ومن مسلّمات إقليدس:

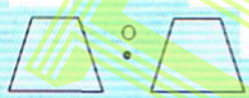
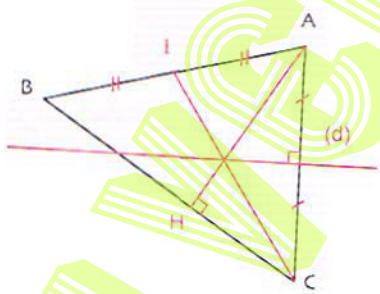
- من نقطتين متمايزتين يمر مستقيم واحد وواحد فقط.
- كل قطعة مستقيم يمكن أن تُمدَّد إلى مستقيم.
- تعطى نقطتان متمايزتان. توجد دائرة واحدة وواحدة فقط مركزها النقطة الأولى وتمر بالنقطة الثانية.
- كل الزوايا القائمة متساوية فيما بينها.
- من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد وواحد فقط يوازيه ويشمل هذه النقطة.

ويتكون النظام الهندسي لإقليدس من التعاريف والبديهيات والفرضيات والمبرهنات.



SIMER THORI

جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.

الأسئلة	الإجابات (1)	(2)	(3)
1. المثلث ABC موجود في الحالات:	AB = 11cm AC = 4cm BC = 13cm	AB = 8cm AC = 3cm BC = 2cm	AB = 4,3cm AC = 3,6cm BC = 2,5cm
2. تكون النقاط K و L و M في استقامية في الحالة :	KL = 9cm KM = 5cm LM = 4cm	KL = 14cm KM = 8cm LM = 7cm	KL = 5cm KM = 9cm LM = 6cm
3. يمكن رسم مثيل المثلث ABC في الحالات:	$\widehat{A} = 60°$ $\widehat{B} = 40°$ $\widehat{C} = 80°$	$\widehat{A} = 50°$ AC = 7cm AB = 9cm	AB = 7cm $\widehat{A} = 32°$ $\widehat{C} = 130°$
4. الشكلان متناظران بالنسبة إلى النقطة O في الحالات:			
5. الحرف الذي له مركز تناظر هو:	G	H	Z
6. فيما يلي، نعتبر الشكل المقابل: في المثلث ABC،			
6-1. أحد الارتفاعات هو:	(AH)	(CI)	(d)
6-2. أحد المحاور هو:	(d)	(AH)	(CI)
6-3. أحد المتوسطات هو:	(AH)	(d)	(CI)

SILVER TIGRI

1 أعرف قواعد النقاش الرياضيّ

بالنسبة إلى كلّ تمرين، المطلوب الإجابة على السؤال المطروح مع التبرير.

1) في العبارة $n \times n - n + 11$، عندما نعوّض n بأيّ عدد طبيعيّ، هل نحصل دائما على عدد له قاسمان اثنان بالضبط ؟

2) هل يوجد مثلث أطوال أضلاعه 5cm، 9cm و4cm؟

3) ABCD مربّع بحيث $AB = 10cm$. O نقطة داخل المربّع بحيث يكون المثلث OAB متقايس الأضلاع.
نبحث عن x قيس الزاوية $\widehat{COD}$. وجد تلميذ 149°، هل توافقه؟

2 أدرس نصوصا من الشّكل: « إذا ...، فإنّ ...»

أ) إليك النّصّ: « إذا كان عدد يقبل القسمة على 5، فإنّ رقم وحداته هو 5».
هذه إجابات 3 تلاميذ:

① النصّ صحيح من أجل كلّ الأعداد التي أرقام وحداتها 5، مثل: 5، 15، 25، ...

② النصّ صحيح من أجل الأعداد مثل: 5، 15، 25، .... وخاطئ من أجل الأعداد مثل: 10، 20، 30، ...

③ النصّ خاطئ، لأنّ 10 يقبل القسمة على 5 ورقم وحداته ليس 5.

ما رأيك في هذه الإجابات؟

ب) برّر صحة أو خطأ النصّ الآتي: « إذا كان عدد يقبل القسمة على 5، فإنّ رقم وحداته هو 0 أو 5».
(للتبرير، نعتبر حالة الأعداد الطبيعية الأصغر من 10000).

جـ) اذكر إن كان النّصّ صحيحا أم خاطئا.

إذا كان ...	فإنّ ...	صحيح	خطأ
1) ABCD رباعيا قطراه متعامدان.	ABCD متوازي أضلاع.		
2) EFGH رباعيا فيه ضلعان متقابلان متوازيان.	EFGH متوازي أضلاع.		
3) IJKL رباعيا له ضلعان متقابلان متقايسان ومتوازيان.	IJKL متوازي أضلاع.		
4) MNOP رباعيا فيه كل ضلعين متقابلين متقايسان.	MNOP متوازي أضلاع.		
5) STIP رباعيا مركزه O بحيث $IO = SO$ و $TO = PO$.	STIP متوازي أضلاع.		
6) PACK رباعيا بحيث $PA = AC = 4cm$ و $CK = KP = 5cm$	PACK متوازي أضلاع.		
7) FACE رباعيا بحيث $(FA)//(CE)$ و $FE = AC$	FACE متوازي أضلاع.		

* كل الرباعيات غير متصالبة.

3 الخاصية والخاصية العكسية

النصوص الآتية من الشكل: إذا [شرط] ، فإنّ [نتيجة].

أ) اذكر، في كلّ مرّة، إن كان النصّ صحيحا أم خاطئا.

ب) اكتب النصّ العكسيّ (بتبديل الشرط بالنتيجة والنتيجة بالشرط) لكلّ نصّ واذكر إن كان صحيحا أم خاطئا.

النصّ	صحيح	خطأ	النصّ العكسيّ	صحيح	خطأ
1) إذا كان مستقيمان متعامدين، فإنّهما متقاطعان.					
2) إذا كان لرباعيّ قطران متناصفان، فإنّه متوازي أضلاع.					
3) إذا كان رباعيّ مربعا، فإنّه معيّن.					
4) إذا كان رباعيّ متوازي أضلاع، فإنّ أضلاعه متوازية مثنى مثنى.					
5) إذا كان عدد يقبل القسمة على 5، فإنّه ينتهي بالرقم 5.					
6) إذا كان عدد يقبل القسمة على 3، فإنّ مجموع أرقامه مضاعف لـ 3.					

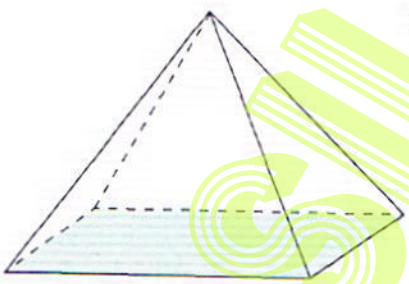
جـ) ماذا تستنتج بالنسبة إلى النصّ والنصّ العكسيّ له؟

4 المثال المضاد

1) تمعّن أمين في مكعّب، فلاحظ أنّ له 6 أوجه و8 رؤوس، فوضع القاعدة الحرفية:

$S = 2 + F$ حيث F هو عدد الأوجه و S عدد الرؤوس.

هل القاعدة صحيحة في حالة متوازي مستطيلات؟ في حالة الشكل المقابل؟



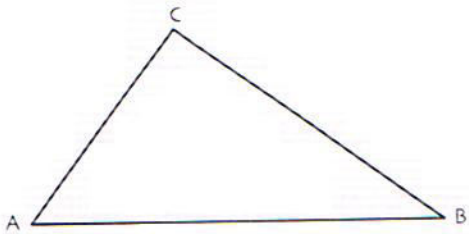
ماذا تستنتج؟

2) هل النصّ الآتي صحيح أم خاطئ.

مهما كان العدد الصحيح النسبي المختار r، إذا كان r أصغر من 5

فإنّ مربّعه يكون أصغر من 25.

5 أبحث في برهان في الهندسة



ABC مثلث. والنقطة K منتصف [AC].

ضع نقطة كيفية M على [BC].

أنشئ النقطة R نظيرة M بالنسبة إلى النقطة K.

هل يكون (AM) و (RC) متوازيين من أجل كلّ نقطة M من [BC]؟

1) أشكّل علبة الأدوات (سجل الموارد المرتبطة بالموضوع، تعاريف، خواص).

أكمل كلّ نصّ مما يلي مع رسم شكل مناسب له.

التناظر المركزي	متوازي الأضلاع
خ : إذا كانت A وB متناظرتين بالنسبة إلى K، فإنّ ...	$خ_1$: إذا كان رباعي متوازي أضلاع، فإنّ أضلاعه المتقابلة ....
	$خ_2$: إذا كان رباعي متوازي أضلاع، فإنّ قطريه ....
	$خ_3$: إذا كان رباعي متوازي أضلاع، فإنّ أضلاعه المتقابلة ....
	$خ_4$: في رباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متوازيين، فإنّ الرباعي ....
	$خ_5$: في رباعي، إذا كان للقطرين نفس المنتصف، فإنّ الرباعي ....

2) حرّر البرهان

في الهندسة، يُعتبر البرهان سلسلة حلقات استنتاجية. نمثّل كلّ حلقة بمخطط كالآتي:

حلقة استنتاجية

نَعلَم أنّ ..... ⟵ معطيات أو نتائج سابقة.

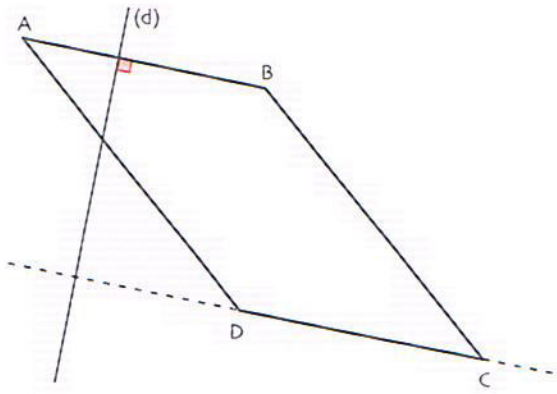
إذا كان ....، فإنّ ..... ⟵ خاصيّة.

إذن..... ⟵ نتيجة الحلقة.

باستعمال علبة الأدوات ومخطط الحلقة الاستنتاجية، حرّر برهانا مناسبا تبرّر فيه إجابتك عن السؤال المطروح في التمرين.

SILVER THORN

6 أصادق على برهان في الهندسة



ABCD متوازي أضلاع. (d) مستقيم عموديّ على (AB).

برهن أنّ (d) عموديّ على (CD).

1) هذه أعمال ثلاثة تلاميذ. اذكر بالنسبة إلى كلّ عمل،

ما هو مقبول وما هو مرفوض في البرهان.

أيمن

تحققت باستعمال الكوس من أنّ (d) عموديّ على (CD).

أمين

(AB) و (CD) متوازيان. (d) عموديّ على (AB). منه (CD) ⊥ (d).

سيلين

نَعلَم أنّ ABCD متوازي أضلاع.

كما نَعلَم أنّه في متوازي الأضلاع، الأضلاع المتقابلة تكون متوازية.

منه: (AB)//(CD).

نَعلَم الآن أنّ (AB)//(CD) وأنّ (AB) ⊥ (d).

لكن، إذا كان مستقيم عموديا على أحد المستقيمين المتوازيين، فإنّه يعامد الآخر.

إذن: المستقيمان (d) و (CD) متعامدان.

2) أعد صياغة البرهان باتباع الخطوات الآتية مع إبراز المحطات المختلفة لكلّ حلقة استنتاجية (يمكنك استعمال المخطط أكثر من مرّة).

المرحلة الأولى	أجد في النّصّ المعطيات المفيدة	...
المرحلة الثانية	أستعمل الخاصية التي تمكنني من الانتقال من النصّ إلى النتيجة	...
المرحلة الثالثة	أكتب النتيجة	...

SILVER THORN

1 قواعد النقاش الرياضيّ

للتبادل حول نصّ رياضيّ وللحكم على صحته أو خطئه، نستعمل بعض القواعد:

1) يكون نصّ رياضيّ صحيحا أو خاطئا.
2) الأمثلة التي تحقق نصّا لا تكفي لتبرير أنّ هذا النصّ صحيح.
3) المثال الذي لا يحقّق نصّا يكون كافيا لتبرير أنّ هذا النّصّ خاطئ. يسمّى هذا المثال «مثالا مضادا».
4) في الهندسة، الملاحظة والقياس لا يسمحان بتبرير صحّة نصّ.

ملاحظة: في الرياضيات، التخمين هو نصّ يبدو صحيحا ولم يبرّر بعد.
نستعمل أمثلة ونجرّب لوضع تخمينات وليس للتبرير.
نعني بدحض تخمين، تبرير أنّه خاطئ.
ونعني بالبرهان على تخمين، تبرير أنّه صحيح.

مثال

نعتبر النّصّ الرياضيّ: « إذا قبل عدد القسمة على 5، فإنّه ينتهي بالرقم 5».
حسب القاعدة (1)، يكون هذا النصّ صحيحا أو خاطئا وليس الاثنين معا.
يبدو أنّ النّصّ صحيح.
الأعداد 5، 15، 25، 35 تقبل القسمة على 5 وتنتهي كلها بالرّقم 5.
لكن، حسب القاعدة (2)، هذا المثال لا يكفي لتبرير صحة النصّ.
العدد 10 يقبل القسمة على 5 ولا ينتهي بالرقم 5.
حسب القاعدة (3)، نستنتج أنّ النصّ خاطئ.

2 النصوص من الشكل: « إذا ...، فإنّ ... »

في الرياضيات، غالبا ما نستعمل نصوصا من الشكل « إذا ...، فإنّ ... ».

مثال

إذا كان لرباعيّ أربعة أضلاع متقايسة، فإنّه معيّن.
لرباعيّ أربعة أضلاع متقايسة: الشّرط
الرباعيّ معيّن: النتيجة.

3 النّصّ العكسيّ

النّصّ العكسيّ لنصّ من الشكل « إذا...، فإنّ ...» هو النصّ الذي نتحصّل عليه بتبديل الشرط بالنتيجة و النتيجة بالشرط في هذا النصّ.

مثال

النصّ العكسي لنصّ المثال السابق هو:
« إذا كان رباعيّ معيّنا، فإنّ أضلاعه الأربعة متقايسة ».

ملاحظة: يمكن أن يكون لنصّ صحيح نصّ عكسي خاطئ.

4 المثال المضاد

من أجل نصّ من الشكل « إذا ...، فإنّ ... » ، المثال المضاد هو حالة تحقق الشرط ولا تحقق النتيجة.

مثال

بالنسبة إلى النصّ: « إذا قبل عدد القسمة على 5، فإنّه ينتهي بالرقم 5 » ، العدد 10 هو مثال مضاد.

SILVER THORN

• كيف نبرّر أنّ نصّا خاطئ؟

تمرين

« مهما كان العددان العشريان المختاران، إذا ضربنا هذين العددين بينهما، فإنّ الجداء أكبر من كلّ من العاملين ».

برّر أنّ هذا النّصّ خاطئ.

تعاليـــق

نعلم أنّه لتبرير أنّ نصا من الشكل « إذا ...، فإنّ ...» خاطئ، يكفي إيجاد مثال مضاد، أي حالة تحقق الشرط ولا تحقق النتيجة.

حـــلّ

من أجل العددين العشريين 5 و 0,1

لدينا: $0,1 \times 5 = 0,5$ و 0,5 أصغر من 5.

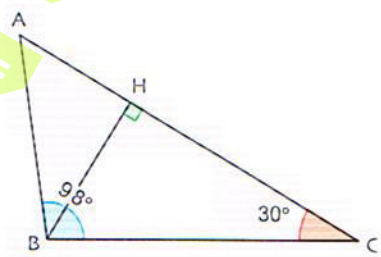
منه النصّ خاطئ.

• كيف نبرّر أنّ نصّا صحيح؟

تمرين

باستعمال معلومات الرّسم المشفّر الآتي،

احسب $\widehat{CAB}$. برّر إجابتك.



تعاليـــق

في هذه الحالة، المعطيات واردة على الرّسم.

نبدأ بتعيين كلّ المثلثات: توجد 3 مثلثات هي ABC، AHB و BHC.

نستغني عن المثلثات غير المناسبة (المثلثات التي لا تحوي الزاوية المطلوبة).

في المثلث ABC، نُعلّم $\widehat{ABC}$ و $\widehat{BCA}$.

نستعمل خاصية مجموع زوايا مثلث.

نستبدل الزوايا المعلومة بأقياسها.

نبحث عن العدد الذي إذا أضفناه إلى 128، وجدنا 180.

نُجيب على السؤال.

حـــلّ

في المثلث ABC:

$\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180°$

$98° + 30° + \widehat{CAB} = 180°$

$128° + \widehat{CAB} = 180°$

$\widehat{CAB} = 180° - 128°$

منه: $\widehat{CAB} = 52°$

دوري الآن

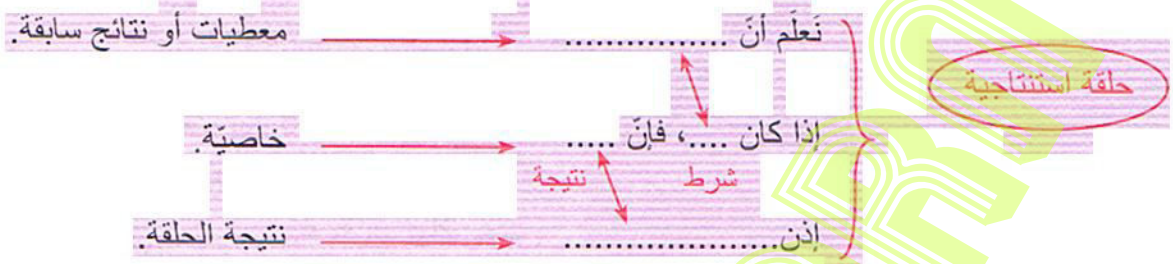
اقترح كيفية أخرى لحساب $\widehat{CAB}$.

5 البرهان

لتبرير نتائج في الرياضيات، نستعمل براهين.

• البرهان في الهندسة

في الهندسة، يُعتبر البرهان سلسلة حلقات استنتاجية. يمكن تمثيل كلّ حلقة على الشّكل:



مثال

(d) هو محور [AB] ويقطع (AB) عند النقطة I.

لتبرير أنّ I هي منتصف [AB] ، نبرهن:

برهان

نَعلَم أنّ (d) هو محور [AB] ويقطع (AB) عند النقطة I.

إذا كان مستقيم محور قطعة مستقيم، فإنّه يعامد حامل هذه القطعة ويمرّ من منتصفها

إذن I هو منتصف [AB].

• البرهان في الجبر

نستعمل غالبا في البرهان في الجبر الحساب الحرفي.

مثال

برهن أنّه، إذا اخترنا أيّ عدد، وأضفنا إليه 3 وضربنا النتيجة في 2، ثمّ طرحنا ضعف العدد المختار في البداية، فإنّ النتيجة هي 6 دائما.

برهان

نسمّي x العدد المختار.

نضيف 3 إلى هذا العدد: $x+3$

نضرب النتيجة في 2: $2\times(x+3)$

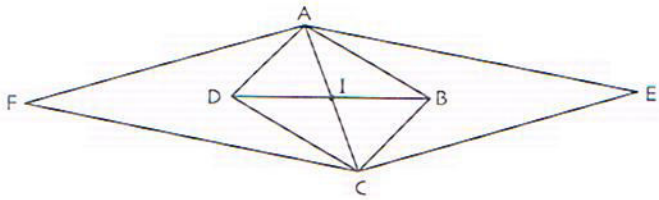
نطرح ضعف عدد البداية: $2\times(x+3)-2\times x$

نحسب بتطبيق خواص الأعداد والعمليات ونقرأ النتيجة: $2x+6-2x=6$

SILVER THORN

• كيف أبحث عن برهان في الهندسة ؟

تمرين



الرباعيان ABCD و AECF متوازيا أضلاع.

القطعتان [AC] و [BD] تتقاطعان عند النقطة I.

برّر أنّ I منتصف [EF].

تعاليـــق

ماذا نريد أن نبرهن؟	I منتصف [EF].
ما هي الخواص التي تسمح بالبرهان على هذه النتيجة؟	1) إذا كانت نقطة هي نقطة تقاطع قطعة مستقيم ومحورها، فإنّ النقطة هي منتصف القطعة. 2) إذا كانت نقطة هي نقطة تقاطع قطري متوازي أضلاع (وبالتالي مستطيل أو معيّن أو مربع)، فإنّ النقطة هي منتصف لكلّ قطر.
ما هي الخاصية التي نختارها؟	لا يمكن استعمال الخاصية 1، لأنّ I ليست نقطة تقاطع قطعة مستقيم ومحورها. لكن، يمكن استعمال الخاصية 2 إذا توفّرت شروط تطبيقها.
هل شروط تطبيق الخاصية المختارة متوفّرة في النّصّ؟	نَعلَم. لأنّ ABCD متوازي أضلاع و [AC] و [BD] قطراه. و AECF متوازي أضلاع و [AC] و [EF] قطراه.
نحرّر البرهان.	نعلم أنّ الرباعيين ABCD و AECF متوازيا أضلاع. إذا كانت نقطة هي نقطة تقاطع قطري متوازي أضلاع ، فإنّ النقطة هي منتصف لكلّ قطر. منه I منتصف [AC]. لكن، [AC] هو قطر في متوازي الأضلاع AECF كذلك. منه I منتصف [EF].

طريقة

في البحث عن برهان في الهندسة، غالبا ما نتتبّع المراحل الآتية ونتساءل:

1) ماذا نريد أن نبرهن؟

2) ما هي الخواص التي تسمح بالبرهان على هذه النتيجة؟

3) ما هي الخاصية التي نختارها؟

4) هل شروط تطبيق الخاصية المختارة متوفّرة في النّصّ؟

5) في حالة الإجابة بنعم، ننتقل إلى تحرير البرهان وفي حالة الإجابة بلا، نبرهن على الشروط أو نغيّر الخاصيّة.

9 المثلّثات

سأتعلّم في هذا الباب

إنشاء مثلث (المتباينة المثلثية)

معرفة حالات تقايس المثلثات واستعمالها في براهين بسيطة.

معرفة خواص مستقيم المنتصفين في مثلث واستعمالها في براهين بسيطة.

معرفة واستعمال تناسبية الأطوال لأضلاع المثلثين المعيّنين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين.

تعريف وإنشاء المستقيمات الخاصة في المثلث (المحاور، الارتفاعات، المتوسطات، المنصفات).

تعريف بُعد نقطة عن مستقيم وتعيينه.

معرفة خواص هذه المستقيمات (خاصية الارتفاعات تُقبل دون برهان) واستعمالها في وضعيات بسيطة.

مثلث برمودا

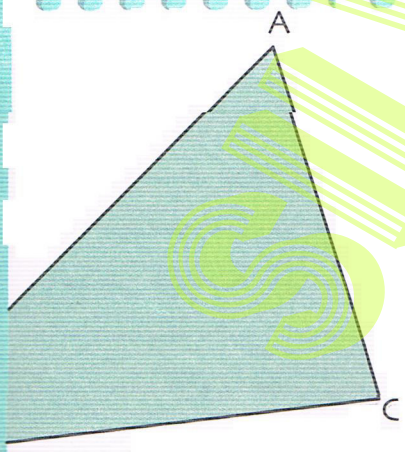
مثلث، و لكن ليس ككل المثلثات !

"مثلث برمودا هو منطقة جغرافية تقع في المحيط الأطلسي، وسميت بهذا الاسم نسبة إلى جزر برمودا، وتقدّر مساحته بحوالي $1140000\ km^2$. اشتهرت بتعدد حوادث السفن والطائرات وكذا اختفاء بعضها. وقد كُتبت عدّة مؤلفات حول الموضوع، حملت تفسيرات وتحاليل منها ما هي طبيعية (كالأمواج والعواصف) و منها ما هي غير طبيعية (كالأخطاء البشرية) للغز تكرر الحوادث والاختفاءات في مثلث برمودا"

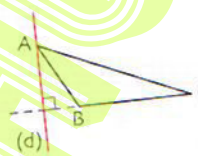
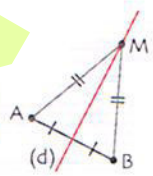
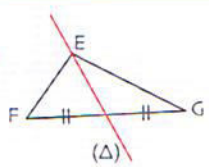
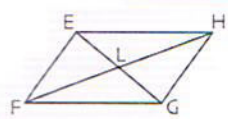
تحدّي

دون منقلة !

كيف تعيّن مركز ثقل المثلث دون الخروج من إطار جزء ورقة الكراس (أي دون تعيين الرأس B).



جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

الأسئلة	الإجابات (1)	(2)	(3)
1. يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه 4,5cm و 11cm و 5cm.	صحيح	خطأ	لا يمكن الحكم
2. إذا كانت النقط A، B، C في استقامية و AB = 7cm و BC = 2cm فإنّ	A تنتمي إلى [BC]	C تنتمي إلى [AB]	B تنتمي إلى [AC]
3. إذا كانت النقط A، B، C في استقامية و AB = 5cm و BC = 3cm و AC = 8cm فإنّ	النقط A، B، C في استقامية	B لا تنتمي إلى (AC)	B تنتمي إلى [AC]
4. مجموع أقياس زوايا مثلث يساوي	90°	360°	180°
5. ماذا يمثل المستقيم (d) في المثلث ABC؟ 	محورا	ارتفاعا	متوسطا
6. ماذا يمثل المستقيم (d) بالنسبة للقطعة [AB]؟ 	(d) محور [AB]	(d) عمودي على (AB)	(d) متوسط متعلّق بـ [AB] في المثلث ABM
7. ماذا يمثل المستقيم (Δ) في المثلث EFG؟ 	منصفا	ارتفاعا	متوسطا
8. إذا كان $\frac{3}{7}=\frac{6}{x}$ فإنّ	$x=7$	$x=14$	$x=6\times\frac{7}{3}$
9. في الشّكل النقطة M تحقّق	$AM=\frac{2}{5}AB$	$\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$	$AM=\frac{1}{2}AB$
10.  EFGH متوازي أضلاع، L نقطة تقاطع قطريه.	(LH) منصف زاوية الرأس H.	(LH) متوسط في المثلث EGH.	[EG] و [FH] متناصفان في L.

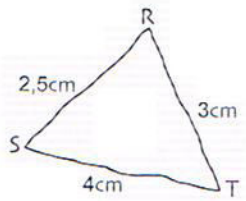
SILVER THORN

1 المتباينة المثلثية (إنشاء مثلث انطلاقا من أطوال معيّنة)

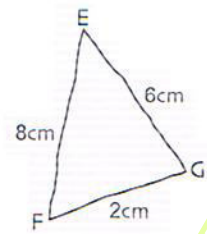
برنامج رسم باليد الحرّة

- اختر ثلاثة أطوال بين 2cm و 10cm.
- ارسم باليد الحرّة مثلثا أطوال أضلاعه الأبعاد المختارة.
- سمّ المثلث وشفّره بالأطوال المختارة.

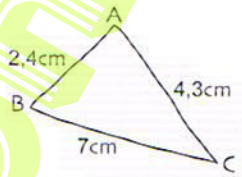
هذه أعمال ثلاث تلاميذ تنفيذا للبرنامج أعلاه :



حنين



مريم

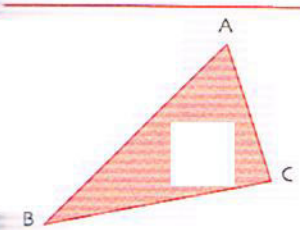


إلياس

حاول، على ورقةٍ غير مُسطَّرة، أن تنشئ بالأبعاد الحقيقية اقتراح كل تلميذ.

أيّ من التلاميذ الثلاثة رسم مثلثا قابلا للإنشاء بالأبعاد الحقيقية ؟ اشرح.

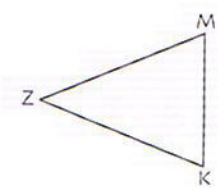
2 المثلثات المتقايسة

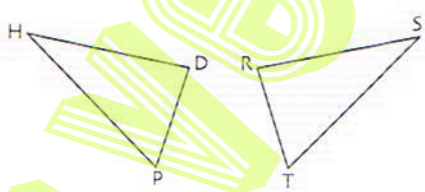


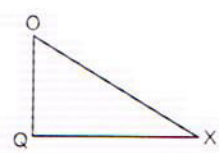
أ) أيّ من المثلثات الخمسة الآتية مطابق للمثلث ABC ؟

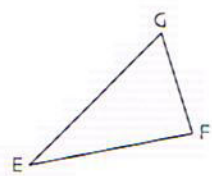
- كيف تتحقّق من ذلك؟

ب) اكتب العناصر المتماثلة من المثلث ABC والمثلث المطابق له في كل حالة.









جـ) أنشئ المثلث ABC في كل من الحالات الآتية:

1) $AB=3cm$ و $AC=4,8cm$ و $BC=6cm$.

2) $BC=5,2cm$ و $\widehat{ABC}=35°$ و $\widehat{ACB}=70°$.

3) $AB=4cm$ و $AC=3cm$ و $\widehat{CAB}=100°$.

- قارن، في كل حالة، المثلث الذي أنشأته مع المثلث الذي أنشأه زميلك: هل هما متطابقان ؟

SILVER THORN

3 مستقيم المنتصفين (من التخمين إلى التبرير)

ارسم مثلثا كيفيا ABC . وعيّن E و G منتصفي الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب، ثمّ ارسم المستقيم (EG).

أ) من وضع تخمينات

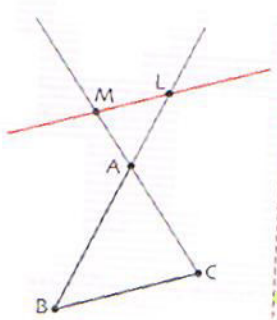
1) ما هو التخمين الذي يمكن وضعه بالنسبة إلى المستقيمين (EG) و (BC) ؟
2) قس بدقة [EG] و [BC] وضع تخمينا حول العلاقة بين الطولين BC و EG.
3) تقول مريم: «إذا رسمنا المستقيم الذي يشمل النقطة G والموازي لـ (AB) فسيقطع [BC] في منتصفها».
- هل توافقها ؟ تحقّق.

ب) إلى التبرير

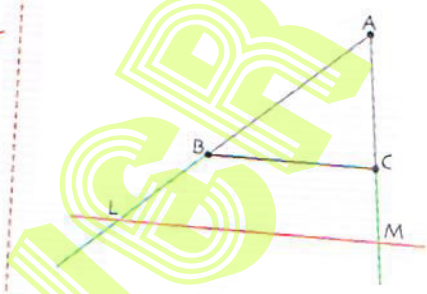
أعد رسم مثلث كيفي ABC والنقطتين E و G منتصفي الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب.
1) عيّن النقطة M نظيرة النقطة E بالنسبة إلى G. وأثبت أنّ AMCE متوازي أضلاع.
2) قارن الطولين CM و EB واستنتج طبيعة الرباعي EMCB.
3) كيف تستنتج أنّ المستقيمين (EG) و (BC) متوازيان، وأنّ BC = 2EG.
4) ارسم المستقيم الذي يشمل G والموازي لـ (AB) ويقطع [BC] في N.
- أثبت أنّ EGNB متوازي أضلاع.
- أثبت أنّ النّقطة N هي منتصف [BC].

4 المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين

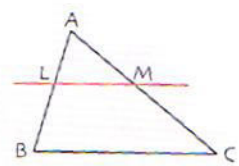
في كل من الحالات الآتية (BC)//(ML) :



الحالة 3



الحالة 2

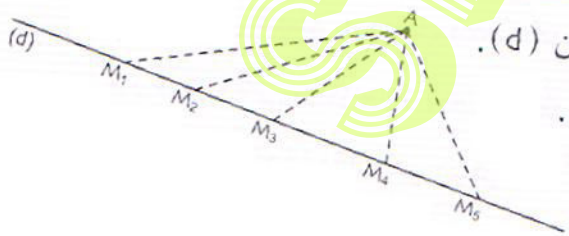


الحالة 1

1) أنجز مثيلا للشكل في كل حالة، ثمّ خُذِ الأقياس اللازمة واحسب كُلّا من النّسب : $\frac{AL}{AB}$ ، $\frac{AM}{AC}$ ، $\frac{LM}{BC}$

2) ما هو التّخمين الذي يمكن وضعه حول هذه النّسب؟

5 بُعد نقطة عن مستقيم

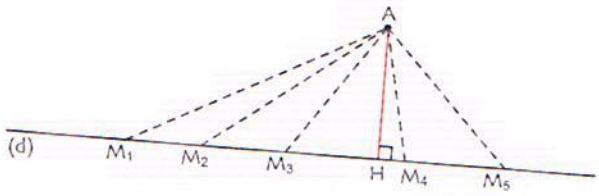


(d) مستقيم، و A نقطة لا تنتمي إليه، و M نقطة متغيّرة من (d).
في الشكل المرفق تمّ تحديد خمسة مواضع متمايزة للنقطة M.
يتناقش يونس وإيناس حول موضع M من (d) بحيث يكون الطول AM أصغر ما يمكن.

SILVER TIGER

قال يونس : يكون الطول AM أصغر ما يمكن عندما تنطبق M على M_4.

قالت إيناس : أنا لا أوافق، بل يكون الطول AM أصغر ما يمكن عندما تنطبق M على H المبيَّنة في الشكل المقابل، وعندي تبرير لذلك.



- ما رأيك فيما قال كل منهما ؟
- ما هو التبرير الذي قصدته إيناس ؟

6 المستقيمات الخاصة في المثلث

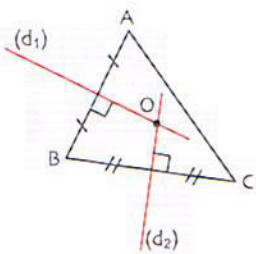
• المحاور

أ) من وضع تخمين

- ارسم مثلثا كيفيا، ومحاور أضلاعه.
- ماذا تلاحظ بالنّسبة إلى تقاطع محاور أضلاع المثلث ؟

ب) إلى التبرير

انقل الشكل المقابل، وأجب عما يلي :



- ماذا يمثل (d_1) و (d_2) بالنّسبة إلى [AB] و [BC] على الترتيب ؟
- كيف تبرّر أنّ النقطة O (نقطة تقاطع (d_1) و (d_2)) تنتمي إلى محور [AC] ؟
- ارسم الدائرة التي مركزها O وتشمل A، كيف تستنتج أنّ نقطة تقاطع محاور مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث ؟

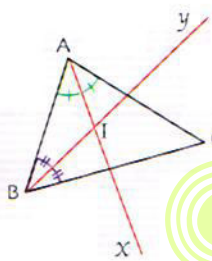
• المنصّفات

أ) من وضع تخمين

- ارسم مثلثا كيفيا، ثمّ منصّفات زواياه الثلاث.
- ماذا تلاحظ بالنّسبة إلى تقاطع منصّفات زوايا المثلث ؟

ب) إلى التبرير

انقل الشكل المقابل، وأجب عما يلي :

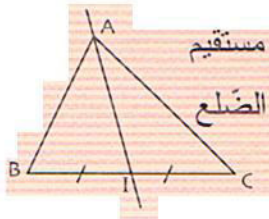


- ماذا يمثل $[Ax)$ و $[By)$ بالنّسبة إلى $\widehat{BAC}$ و $\widehat{ABC}$ على الترتيب ؟
- كيف تبرّر أنّ النقطة I (تقاطع $[Ax)$ و $[By)$) تنتمي إلى منصّف $\widehat{ACB}$ ؟
- ارسم الدائرة التي مركزها I ونصف قطرها يساوي بُعد I عن ضلع المثلث، كيف تستنتج أنّ نقطة تقاطع منصّفات زوايا مثلث هي مركز الدائرة المماسة لأضلاع هذا المثلث ؟

SILVER THORN

• المتوسطات

المتوسط في مثلث هو مستقيم يشمل رأسا ومنتصف الضّلع المقابل لهذا الرأس

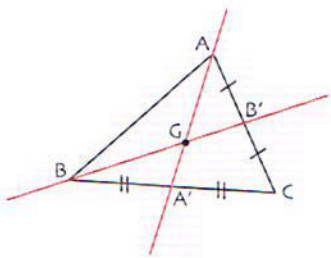


أ) من وضع تخمين

- ارسم مثلثا كيفيا، ثمّ متوسطاته الثلاثة.
- ماذا تلاحظ بالنّسبة إلى تقاطع متوسطات المثلث ؟

ب) إلى التبرير

انقل الشكل المقابل، وأجب عما يلي :



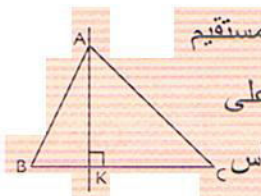
- ماذا يمثل (AA') و (BB') في المثلث ABC ؟
- انقل وأكمل :

لنبرّر أنّ النقطة G (تقاطع (AA') و (BB')) تنتمي إلى المتوسط المتعلق بالضلع [AB] يكفي إثبات أنّ المستقيم ..... يشمل منتصف .....

- عيّن النّقطة D نظيرة النّقطة C بالنسبة إلى النّقطة G ؟
- كيف تبرّر أنّ الرباعي ADBG متوازي أضلاع ؟
- كيف تستنتج أنّ (CG) يشمل النّقطة C' منتصف [AB].
- كيف تستنتج أنّ $C'G=\frac{1}{3}C'C$ ؟

• الارتفاعات

الارتفاع في مثلث هو مستقيم يشمل رأسا وعمودي على الضّلع المقابل لهذا الرأس

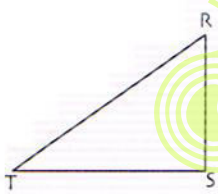


أ) من وضع تخمين

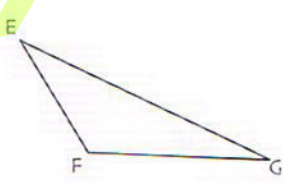
- ارسم مثلثا كيفيا، ثمّ ارتفاعاته الثلاثة.
- ماذا تلاحظ بالنّسبة إلى تقاطع ارتفاعات المثلث ؟

ب) إلى التطبيق

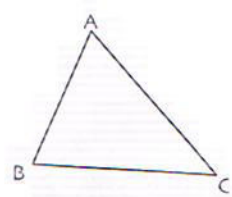
- انقل المثلث وأنشئ ارتفاعاته في كل حالة.
- ماذا تلاحظ بالنّسبة إلى نقطة تقاطع الارتفاعات في كل حالة ؟



مثلث قائم الزاوية



مثلث فيه زاوية منفرجة

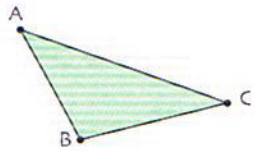


مثلث حاد الزوايا

1 المتباينة المثلثية

في مثلث، طول أيّ ضلع أصغر من مجموع طولي الضلعين الآخرين.

مثال



• في المثلث ABC لدينا :

$AB<AC+CB$

و $AC<AB+BC$

و $BC<AB+AC$

ملاحظات

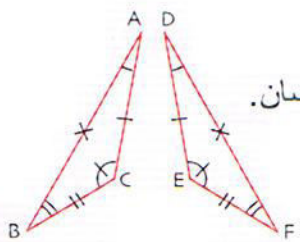
1) من أجل كل ثلاث نقط A ، B ، C المساواة $BC=AB+AC$ تعني أنّ A تنتمي إلى [BC].

2) لتحديد إمكانية إنشاء مثلث عُلمت أطوال أضلاعه، يكفي التحقّق من أنّ أكبر طول فيه هو أصغر من مجموع الطولين الآخرين.

2 المثلثات المتقايسة - حالات تقايس مثلثين

القول عن مثلثين أنّهما متقايسان معناه أنّهما قابلان للتطابق.

مثال



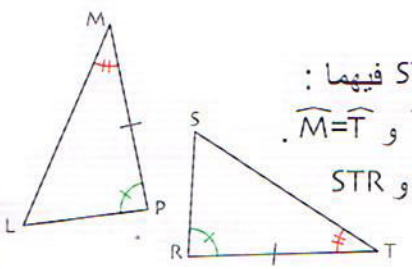
• المثلثان ABC و DEF متقايسان.

• حالات تقايس مثلثين

الحالة الأولى

يتقايس مثلثان إذا تقايست فيهما زاويتان والضلع المحصور بينهما.

مثال



المثلثان LMP و STR فيهما :

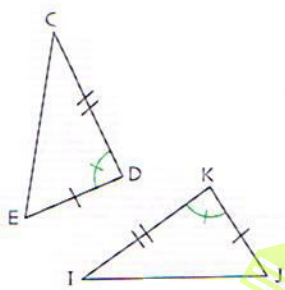
$MP = TR$ و $\widehat{P}=\widehat{R}$ و $\widehat{M}=\widehat{T}$.

ومنه المثلثان LMP و STR متقايسان.

الحالة الثانية

يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما ضلعان والزاوية المحصورة بينهما.

مثال



المثلثان IKJ و CDE فيهما :

$IK = CD$ و $JK = ED$

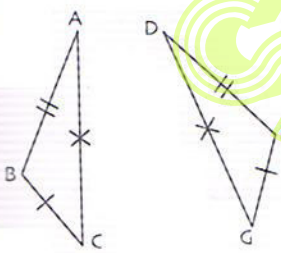
و $\widehat{IKJ} = \widehat{CDE}$.

ومنه المثلثان IKJ و CDE متقايسان.

الحالة الثالثة

يتقايس مثلثان إذا تقايست الأضلاع الثلاثة لأحدهما مع الأضلاع الثلاثة للآخر.

مثال



المثلثان ABC و DFG فيهما :

$AB = DF$

و $AC = DG$ و $BC = FG$.

ومنه المثلثان ABC و DFG متقايسان.

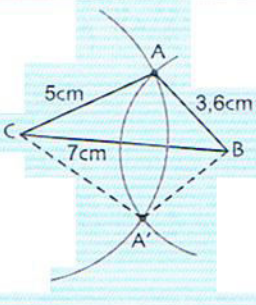
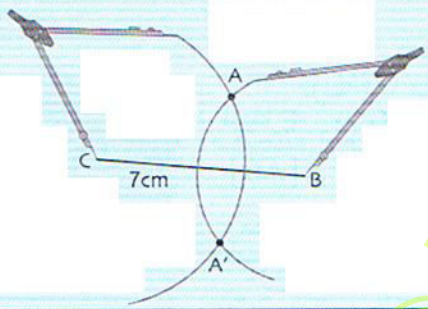
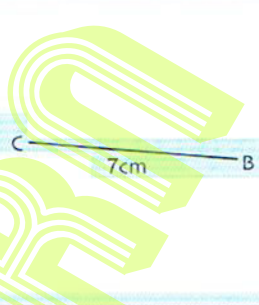
SILVER TUBE

• إنشاء مثلث عُلمت أطوال أضلاعه

تمرين : أنشئ مثلثا ABC حيث AB = 3,6cm و AC = 5cm و BC = 7cm.

حـلّ : في البداية نتحقق من أنّ المثلث قابل للإنشاء :

لدينا AB + AC = 8,6cm أي AB + AC > BC، ومنه المثلث ABC قابل للإنشاء.

		
نرسم المثلث ABC. • كل من المثلثين ABC و A'BC يحقق المطلوب.	نرسم قوسين من دائرتين واحدة مركزها B ونصف قطرها 3,6cm، والأخرى مركزها C ونصف قطرها 5cm، نسمّي نقطتي تقاطعهما A و A'.	نرسم قطعة مستقيم [BC] طولها 7cm باستعمال مسطرة مدرّجة.

طريقة

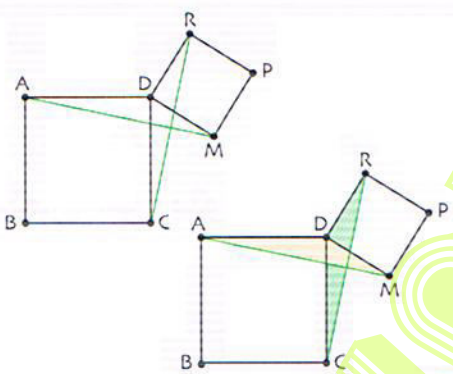
يؤول إنشاء مثلث إلى إنشاء رؤوسه، وإنشاء نقطة بالمدوّر ينتج من تقاطع قوسي دائرتين.

• استعمال المثلثات المتقايسة للإثبات

تمرين : ABCD و DMPR مربعان.

انقل الشكل، وأثبت أنّ AM=CR.

حـلّ



لدينا في المثلثين AMD و CDR :

• AD=DC (ضلعان في المربع ABCD).

• MD=DR (ضلعان في المربع DMPR).

• $\widehat{ADM}=\widehat{CDR}$ لأنّ : $\widehat{ADM}=\widehat{ADC}+\widehat{CDM}=90°+\widehat{CDM}$

$\widehat{CDR}=\widehat{CDM}+\widehat{MDR}=\widehat{CDM}+90°$

فحسب الحالة الثالثة لتقايس مثلثين، المثلثان AMD و CDR متقايسان، وبالتالي فإنّ AM=CR.

ملاحظة: لإثبات تقايس قطعتي مستقيمين، يمكن اعتبار كل منهما ضلعًا في مثلث، وإثبات تقايس هذين المثلثين.

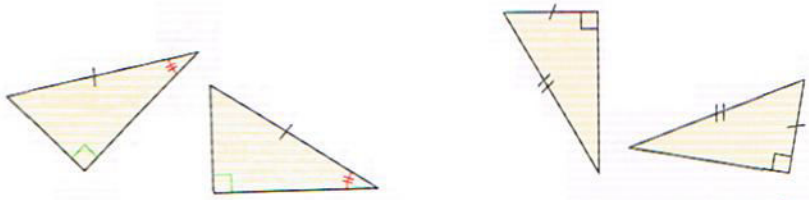
تعاليـق

يمكن استنتاج العناصر المتماثلة من تقايس المثلثين AMD و CDR، وهي : AM=CR و $\widehat{DAM}=\widehat{DCR}$ و $\widehat{AMD}=\widehat{CRD}$

دوري الآن

1. أنشئ مثلثا ABC حيث AB = 3cm و AC = 3,8cm و BC = 4cm.
2. أنشئ مثلثا RST حيث $\widehat{RST}=100°$ و $\widehat{RTS}=30°$ و ST = 3,5cm.
3. أنشئ مثلثا LMP حيث $\widehat{MPL}=120°$ و MP = LP = 2,6cm. ما طبيعة المثلث LMP ؟

ملاحظة : يكفي لتقايس مثلثين قائمين أن يتقايس فيهما ضلعان، أو ضلع وزاوية حادة.

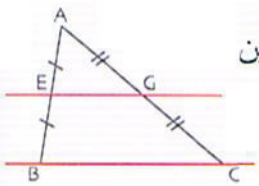


3 مستقيم المنتصفين

خاصية 1

في مثلث، إذا شمل مستقيم منتصفي ضلعين، فإنّه يوازي الضّلع الثّالث.

مثال

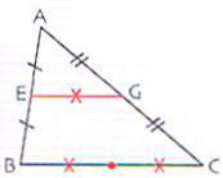


لدينا E و G منتصفا الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب.
ومنه (EG)//(BC).

خاصية 2

في مثلث، طول القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين يساوي نصف طول الضّلع الثّالث.

مثال

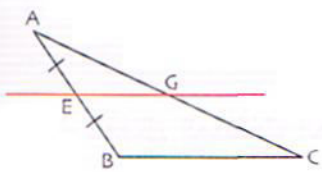


لدينا E و G منتصفا الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب.
ومنه $EG = \frac{1}{2}BC$.

خاصية 3

في مثلث، إذا شمل مستقيم منتصف أحد أضلاعه وكان موازيا لضلع ثانٍ، فإنّه يقطع الضّلع الثّالث في منتصفه.

مثال

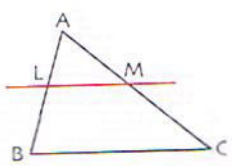


لدينا E منتصف [AB] و (EG)//(BC) ومنه G منتصف [AC].

4 تناسبية الأطوال لأضلاع المثلثين المعيّنين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين

ABC مثلث، إذا كانت L نقطة من (AB) و M نقطة من (AC) وكان (LM) و (BC) متوازيان، فإن : $\frac{AL}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{LM}{BC}$

مثال

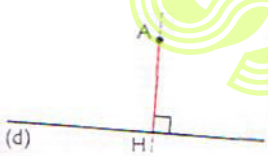


بما أنّ L و M من [AB] و [AC] على الترتيب، و (LM)//(BC).
فإنّ $\frac{AL}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{LM}{BC}$

5 بُعد نقطة عن مستقيم

بُعد نقطة عن مستقيم هو أصغر مسافة بين هذه النقطة وهذا المستقيم.

مثال



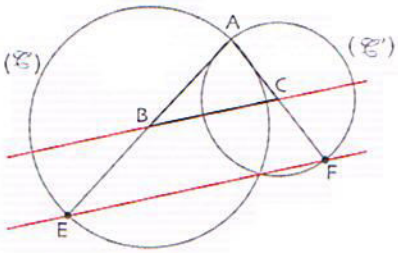
بُعد النّقطة A عن المستقيم (d) هو طول قطعة المستقيم [AH] (المحمولة على العمودي على (d) الذي يشمل A).

• استعمال خاصية مستقيم المنتصفين في مثلث للبرهنة

تمرين

ABC مثلث كيفي، الدائرة ($\mathscr{C}$) ذات المركز B التي تشمل A تقطع [AB] في E، والدائرة ($\mathscr{C}'$) ذات المركز C التي تشمل A تقطع [AC] في F.

ارسم شكلا مناسبا، وأثبت أنّ (EF)//(BC).



حـلّ و توجيهات

نبدأ برسم شكل مناسب (انظر الشّكل المقابل).

• لدينا [AE] قطر في الدائرة ($\mathscr{C}$)، ومنه B منتصف [AE]،
وكذلك [AF] قطر في الدائرة ($\mathscr{C}'$).

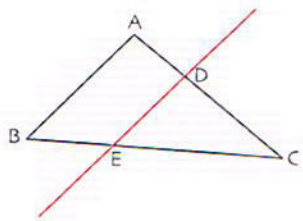
• في المثلث AEF : B منتصف [AE]، C منتصف [AF].
ونَعلَم أنّه إذا شمل مستقيم منتصفي ضلعين في مثلث،
فإنّه يوازي الضّلع الثّالث.
ومنه المستقيمان (BC) و (EF) متوازيان أي : (EF)//(BC).

طريقة

لإثبات أنّ مستقيمين متوازيان يمكن اعتبار أحدهما حاملا لضلع في مثلث، والتأكد من أنّ الآخر يشمل منتصفي الضلعين الآخرين إذا كانت الوضعية مواتية.

• استعمال تناسبية الأطوال الناتجة عن المستقيم الموازي لأحد أضلاع مثلث

تمرين



لدينا في الشكل المقابل (AB)//(DE) و AB = 7cm
و AD = 3cm و CD = 6cm و CE = 8cm.
والمطلوب هو حساب الطول BE.

حـلّ و توجيهات

في المثلث ABC لدينا (AB)//(DE)،
ومنه حسب خاصية تناسبية الأطوال الناتجة عن المستقيم الموازي لأحد أضلاع مثلث فإنّ : $\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} = \frac{DE}{AB}$

• نعوّض في التناسب $\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB}$ فنجد $\frac{6}{9} = \frac{8}{CB}$

معناه $CB = 8 \times \frac{9}{6} = 12$ ومنه $BE = 12 - 8$ أي $BE = 4cm$

تعاليـــق

• نبدأ بحساب الطول CB ثم نحسب BE من العلاقة :
$BE = CB - CE = CB - 8$.
كما أنّ $CA = CD + DA$
أي $CA = 9cm$

طريقة

لحساب أطوال يمكن استعمال تناسبية الأطوال الناتجة عن المستقيم الموازي لأحد أضلاع مثلث.

دوري الآن

1. ABCD متوازي أضلاع، E منتصف [CD]، و F نقطة تقاطع (AE) و (BC). أثبت أنّ C منتصف [BF].

2. عد إلى المسألة الثانية أعلاه، واحسب القيمة المضبوطة للطول DE.

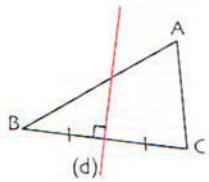
6 المستقيمات الخاصة في المثلث

• المحاور

محور ضلع في مثلث هو المستقيم العمودي على هذا الضّلع ويشمل منتصفه.

مثال

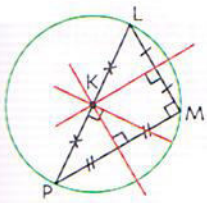
(d) محور في المثلث ABC متعلّق بالضلع [BC].

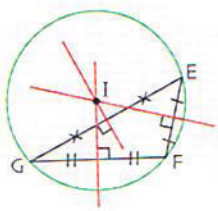


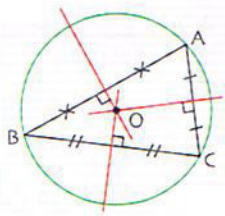
خاصيّة

محاور أضلاع مثلث متقاطعة في نقطة واحدة تُسمّى نقطة تلاقي المحاور، و هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.

أمثلة







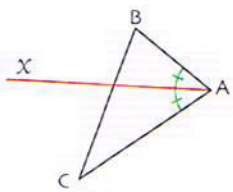
• المنصّفات

منصف زاوية في مثلث هو نصف المستقيم الذي يشمل رأس هذه الزاوية ويقسمها إلى زاويتين متقايستين.

مثال

[Ax) منصّف زاوية الرأس A.

أي $\widehat{BAx} = \widehat{CAx}$



خاصية

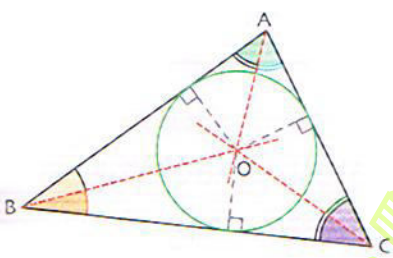
في مثلث، المنصّفات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة، تُسمّى نقطة تلاقي المنصّفات.

نقطة تلاقي منصّفات زوايا مثلث هي مركز الدائرة المماسة لأضلاع هذا المثلث، هذه الدائرة مرسومة داخل هذا المثلث.

أمثلة

• O نقطة تلاقي منصّفات زوايا المثلث ABC

• وهي مركز الدائرة المماسة لأضلاع هذا المثلث.



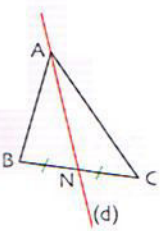
• المتوسطات

المتوسط في مثلث هو مستقيم يشمل رأسا ومنتصف الضّلع المقابل لهذه الرأس.

مثال

(d) المتوسط المتعلّق بالضّلع [BC].

أو (d) المتوسط الذي يشمل الرأس A.



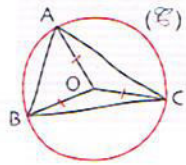
SILVER TIGER

• إنشاء الدائرة المحيطة بمثلث

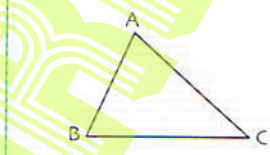
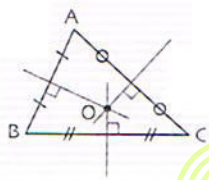
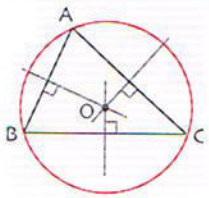
تمرين

ارسم مثلثا كيفيا ABC، ثمّ أنشئ الدائرة ($\mathscr{C}$) المحيطة بالمثلث ABC.

حـلّ و توجيهات



يمكن البدأ برسم باليد الحرّة، ودراسة خصائص عناصره التي تسمح بالإنشاء المطلوب :
فنجد أنّ O مركز الدائرة ($\mathscr{C}$) متساوي البُعد عن رؤوس المثلث ABC، فهو ينتمي إلى محاور أضلاع هذا المثلث.

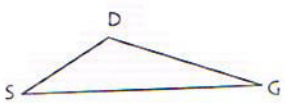
		
نرسم مثلثا كيفيا ABC.	نرسم محاور أضلاع المثلث ABC، ويمكن الاكتفاء برسم محورين، ونسمي نقطة تقاطعها O.	نرسم الدائرة ذات المركز O والتي تشمل النقطة A. إنّها الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

طريقة

لإنشاء الدائرة المحيطة بمثلث، نبدأ بتعيين مركزها وهو نقطة تلاقي محاور هذا المثلث.

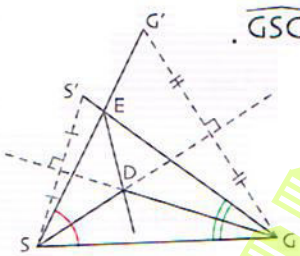
• استعمال خاصية المنصّفات

تمرين



المثلث SDG المنفرج الزاوية في D، نظير [GS] بالنسبة إلى (GD) ونظير [GS] بالنسبة إلى (SD) متقاطعان في E.
انقل الشكل وأكمله، ثمّ أثبت أنّ [ED] منصّف الزاوية $\widehat{SEG}$.

حـلّ و توجيهات



• بما أنّ [SG'] نظير [SG] بالنسبة إلى (SD)، فإنّ [SD] منصّف الزاوية $\widehat{GSG'}$.
وبما أنّ [GS'] نظير [GS] بالنسبة إلى (GD)،
فإنّ [GD] منصّف الزاوية $\widehat{SGS'}$.
• ومنه D هي نقطة تلاقي المنصّفات في المثلث ESG.
وبالتالي فإنّ [ED] منصّف الزاوية $\widehat{SEG}$.

ملاحظة : يمكن استغلال كون النقطة D متساوية المسافة عن أضلاع المثلث ESG.

دوري الآن

ارسم زاوية $\widehat{xAy}$ وضَعْ نقطة M داخلها، أنشئ النقطتين L و P نظيرتي M بالنسبة إلى [Ax) و [Ay) على الترتيب.
ماذا تمثّل النقطة A بالنسبة إلى المثلث MPL ؟ برّر إجابتك.

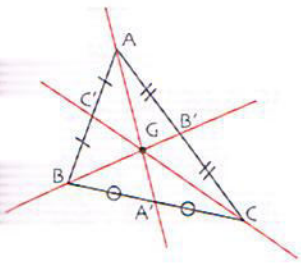
SILVER FIORI

خاصية 1

في مثلث، المتوسطات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة، تُسمّى نقطة تلاقي المتوسطات، وتُسمّى أيضا مركز ثقل المثلث.

مثال

G نقطة تلاقي المتوسطات في المثلث ABC.



خاصية 2

في مثلث ABC نقطة تلاقي المتوسطات G تحقق: $GA' = \frac{1}{3}AA'$ ، $GB' = \frac{1}{3}BB'$ ، $GC' = \frac{1}{3}CC'$.

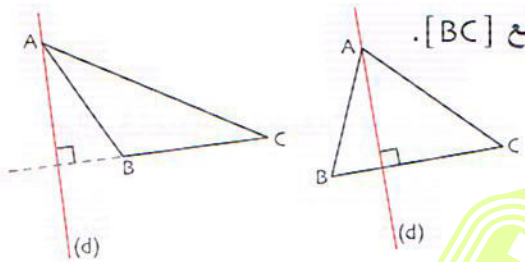
حيث A′ ، B′ ، C′ منتصفات الأضلاع [CB] ، [AC] ، [AB] على الترتيب.

• الارتفاعات

الارتفاع في مثلث هو مستقيم يشمل رأسا وعمودي على الضّلع المقابل لهذه الرأس.

مثال

في كل من الحالتين (d) الارتفاع المتعلق بالضلع [BC].

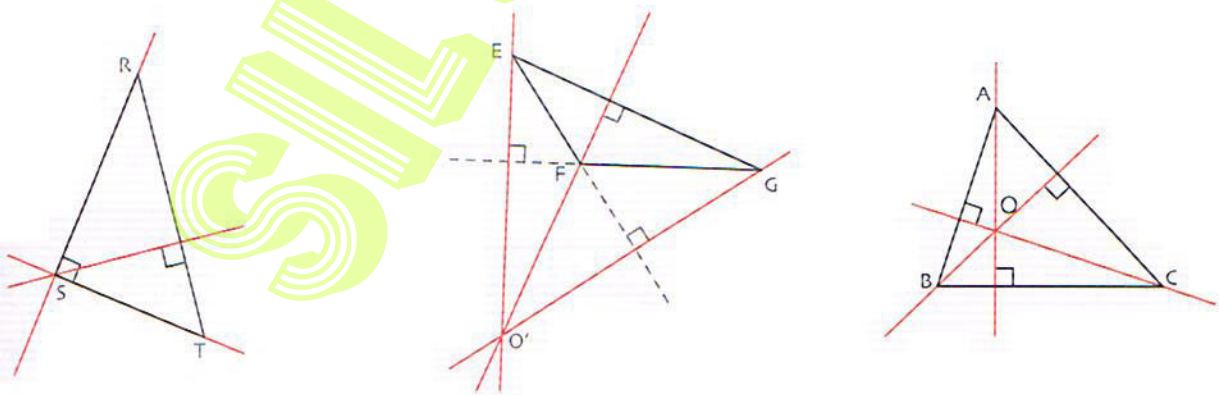


خاصية

في مثلث الارتفاعات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة، تُسمّى نقطة تلاقي الارتفاعات.

أمثلة

- O نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC.
- O′ نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EFG.
- S نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث القائم RST.



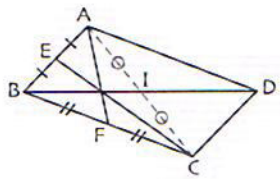
SILVER THORN

• إثبات أنّ مستقيمات متقاطعة في نقطة واحدة

تمرين

ارسم متوازي أضلاع ABCD، عيّن E منتصف [AB] و F منتصف [BC].

أثبت أنّ المستقيمات (AF) و (CE) و (BD) متقاطعة في نقطة واحدة.



حـلّ و توجيهات

• نَعلَم أنّ قطري متوازي الأضلاع متناصفان، ومنه [BD] و [AC] متناصفان.

• لدينا كل من (AF) و (CE) و (BD) هو متوسط في المثلث ABC.
وحسب الخاصية 1 للمتوسطات في مثلث، فإنّ (AF) و (CE) و (BD) متقاطعة في نقطة واحدة، هي نقطة تلاقي المتوسطات.

• يمكن، على الرسم، إضافة تشفير تناصف قطري متوازي الأضلاع.

طريقة

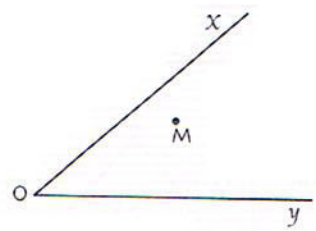
يمكن استغلال خاصية نقطة تلاقي المتوسطات في مثلث لإثبات أنّ مستقيمات متقاطعة في نقطة واحدة.

• استعمال خاصية نقطة تلاقي الارتفاعات في مثلث لإثبات أنّ مستقيمين متعامدان

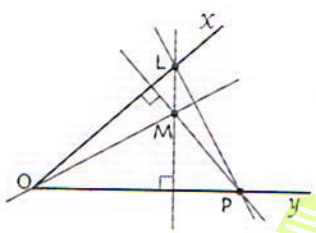
تمرين

انقل الشكل المقابل، وارسم المستقيم الذي يشمل النقطة M العمودي على [Ox) فيقطع [Oy) في P والمستقيم الذي يشمل النقطة M العمودي على [Oy) فيقطع [Ox) في L.

أثبت أنّ المستقيمين (OM) و (PL) متعامدان.



حـلّ و توجيهات



• في المثلث LOP : (PM) هو الارتفاع المتعلّق بالضلع [OL]، و (LM) هو الارتفاع المتعلّق بالضلع [OP].
وبما أنّ في مثلث الارتفاعات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة، فإنّ (OM) هو الارتفاع المتعلّق بالضلع [PL].

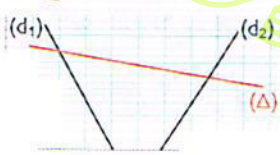
• ومنه فإنّ المستقيمين (OM) و (PL) متعامدان.

ملاحظة : يمكن استغلال خاصية نقطة تلاقي الارتفاعات في مثلث لإثبات أنّ مستقيمين متعامدان.

دوري الآن

1. عد إلى المسألة الأولى أعلاه، وعلما أنّ قطر متوازي الأضلاع [BD] طوله 12cm، وأنّ مركز ثقل المثلث ABC هو G. احسب الطول BG.

2. اشرح كيف ترسم المستقيم (V) العمودي على (Δ) والذي يشمل نقطة تقاطع (d_1) و (d_2) دون الخروج من إطار ورقة الكراس.



المتباينة المثلثية

1 حدّد، دون أن ترسم، في أيّ حالة يمكن إنشاء مثلث ABC (وحدة الطول هي السنتيمتر).

أ) $AB = 4$ و $AC = 7$ و $BC = 9$.

ب) $AB = 1,6$ و $AC = 3,4$ و $BC = 5$.

ج) $AB = 6,2$ و $AC = 1,3$ و $BC = 8$.

2 لاحظ الشكل المرفق.

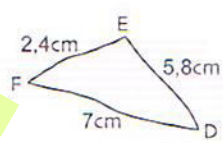
أكمل ما يأتي بما يناسب من $(<;>;=)$، واشرح.

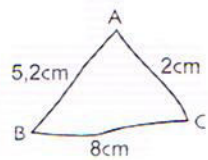
أ) FH ..... $FE + EH$.

ب) FD ..... $FH + HD$.

ج) FH ..... $FD + DH$.

3 1) أيّ المثلثين المرسومين أدناه باليد الحرّة يمكن إنشاؤه بالأبعاد الحقيقية ؟ برّر إجابتك.





2) حاول، على ورقة غير مُسطَّرة، أن تنشئ بالأبعاد الحقيقية كلا من المثلثين.

4 ارسم قطعة مستقيم $[AB]$ طولها 6cm، ثمّ أنشئ نقطة C بحيث محيط المثلث ABC يساوي 18cm.

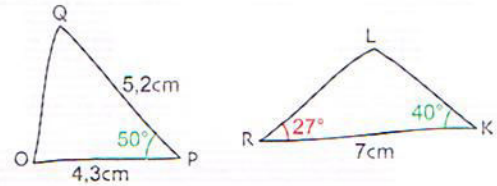
هل يمكنك إنشاء نقطة ثانية C تختلف عن الأولى ؟ وثالثة ؟ ماذا تستنتج ؟

5 يقول إلياس «أستطيع إنشاء مثلث محيطه 18cm ، وطول أحد أضلاعه 10cm».

هل أنت موافق ؟ برّر إجابتك.

المثلثات المتقايسة

6 أنشئ بالأبعاد الحقيقية كلا من المثلثين المرفقين.

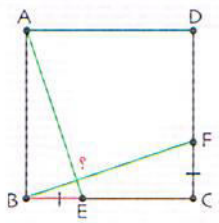


7 1) أنشئ مثلثا قائما في B حيث $AB = 5cm$، و $\widehat{BAC} = 40°$.

2) أنشئ مثلثا EDF قائما في D حيث $DE = 5cm$، و $\widehat{DFE} = 50°$.

3) أثبت أنّ المثلثين ABC و EDF متقايسان.

8 في الشكل المرفق ABCD مربع، و $BE = CF$.



أثبت أن $AE = BF$، وأنّ $(AE) \perp (BF)$.

9 $\widehat{xLy}$ زاوية حادة، M و Q نقطتان من $[Lx)$.

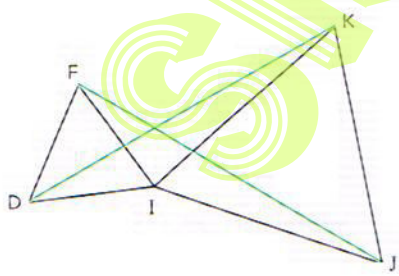
P و R نقطتان من $[Ly)$ حيث $LM = LP$ و $LQ = LR$.

$[MR]$ و $[PQ]$ متقاطعتان في S.

أثبت أنّ $[LS)$ منصّف للزاوية $\widehat{xLy}$.

10 IJK و IFD مثلثان كل منهما متقايس الأضلاع.

أثبت أن $JF = KD$.



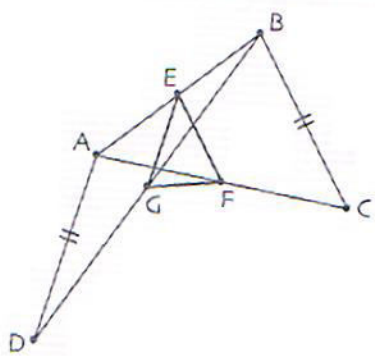
11 أثبت أنّ المستقيم الذي يشمل مركز دائرة ومنتصف وتر فيها عمودي على هذا الوتر.

مستقيم المنتصفين

12 ABC مثلث أطوال أضلاعه AB = 3cm و AC = 4,2cm و BC = 3,6cm.
'A و 'B و 'C منتصفات أضلاعه [BC] و [AC] و [AB] على الترتيب.
أحسب محيط المثلث A'B'C'.

13 ['OO] قطعة مستقيم حيث OO'=5cm، و (ℰ) و (ℰ') دائرتان مركزاهما O و 'O ومتقاطعتان في A و B. [AE] قطر في (ℰ)، و[AD] قطر في (ℰ').
أنجز شكلا مناسبا.
أثبت أنّ (ED)//('OO)، واستنتج طول قطعة المستقيم [ED].

14 لدينا في الشكل المرفق AD = BC و E ، F ، G منتصفات [AB]، [AC]، [BD] على الترتيب.



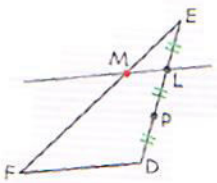
1) أثبت أنّ المثلث EFG متساوي الساقين.
2) H منتصف [CD]، ما طبيعة الرباعي EFHG ؟ برّر إجابتك.

15 ABCD رباعي كيفي، E ، F ، G ، H منتصفات أضلاعه [AB] و [BC] و [CD] و [DA] على الترتيب.
1) أثبت أنّ EFGH متوازي أضلاع.
2) أثبت أنّ محيط EFGH يساوي AC + BD.

16 RSTU متوازي أضلاع. E و F منتصفا الضلعين [RS] و [UT] على الترتيب.
1) ما طبيعة الرباعي ESFU ؟ برّر إجابتك.
2) [EU] و [SF] يقطعان [RT] في M و N على الترتيب. أثبت أنّ RM = MN = NT.

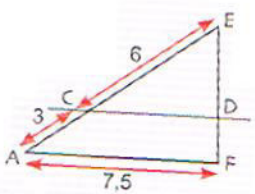
المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين

17 كيف تبرّر باستعمال معطيات الشكل المرفق أنّ النقطة M تحقّق $\frac{EM}{EF} = \frac{1}{3}$.



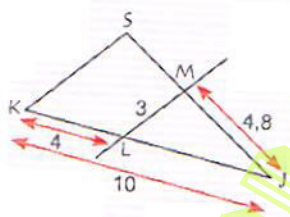
(LM)//(DF)

18 الأطوال معطاة بالسنتيمتر. أحسب، باستعمال معطيات الشكل المرفق، الطول CD.



(CD)//(AF)

19 الأطوال معطاة بالسنتيمتر. أحسب، باستعمال معطيات الشكل المرفق، كلا من الطولين SM و SK.

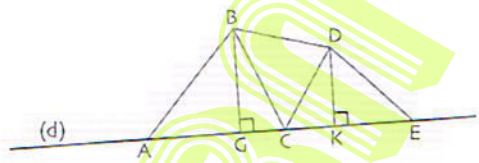


(LM)//(KS)

20 ABC مثلث كيفي، L منتصف [BC]. M نقطة من [AL]. المستقيم الموازي لـ (AC) ويشمل M يقطع [BC] في R، والمستقيم الموازي لـ (AB) ويشمل M يقطع [BC] في S.
أثبت أنّ L منتصف [SR].

بُعد نقطة عن مستقيم

21 حدّد باستعمال الشكل المرفق بُعد كل من النّقط A و B و C و D و E بالنّسبة الى (d).



22 ارسم مستقيما (d) وعيّن نقطة A بُعدها عن (d) يساوي 2cm.

ما هي مجموعة كل النّقط التي تبعد 2cm عن (d) ؟

المستقيمات الخاصة في المثلث

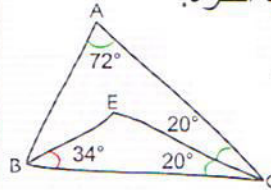
23 1) أنشئ مثلثا ABC حيث AB = 2cm و BC = 4,5cm و $\widehat{ABC} = 110°$.

2) أنشئ الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

24 1) أنشئ مثلثا RST حيث RS = 3cm و RT = 5,4cm و ST = 6cm.

2) أنشئ الدائرة المماسة لأضلاع المثلث RST من الداخل.

25 الشكل المرفق مرسوم باليد الحرّة.



1) احسب قيس الزاوية $\widehat{EBA}$.

2) ماذا تمثل النّقطة E في المثلث ABC ؟برّر إجابتك.

26 EFG مثلث كيفي، K نقطة من [EF] و L نقطة من [EG]. منصّفا الزاويتين $\widehat{EFG}$ و $\widehat{EGF}$ يتقاطعان في S، ومنصّفا الزاويتين $\widehat{EKL}$ و $\widehat{ELK}$ يتقاطعان في R.

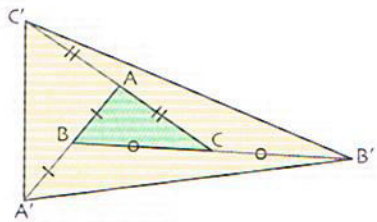
أنجز شكلا مناسبا، وأثبت أنّ النقط E و R و S في استقامية.

27 ABCD متوازي أضلاع، E منتصف [CD]. [BE] يقطع [AC] في K. (DK) يقطع [BC] في M.

أثبت أنّ M منتصف [BC].

28 أثبت أنّ المتوسط في مثلث يقسّمه إلى مثلثين لهما نفس المساحة.

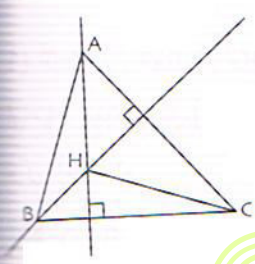
29 في الشكل المرفق A' نظير A بالنّسبة إلى B، و B' نظير B بالنّسبة إلى C، و C' نظير C بالنّسبة إلى A.



عبّر عن مساحة المثلث A'B'C' بدلالة مساحة المثلث ABC.

إرشاد : استعمل النتيجة التي توصلت إليها في التمرين السابق.

30 لاحظ الشكل المرفق، وأجب عما يلي :

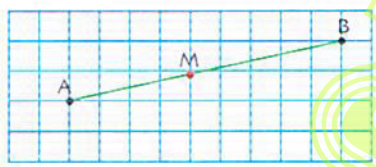
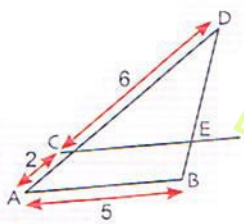
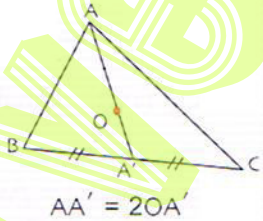
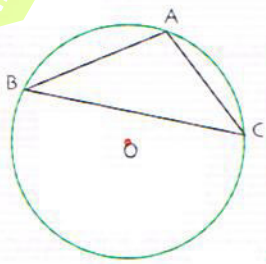
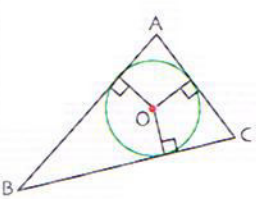


1) ماذا تمثل النقطة H في المثلث ABC ؟ برّر إجابتك.

2) ما هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث HBC ؟ برّر إجابتك.

31 انقل الشكل وأكمله بحيث تكون L نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EFG.

SILVER THORN

أجب عن الأسئلة الآتية :	عند الحاجة أعود إلى الصفحة
1 علما أنّ $AB = 3,2cm$ و $BC = 9cm$ و $AC = 5,8cm$ أيّ من الاقتراحات الآتية صحيح ؟ أ) النقط A ، B ، C في استقامية. ب) A تنتمي إلى [BC]. جـ) B تنتمي إلى [AC].	134
2 لاحظ الشّكل، وبيّن إذا كان كل مما يأتي صحيحا أو خاطئا :  أ) $AB+BM=AM$. ب) $AM=\frac{2}{5}AB$. جـ) $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$.	136 و 137
3 وحدة الطولْ هي السنتيمتر، و $(EC)//(AB)$. أكمل ما يأتي، واحسب الطول CE :  • لدينا $\frac{DC}{.....}=\frac{.....}{DB}=\frac{.....}{.....}$ • ومنه $\frac{.....}{.....}=\frac{CE}{5}$ • أي ..... = CE	136 و 137
4 • ماذا تمثّل النقطة O بالنسبة إلى المثلث ABC في كل حالة مما يأتي :  $AA' = 2OA'$ الحالة 3  الحالة 2  الحالة 1	139
5 بيّن إذا كان كل مما يأتي صحيحا أو خاطأ، وبرّر إجابتك. أ) يوجد مثلث نقطة تلاقي ارتفاعاته هي أحد رؤوسه. ب) يوجد مثلث نقطة تلاقي محاوره تنتمي إلى أحد أضلاعه. جـ) يوجد مثلث نقطة تلاقي منصّفاته تقع خارجه. د) يوجد مثلث نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارجه.	138

SILVER THORN

32 ABCD رباعي كيفي، أثبت أنّ $AC + BD < P$ حيث P محيط الرباعي ABCD.

33 1) أنشئ مثلثا EDS قائما في D، حيث $DS = 3cm$ ، و $\widehat{DES} = 30°$.

2) أنشئ 'S نظير النقطة S بالنّسبة إلى (ED).

3) ما طبيعة المثلث 'ESS ؟ برّر إجابتك.

34 ABCD متوازي أضلاع، I نقطة تقاطع قطريه، E و F و G و H منتصفات [IA] و [IB] و [IC] و [ID] على الترتيب.

1) أثبت أنّ EFGH متوازي أضلاع.

2) عبّر عن محيط EFGH بدلالة محيط ABCD.

35 LMPQ متوازي أضلاع، S منتصف [PQ]. المستقيمان (LS) و (PM) متقاطعان في R.

أثبت أنّ P منتصف [MR].

36 DLK مثلث، P منتصف [DL]، S نظير P بالنّسبة إلى D، المستقيم الموازي لـ (DK) الذي يشمل P يقطع (KL) في A، والمستقيم الموازي لـ (KL) الذي يشمل S يقطع (KD) في B.

ارسم شكلا مناسبا، وأثبت أنّ المثلثين DSB و PLA متقايسان.

37 ABC مثلث أطوال أضلاعه $AB = 3cm$ و $AC = 5cm$ و $BC = 6cm$، منصّف الزاوية $\widehat{BAC}$ يقطع [BC] في M.

لحساب الطولين BM و CM، أنجز ما يلي :

1) ارسم الموازي لـ (AM) الذي يشمل C، فيقطع (BA) في E، وأثبت أنّ المثلث ACE متساوي السّاقين.

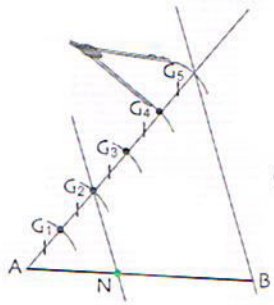
2) أثبت أنّ $\frac{BM}{BC} = \frac{3}{8}$، واستنتج كلا من BM و CM.

38 باستعمال مِدوَر ومسطرة غير مدرّجة

ارسم قطعة مستقيم [AB].

1) أنشئ نقطة M من [AB] بحيث $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{4}$.

2) الشكل المرفق يمثل كيفية لإنشاء نقطة N من [AB] بحيث $\frac{AN}{AB} = \frac{2}{5}$.



$(G_2N)//(G_5B)$

• اكتب برنامجا يسمح بإنجاز هذا الشكل.

• كيف تبرّر أنّ $\frac{AN}{AB} = \frac{2}{5}$.

39 انقل الشكل المرفق و أكمل إنشاء المثلث ABC بحيث G تكون مركز ثقله.

40 ارسم زاوية حادة $\widehat{xOy}$، ودون استعمال منصّف زاوية، أنشئ نقطة M متساوية المسافة عن ضلعي هذه الزاوية.

أثبت أنّ (OM) منصّف الزّاوية $\widehat{xOy}$.

41 يهدف هذا التمرين إلى إثبات أنّ ارتفاعات مثلث متقاطعة في نقطة واحدة

ABC مثلث كيفي. (d_1) يشمل A ويوازي (BC) (d_2) يشمل B ويوازي (AC)، (d_3) يشمل C ويوازي (AB). E نقطة تقاطع (d_1) و (d_2)، F نقطة تقاطع (d_2) و (d_3)، G نقطة تقاطع (d_1) و (d_3).

1) أنجز شكلا مناسبا.

2) أثبت أنّ الرباعيات ABCG ، ABFC ، ACBE متوازيات أضلاع.

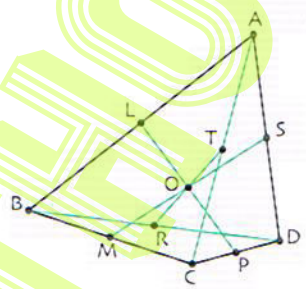
3) ماذا تمثل نقطة تلاقي محاور المثلث EFG بالنّسبة إلى المثلث ABC ؟ برّر إجابتك.

4) استنتج.

42 LMP مثلث. S منتصف [LM]، و G نقطة من [PS] بحيث $PG = 2GS$.

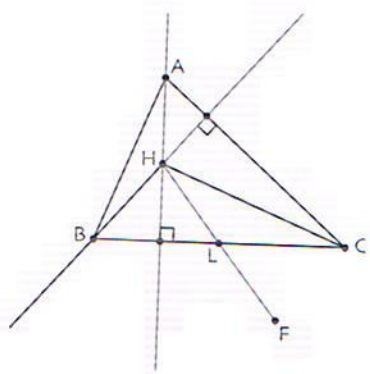
أنجز شكلا مناسبا، وأثبت أنّ G هي مركز ثقل المثلث LMP.

43 ABCD رباعي كيفي. L، S، P، M، T، R منتصفات [AB]، [AD]، [DC]، [CB]، [AC]، [BD] على الترتيب.



أثبت أنّ [LP]، [SM]، [TR] لها نفس المنتصف O.

44 في الشكل المرفق H نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC، L منتصف [BC]، F نظير H بالنّسبة الى L.



1) انقل الشكل، وأثبت أنّ الرباعي BFCH متوازي أضلاع.

2) أثبت أنّ كلا من المثلثين ACF و ABF قائم.

3) محور [BC] يقطع [AF] في O.

أثبت أنّ O هي منتصف [AF]، وأنّ $AH = 2OL$.

4) أثبت أنّ المستقيم الذي يشمل O والعمودي على [AC] هو محور لـ [AC].

5) استنتج أنّ النقط A، B، F، C تنتمي إلى نفس الدائرة وعيّن مركزها.

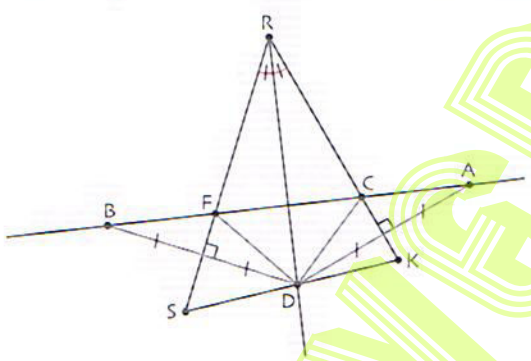
45 ABC مثلث كيفي، M نقطة تلاقي منصفات زواياه.

أثبت أنّ الجدول الآتي هو جدول تناسبية، وعيّن معامل التناسبية.

AB	AC	BC
$\mathcal{A}_{ABM}$	$\mathcal{A}_{ACM}$	$\mathcal{A}_{BCM}$

(يرمز $\mathcal{A}_{ABM}$ إلى مساحة المثلث ABM).

46 KRS مثلث كيفي، [RD] منصّف الزاوية $\widehat{KRS}$، A نظير D بالنّسبة إلى (RK)، و B نظير D بالنّسبة إلى (RS)، والنّقط A، C، F، B في استقامية.



1) بيّن لماذا $DA = DB$ ؟

2) أثبت أنّ المثلثين DAC و DBF متقايسان.

3) استنتج طبيعة المثلث DCF.

4) أثبت أنّ المثلث CRF متساوي الساقين.

هـ) بيّن لماذا (RD) هو محور [AB]، واستنتج مركز الدائرة التي تشمل النقط A، B، D.

8 البرهان في الرياضيات

سأتعلّم في هذا الباب

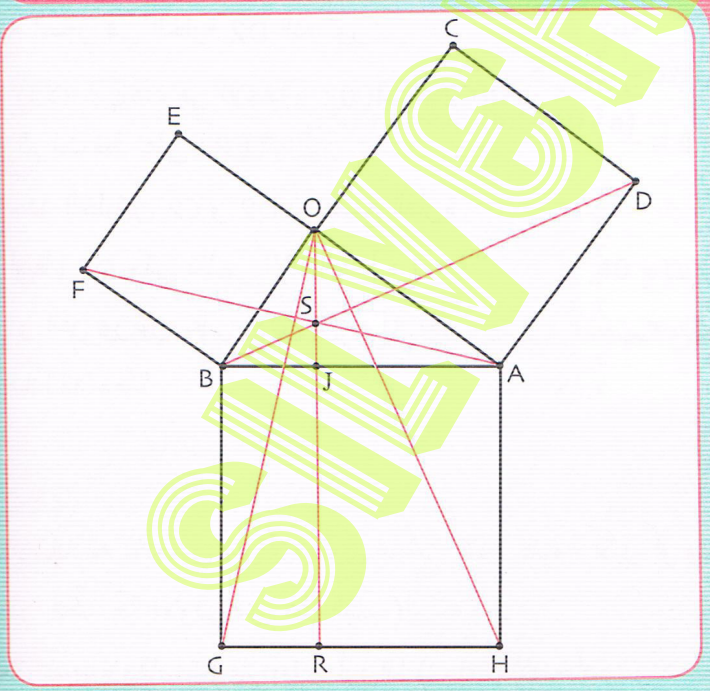
- استعمال قواعد النقاش الرياضيّ.
- كيف نبرّر أنّ نصّا رياضيا صحيح.
- كيف نبرّر أنّ نصّا رياضيا خاطئ باستعمال مثال مضاد.
- استعمال نصوص من الشكل: إذا ....، فإنّ ....
- كتابة نصّ عكسيّ لنصّ رياضي والتمييز بينهما.
- كيف نبحث في برهان.
- كيف نحرّر برهانا.

إقليدس (325 - 265 ق.م)

إقليدس هو عالم رياضيات يوناني عاش بين (325 - 265 ق. م). اشتهر بوضع نظام البديهيات وجمع عمله في الهندسة في كتاب أسماه الأصول. وقد اعتُبرت هندسة إقليدس منذ ذلك العهد نموذجا للبرهان المنطقي. ومن مسلّمات إقليدس:

- من نقطتين متمايزتين يمر مستقيم واحد وواحد فقط.
- كل قطعة مستقيم يمكن أن تُمدَّد إلى مستقيم.
- تعطى نقطتان متمايزتان. توجد دائرة واحدة وواحدة فقط مركزها النقطة الأولى وتمر بالنقطة الثانية.
- كل الزوايا القائمة متساوية فيما بينها.
- من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد وواحد فقط يوازيه ويشمل هذه النقطة.

ويتكون النظام الهندسي لإقليدس من التعاريف والبديهيات والفرضيات والمبرهنات.



Sinan Thori

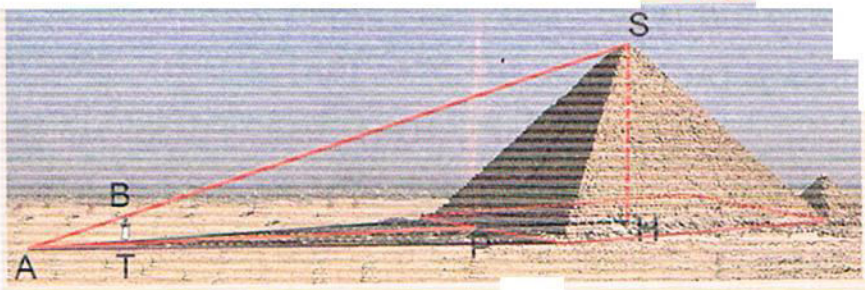
وضعية

حساب ارتفاع الهرم بطريقة طالس

حسب العالم اليوناني طالس (625-546 ق.م) ارتفاع الهرم انطلاقا من فكرة أنّ النسبة بين طوله وضلّه كالنّسبة بين ارتفاع الهرم وضلّه.

باستعمال الوثائق المقدمة أنجز شكلا يمكنك من حساب ارتفاع الهرم، واحسبه.

الوثيقة 1



الوثيقة 2

عندما يقف طالس في الموضع T على بعد 97m من الهرم ينطبق ظله الذي يبلغ 1,5m مع ظل رأس الهرم.

الهرم قاعدته مربع طول ضلعه 58m. طالس طوله 1,73m.

تحليل الوضعية

قراءة وتحليل الوضعية

- ممّ تتكوّن الوضعية ؟
- كيف تترجم فكرة تساوي النسبتين ؟
- ما المهمّة المطلوب إنجازها ؟

تحليل التعليمة واختيار استراتيجية حل مناسبة

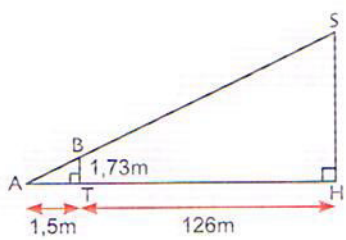
- فيما تتمثل المهمة المطلوب إنجازها ؟
- حدّد على الشكل الطول المطلوب حسابه.
- هل في الشكل توازي ؟

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

- الخاصية المناسبة لإنجاز المهمة.
- ثمّ كيفية المواصلة ...
- تحرير الحل والشرح بجُمل واضحة.

حلّ مختصر

- إنجاز شكل مناسب.



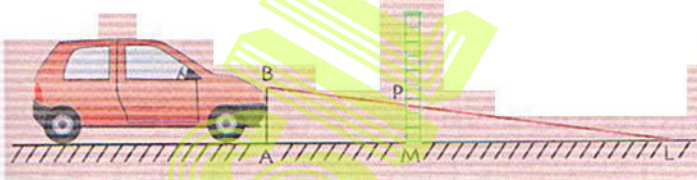
- ارتفاع الهرم يساوي 147,05m.

وضعية للتقويم

(ضبط أضواء السيارة)

من السلامة المرورية أن يضيء ضوء التقاطع في السيارة بين 30m و 45m. هل تعرف لماذا ؟

لضبط أضواء سيارته يضع سائق سيارته على بُعد AM = 4m أمام حائط شاقولي (انظر الوثيقة المرفقة)، حيث الطول AL يمثّل مدى الضوء في غياب أي حاجز، و AB = 0,65m يمثّل ارتفاع أضواء السيارة عن الأرض.



ما هو الشرط اللازم وضعه على PM مسقط ضوء السيارة على هذا الحائط لتحقيق شروط السلامة ؟

SILVER THORN

8 البرهان في الرياضيات

سأتعلّم في هذا الباب

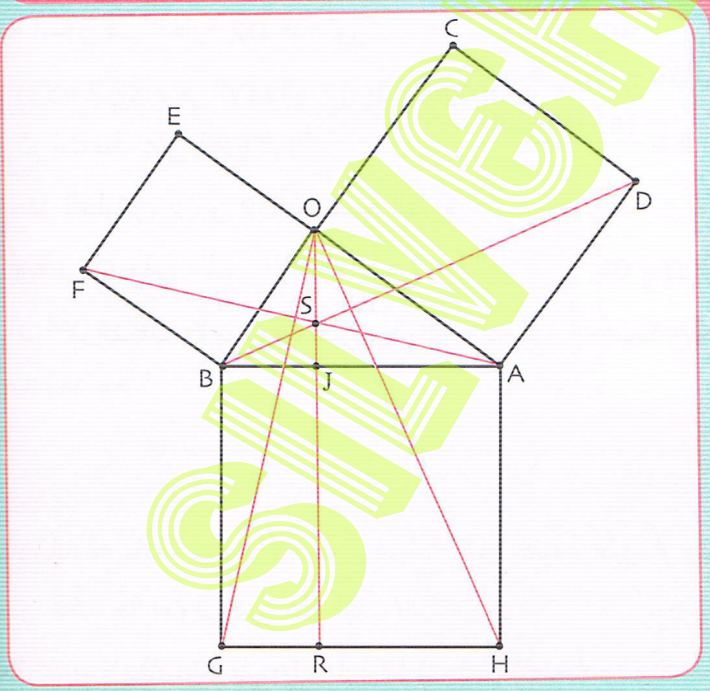
- استعمال قواعد النقاش الرياضيّ.
- كيف نبرّر أنّ نصّا رياضيا صحيح.
- كيف نبرّر أنّ نصّا رياضيا خاطئ باستعمال مثال مضاد.
- استعمال نصوص من الشكل: إذا ....، فإنّ ....
- كتابة نصّ عكسيّ لنصّ رياضي والتمييز بينهما.
- كيف نبحث في برهان.
- كيف نحرّر برهانا.

إقليدس (325 - 265 ق.م)

إقليدس هو عالم رياضيات يوناني عاش بين (325 - 265 ق. م). اشتهر بوضع نظام البديهيات وجمع عمله في الهندسة في كتاب أسماه الأصول. وقد اعتُبرت هندسة إقليدس منذ ذلك العهد نموذجا للبرهان المنطقي. ومن مسلّمات إقليدس:

- من نقطتين متمايزتين يمر مستقيم واحد وواحد فقط.
- كل قطعة مستقيم يمكن أن تُمدَّد إلى مستقيم.
- تعطى نقطتان متمايزتان. توجد دائرة واحدة وواحدة فقط مركزها النقطة الأولى وتمر بالنقطة الثانية.
- كل الزوايا القائمة متساوية فيما بينها.
- من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد وواحد فقط يوازيه ويشمل هذه النقطة.

ويتكون النظام الهندسي لإقليدس من التعاريف والبديهيات والفرضيات والمبرهنات.



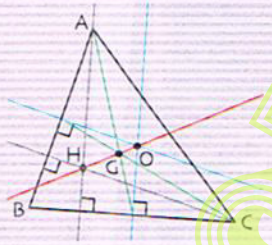
Sinan Thori

حل مسائل هندسية باستعمال جيوجيبرا

نشاط : مستقيم أولر

أثبت العالم الرياضي السويسري ليونارد أولر (1707-1753) أنّ في مثلث غير متقايس الأضلاع نقطة تلاقي المحاور ونقطة تلاقي المتوسطات ونقطة تلاقي الارتفاعات تنتمي إلى نفس المستقيم الذي سُمّي باسمه (مستقيم أولر).

- ارسم مثلثا ABC (مثل المقابل).



- أنشئ O نقطة تلاقي محاور ABC (يمكن رسم محور [AB] ومحور [BC] فقط).
- أنشئ G نقطة تلاقي متوسطات ABC برسم متوسطين.
- أنشئ H نقطة تلاقي ارتفاعات ABC (يمكن الاقتصار على رسم ارتفاعين).
- ارسم المستقيم (OG).
- ماذا تلاحظ بالنّسبة إلى H و (OG) ؟
- حرّك أحد رؤوس المثلث ABC، ماذا تلاحظ بالنّسبة إلى النقط O و G و H ؟

إرشادات

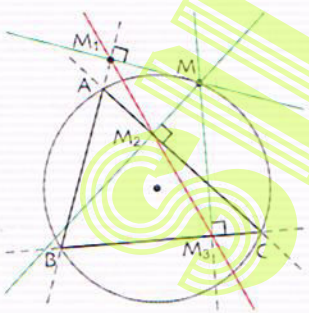
- لرسم مثلث كيفي حدّد في شريط الأدوات «مضلّع » بالنقر عليها بزر الفأرة الأيسر، ثم بالنقر في ورقة العمل لتحديد الرؤوس، وللانتهاء عد من جديد إلى النقطة الأولى.
- لرسم محور قطعة مستقيم استعمل «متوسط عمودي »
- لرسم المتوسط المتعلق بالضلع [BC] مثلا، استعمل «مستقيم مار من نقطتين » وانقر على النقطة A ثمّ على منتصف [BC].
- لرسم الارتفاع المتعلق بالضلع [BC] مثلا، استعمل «مستقيم عمودي » وانقر على النقطة A ثمّ على [BC].

- كيف تصبح النّقط O و G و H عندما يكون المثلث ABC متقايس الأضلاع ؟

تمرين : مستقيم سيمسون

اشتهر العالم الرياضي البريطاني روبرت سيمسون (1687-1768) بأعماله في ميدان الهندسة، والخاصية الآتية خلّدت اسمه.

«M نقطة من الدائرة التي تشمل رؤوس مثلث، النّقط M_1 ، M_2 ، M_3 هي تقاطع المستقيمات التي تشمل النّقطة M والعمودية على حوامل أضلاع هذا المثلث. إنّ النّقط M_1 ، M_2 ، M_3 تنتمي إلى نفس المستقيم (مستقيم سيمسون)».



- أنجز شكلا مناسبا.
- حرّك النقطة M أو شغّل تنشيط هذه النقطة بالنّقر عليها بزر الفأرة الأيمن وانتق تنشيط في النافذة الظاهرة.
- ما هو التخمين الذي يمكن وضعه حول النقط M_1 ، M_2 ، M_3 ؟

ملاحظة: لإيقاف تنشيط النقطة M انقر بزر الفأرة الأيمن وانتق ✓ تنشيط في النافذة الظاهرة.

10 المثلث القائم و الدائرة

سأتعلّم في هذا الباب

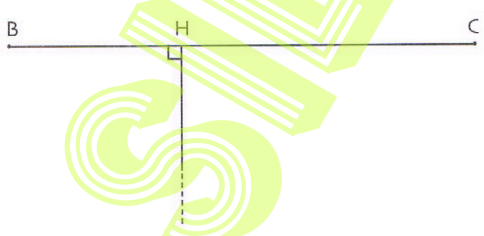
- معرفة و استعمال خاصية الدائرة المحيطة بالمثلث القائم.
- معرفة خاصية المتوسط المتعلق بالوتر في مثلث قائم و استعمالها.
- معرفة الأوضاع النسبية لدائرة و مستقيم.
- إنشاء مماس لدائرة في نقطة منها.

مسرح جميلة بولاية سطيف

جميلة أو " كويكول" قديما، موقع أثري روماني يقع شمال شرق ولاية سطيف، صنفته منظمة اليونسكو ضمن قائمة التراث العالمي سنة 1982، وتُصوِّر الآثار مدينة بأحيائها وشوارعها وساحاتها ومرافقها المختلفة من منازل وأسواق ودكاكين وحمامات... ومن أبرز هذه المرافق المسرح الذي يلفت انتباه الزائر، فقد حُفر في هضبة تستند إليها مقاعد المتفرجين في شكل نصف دائرة، والتي يمكن أن تستوعب أكثر من 3000 متفرج.

تحدّي

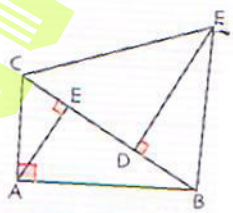
رسم يونس مثلثا ABC قائما في النقطة A و الارتفاع المتعلّق بالضلع [BC] ؛ لكن للأسف قام أخوه الصغير أمين بمحو أجزاء من الشكل، فلم يتبقّ إلّا الضلع [BC] و جزء من الارتفاع.
باستعمال مسطرة غير مدرّجة و مِدوَر ساعد زميلك يونس على تحديد موقع النقطة A.

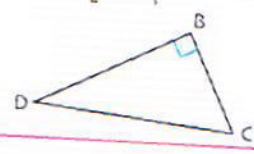


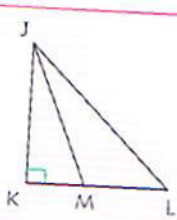
SILVER THORN

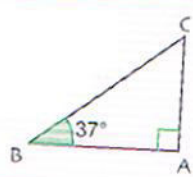
جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

الأسئلة	الإجابات (1)	(2)	(3)
1. في المثلث LMN، المستقيم (LI) يمثّل :	منصّف	متوسط	محور
2. مركز الدائرة المُحيطة بمثلث هو نقطة تقاطع...	ارتفاعاته	محاوره	متوسطاته
3. عدد المثلثات القائمة في الشكل هو :	2	4	5
4. الوتر في المثلث القائم الآتي هو :	[BD]	[BC]	[DC]
5. الرباعي الذي فيه قطران متناصفان ومتقايسان هو	معيّن	مربع	مستطيل
6. في الشكل	JK = JM	JK < JM	JL = JM
7. يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما :	ثلاث زوايا	الوتر وضلع قائم	الوتر وزاوية حادّة
8. في المثلث القائم ABC :	$\widehat{C} = 90° - 37°$	$\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ زاويتان متتامتان	$\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ زاويتان متكاملتان









SIVSB TUOR

1 من المثلث القائم إلى الدائرة المحيطة به

1) أ) ارسم ثلاثة مثلثات قائمة، ثمّ ارسم الدائرة المحيطة بكل مثلث.

ب) ضع تخمينا حول موقع مركز كل دائرة.

2) أ) ارسم مثلثا ABC قائما في A. علّم النقطة I منتصف الضلع [BC].

ب) أنشىء النقطة D نظيرة A بالنسبة إلى I.

جـ) أثبت أنّ الرباعي ABDC مستطيل.

3) أ) ماذا يمثل الضلع [BC] بالنسبة إلى المثلث ABC ؟

ب) ارسم الدائرة ذات القطر [BC]، ثمّ برّر انتماء النقطة A إلى هذه الدائر

جـ) انقل ثمّ أتمم :

إذا كان مثلث قائما، فإنّ وتره ..... للدائرة المحيطة بهذا المثلث.

2 من الدائرة إلى المثلث القائم

1) أ) ارسم دائرة ($\mathscr{C}$) مركزها نقطة O.

ب) علّم على الدائرة ($\mathscr{C}$) ثلاث نقط متمايزة R ، S و T بحيث يكون [RT] قطرا للدائرة ($\mathscr{C}$).

2) نريد فيما يأتي تحديد نوع المثلث RST.

لتكن S′ نظيرة النقطة S بالنسبة إلى النقطة O.

أ) ما نوع الرباعي RSTS′ ؟ برّر إجابتك.

ب) استنتج نوع المثلث RST.

جـ) انقل ثمّ أتمم :

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطرًا للدائرة .....، فإنّ هذا المثلث .....

3 الأوضاع النسبية لدائرة ومستقيم

($\mathscr{C}$) دائرة مركزها نقطة O و [AB] قطر فيها، حيث AB = 4cm

M نقطة مُتغيّرة من المستقيم (AB)

(Δ) المستقيم الذي يشمل M ويعامد (AB).

1) أنجز شكلا مناسبا في كل حالة مما يأتي :

SILVER THORN

أ) OM = 1,5cm ب) OM = 2cm جـ) OM = 3,5cm

خمّن في كل حالة عدد نقط تقاطع الدائرة (ℰ) والمستقيم (Δ).

2) نفرض أنّ OM = 2cm.

لتكن P نقطة كيفية من المستقيم (Δ) تختلف عن M

بيّن أنّ OP > 2cm، واستنتج عندئذ أنّ الدائرة (ℰ) والمستقيم (Δ) يتقاطعان في نقطة وحيدة.

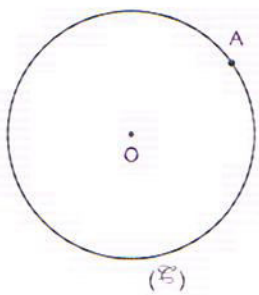
4 رسم مماس لدائرة في نقطة منها

• استعمال الكوس والمسطرة

1) ارسم قطعة مستقيم [AB]، ثمّ الدائرة (ℰ) ذات القطر [AB].

2) استعمل الكوس والمسطرة لرسم المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للدائرة (ℰ) في كل من النقطتين A و B.

3) ماذا يمكنك القول عن هذين المماسين ؟ برّر إجابتك.

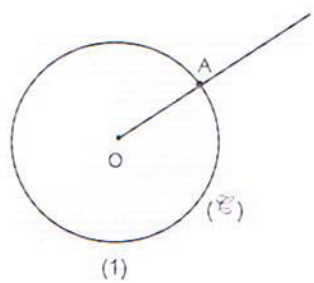


• استعمال المدوّر والمسطرة

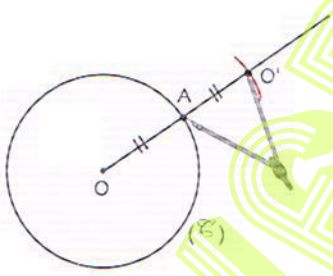
طلب الأستاذ من تلاميذه إنشاء المماس للدائرة (ℰ) في النقطة A،

لكن هذه المرّة باستعمال المِدوَر والمسطرة فقط.

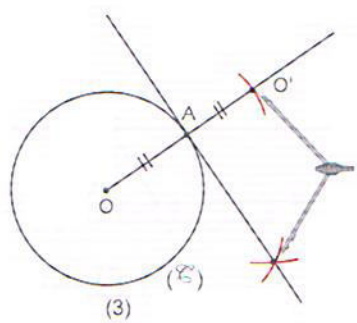
إليك المراحل التي قام بها زميلك يونس لإنجاز ما طُلب منه.



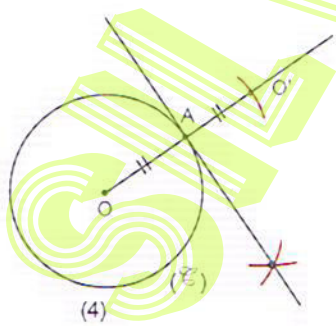
(1)



(2)



(3)



(4)

يبدو أنّ العمل الذي قام به زميلك يونس صحيح، ماهي الخواص التي استند إليها ؟

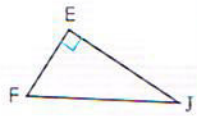
SILVER THORN

1 الدائرة المحيطة بمثلث قائم

خاصية 1

إذا كان المثلث قائما، فإنّ وتره قطر للدائرة المحيطة به.

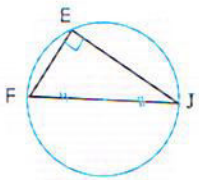
مثال



نعلم أنّ المثلث FEJ قائم في E.

⟵

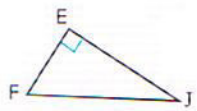
نستنتج أنّ [FJ] قطر للدائرة المحيطة بالمثلث FEJ



نتيجة

إذا كان المثلث قائما، فإنّ طول المتوسط المتعلّق بوتر هذا المثلث، يساوي نصف طول هذا الوتر.

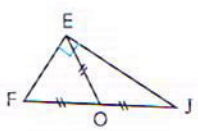
مثال



نعلَم أنّ المثلث FEJ قائم في E.
O منتصف الوتر [FJ].

⟵

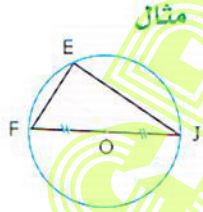
نستنتج أنّ $OE = \frac{FJ}{2}$



خاصية 2

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطرًا للدائرة المحيطة به، فإنّ هذا المثلث قائم.

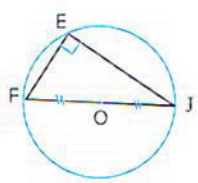
مثال



نعلَم أنّ [FJ] قطر للدائرة المحيطة بالمثلث FEJ.

⟵

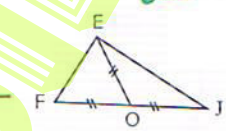
نستنتج أنّ المثلث FEJ قائم في E



نتيجة

إذا كان في مثلث طول المتوسط المتعلّق بأحد الأضلاع مساويا لنصف طول هذا الضلع ، فإنّ هذا المثلث قائم.

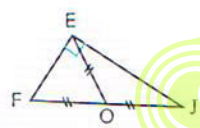
مثال



نعلَم أنّ $EO = \frac{FJ}{2}$

⟵

نستنتج أنّ المثلث FEJ قائم في E



SILVER THORN

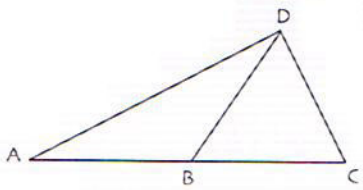
• إثبات أنّ مثلثا قائم

تمرين

في الشكل المقابل، النقطة B منتصف [AC].

$AC = 7,6cm$ و $BD = 3,8cm$.

أثبت أن المثلث ADC قائم.



حـل

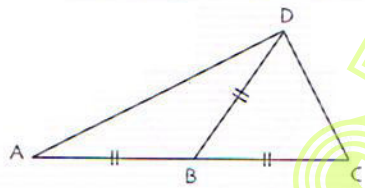
لدينا :

[DB] المتوسط في المثلث ADC المتعلّق بالضلع [AC]

و $BD = \frac{1}{2}AC$

و $7,6 \div 2 = 3,8$

فالمثلث ADC قائم في D.



تعاليـــق

- الملاحظة بالعين تمكّن من تخمين علاقات بين الأطوال، نوع المثلث، ...
- تشفير الشكل يُساعد على تذكّر خواص سابقة مثل :

إذا كان في مثلث طول المتوسط المتعلّق بأحد الأضلاع مساويا نصف طول هذا الضلع ، فإنّ هذا المثلث قائم.

• إثبات أنّ رباعيا متوازي أضلاع

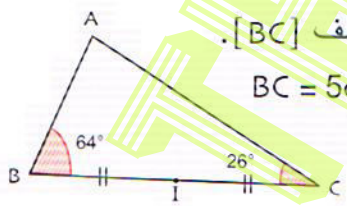
تمرين

في الشكل المقابل، النقطة I منتصف [BC].

$\widehat{B} = 64°$ ، $\widehat{C} = 26°$ و $BC = 5cm$

1) أثبت أنّ النقطة A تنتمي إلى الدائرة ذات القطر [BC].

2) احسب IA.



حـل

1) $\widehat{B} + \widehat{C} = 64° + 64° = 90°$

المثلث الذي فيه زاويتان متتامتان هو مثلث قائم.

إذن : المثلث ABC قائم في A و وتره [BC].

الدائرة التي [BC] قطر فيها، هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . فهي حتما تشمل النقطة A

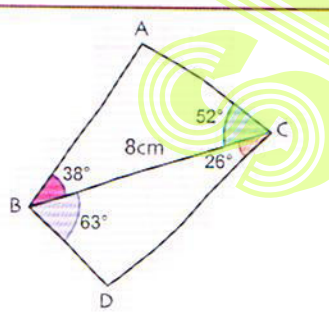
2) النقطة I منتصف وتر المثلث ABC .

وأيضا مركز الدائرة المحيطة به ؛ إذن : $IA = \frac{BC}{2} = 2,5cm$

تعاليـــق

- حتى يمكن تطبيق الخواص التي لها علاقة بالتمرين، لا بد من إثبات أنّ المثلث ABC قائم.
- إذا كان مثلث قائما فإنّ وتره قطر للدائرة المحيطة به.

دوري الآن



1) أعد إنشاء الشكل المقابل بأبعاده الحقيقية.

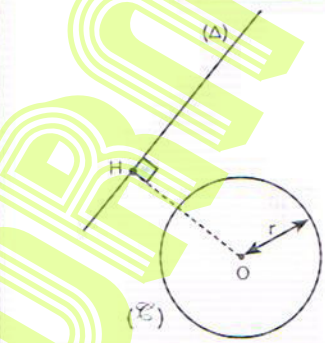
2) ارسم الدائرة (L) التي قطرها [BC].

3) هل النقطتان A و D تنتميان إلى الدائرة (L) ؟ برّر إجابتك.

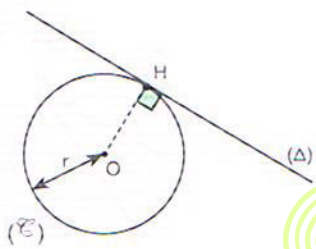
2 الأوضاع النسبية لدائرة ومستقيم

($\mathscr{C}$) دائرة مركزها O و نصف قطرها r، (Δ) مستقيم.
OH بُعد النقطة O عن المستقيم (Δ) (H المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ))

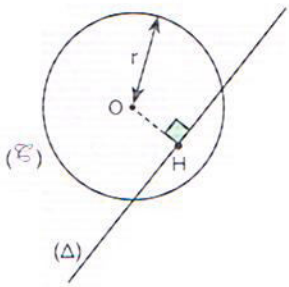
نميّز ثلاث حالات :



إذا كان $OH > r$ فإنّ المستقيم (Δ) والدائرة ($\mathscr{C}$) لا يتقاطعان في أيّة نقطة.
(نقول إنّ المستقيم (Δ) خارج الدائرة).

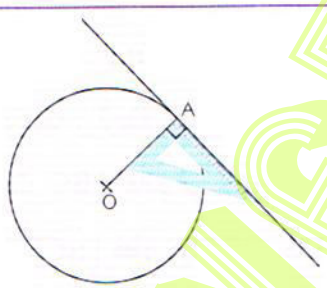


إذا كان $OH = r$ فإنّ المستقيم (Δ) والدائرة ($\mathscr{C}$) يتقاطعان في نقطة وحيدة.
(نقول إنّ المستقيم (Δ) مماس للدائرة).



إذا كان $OH < r$ فإنّ المستقيم (Δ) والدائرة ($\mathscr{C}$) يتقاطعان في نقطتين متمايزتين.
(نقول إنّ المستقيم (Δ) قاطع للدائرة).

• المماس لدائرة

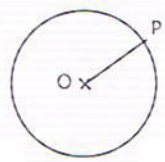


C دائرة مركزها O، A نقطة من الدائرة ($\mathscr{C}$).
المماس للدائرة ($\mathscr{C}$) في النقطة A هو المستقيم العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A.

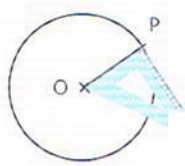
خاصية

المماس لدائرة في نقطة A يقطع هذه الدائرة في نقطة وحيدة هي A نفسها.

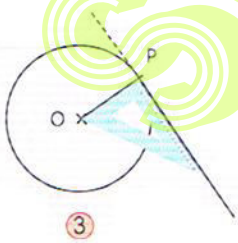
• رسم مماس لدائرة في نقطة منها



①



②

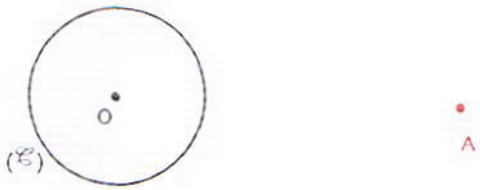


③

SIVER THORN

• إنشاء مماس لدائرة يشمل نقطة خارجها

تمرين



(ℰ) دائرة مركزها O و نصف قطرها 4cm.

A نقطة تحقق $OA = 9cm$

أنشىء باستعمال المِدوَر والمسطرة مستقيما (Δ)

يشمل A ويكون مماسا للدائرة (ℰ).

تعاليـــق

إنجاز رسم تقريبي ولو بيد حرّة قد يساعد على استخراج علاقات من شأنها تسهيل الإنشاء الدقيق.

حـــل

1) إذا كانت F هي نقطة تقاطع المماس (Δ) والدائرة (ℰ)

فإنّ المثلث AOF قائم في F.

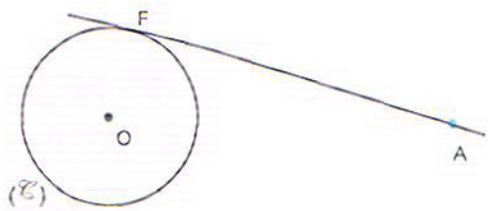
F هي نقطة تقاطع الدائرة المحيطة بالمثلث AOF

و الدائرة (ℰ).

أي F هي نقطة تقاطع الدائرة المحيطة التي [OA]

قطر فيها. (الدائرة التي مركزها منتصف [OA]

نصف قطرها $\frac{OA}{2}$ ، $\frac{OA}{2} = \frac{9}{2} = 4,5cm$).



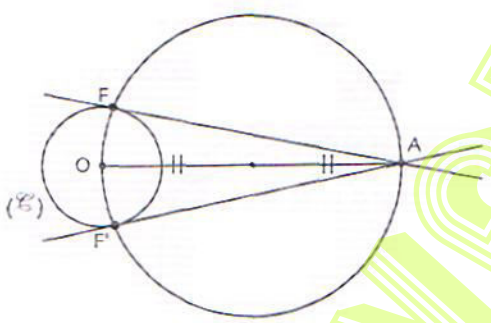
2) لتعيين النقطة F (نقطة التماس) نرسم الدائرة

التي مركزها منتصف [OA] وطول نصف قطرها 4,5cm

فتقطع الدائرة (ℰ) في نقطتين F و F'.

إذا : بالكيفية السابقة ، يمكن رسم مماسين للدائرة

(ℰ) يشمل كل منهما النقطة A.



دوري الآن

(ℰ) دائرة مركزها P ونصف قطرها r.

B نقطة تُحقق $PB > r$

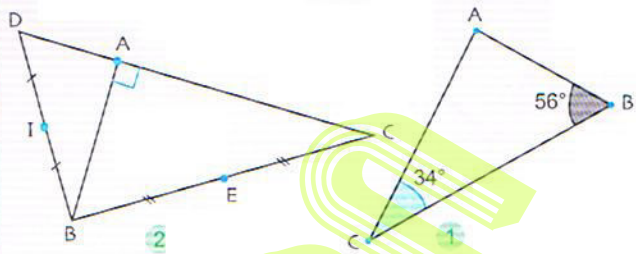
أنشىء باستعمال المِدوَر والمسطرة

مستقيما (Δ) يشمل B ويكون مماسا للدائرة (ℰ).

SilverThor

المثلث القائم والدائرة

1 ماهو مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC في كل من الحالتين :



2 عيّن مركز الدائرة المحيطة بالمثلث MNL ثمّ احسب نصف قطرها.

• اذكر الخاصية التي استندت إليها.

3 في أية حالة من الحالتين الآتيتين يكون مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC منتصف [BC] ؟

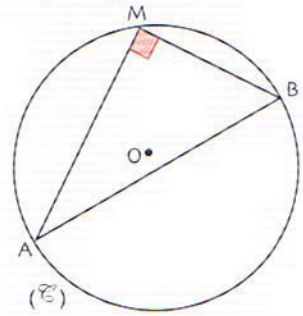
أ) $\widehat{B} = 54°$ و $\widehat{C} = 36°$

ب) $\widehat{B} = 60°$ و $\widehat{C} = 20°$

4 دون إجراء قياسات، برّر خطأ الشكلين الآتيين

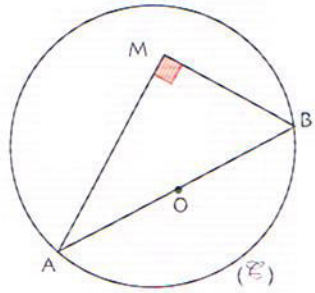
1) ($\mathscr{C}$) دائرة مركزها النقطة O.

A ، M ، B ثلاث نقط من الدائرة بحيث $\widehat{AMB} = 90°$



2) ($\mathscr{C}$) دائرة مركزها O و [AB] قطر فيها.

M نقطة تحقق $\widehat{AMB} = 90°$

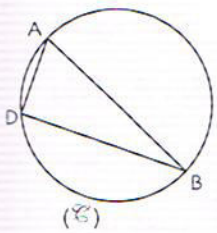


5 ارسم مستطيلا ABCD

ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ؟

برّر انتماء النقطة D إلى الدائرة السّابقة.

6 استنادا إلى المعطيات الموالية، برهن أنّ المثلث ADB قائم.



• ($\mathscr{C}$) دائرة نصف قطرها 4,5cm

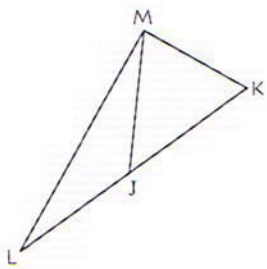
• A ، D ، B نقط من ($\mathscr{C}$)

• DB = 7,2cm ، AD = 5,4cm

7 استنادا إلى المعطيات الموالية، برهن أنّ المثلث LMK قائم.

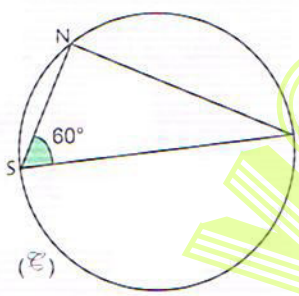
• $J \in [KL]$ و $JK = JL = 2cm$

• $MJ = 2cm$

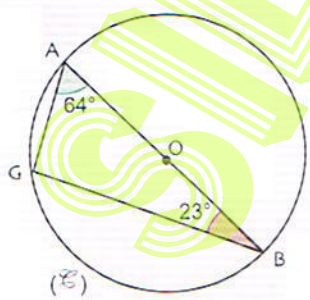


8 [SP] قطر للدائرة ($\mathscr{C}$) و N نقطة من ($\mathscr{C}$).

احسب مع التبرير قيس الزاوية $\widehat{SPN}$



9 في الشكل الموالي، [AB] قطر للدائرة ($\mathscr{C}$).



هل النقطة G تنتمي إلى الدائرة ($\mathscr{C}$) ؟ برّر جوابك ؟

SILVER Tutor

10 ABC مثلث كيفي.

H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (AC) ، ولتكن I منتصف [AB].

برهن أنّ المثلث AIH متساوي الساقين رأسه الأساسي A.

1) أنجز شكلا مناسبا.

2) إليك ما قاله زميلك يونس :

لإثبات أنّ المثلث AIH متساوي الساقين رأسه الأساسي A ، يكفي إثبات أنّ المثلث ABH قائم في H.

هل توافقه ؟ إذا كان الجواب بنعم، ماهي الخواص التي تُبرّر ذلك ؟

3) انقل ثمّ أتمم البرهان الآتي مستعينا بالشكل الذي رسمته.

بما أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (AC) فإنّ المثلث ABH

.....

بما أنّ المثلث ABH .....فإن النقطة I

هي مركز الدائرة ..... ، حسب الخاصية

(أكتب نص الخاصيّة) : .....

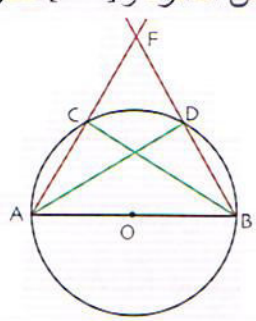
.....

إذن ..... = ... = IA

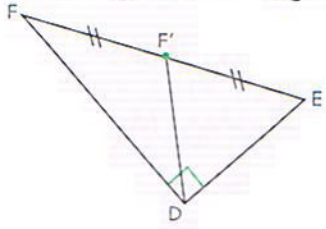
11 ABCD معيّن، قطراه يتقاطعان في النقطة I.

أثبت أنّ الدائرة ذات القطر [AB] تشمل I.

12 ميّز في الشكل أدناه جميع الزوايا القائمة، علما أنّ C و D نقطتان من الدائرة و [AB] قطر لها.



13 احسب الطول DF علما أنّ FE = 5cm.



14 1) باستعمال مسطرة مدرّجة و مِدوَر أنشئ في كل حالة ممّا يأتي مثلثا ABC قائما في A وبحيث :

أ) AB = 4cm و AC = 6cm

ب) AC = 7cm و BC = 10cm

جـ) AB = 5cm و $\widehat{ABC} = 50°$

2) احسب في الحالة ب) محيط ومساحة القرص المحدّد بالدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

15 1) ارسم مثلثا كيفيا ABC.

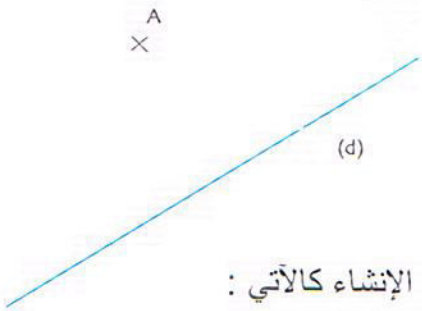
ارسم الدائرة ذات القطر [AB]، ثمّ الدائرة ذات القطر [AC].

لتكن I نقطة تقاطعهما الأخرى.

2) ما نوع كل من المثلثين ABI ، ACI ؟ برّر جوابك.

3) استنتج أنّ النقاط B ، I ، C في استقامية.

16 طلب الأستاذ من تلاميذه إنشاء المستقيم الذي يشمل النقطة A ويعامد (d).



يصف زميلك « يونس» مراحل الإنشاء كالآتي :

1) أختارُ نقطة N من (d).

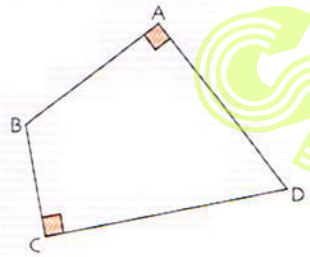
2) أعيّن منتصف [AN]، ثمّ أرسم الدائرة ذات القطر [AN] فتقطع (d) في نقطة أخرى M.

3) أرسمُ المستقيم (AM).

• أنجِز المراحل السّابقة

• هل توافق يونس في العمل الذي قام به ؟ برّر إجابتك.

17 نريد فيما يأتي إثبات أنّ النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى نفس الدائرة.



1) حاول على كراس المحاولات الإجابة عن السؤال.

2) إليك ما كتبه يونس :

• لإثبات أنّ النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى نفس الدائرة يكفي إثبات أنّ ثلاثًا منها تنتمي إلى دائرة معيّنة و أنّ النقطة المتبقية تنتمي إلى نفس الدائرة.

• اعتمادا على التشفير الموجود على الشكل نستنتج أنّ المثلثين ABD و BCD قائمان.

أ) هل توافقه ؟

ب) أتمم البرهان الآتي :

بما أنّ المثلث ABD قائم في A فإنّ وتره .....

.....

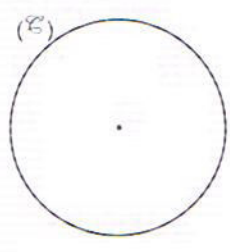
أي أنّ النقط A ، B ، D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها ..... هذا من جهة،

ومن جهة أخرى :

بما أنّ المثلث BCD قائم في .... فإنّ النقطة C تنتمي إلى الدائرة التي .....

نستنتج ممّا سبق أنّ النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى الدائرة التي .....

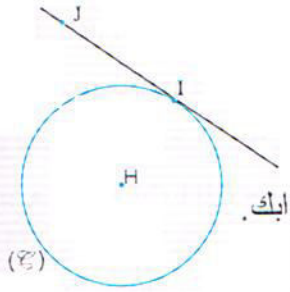
18 هل يمكن تعيين نقطة A من الدائرة (𝒞) بحيث يكون المثلث ABC قائما في A ؟



المماس لدائرة

19 (𝒞) الدائرة التي مركزها H ونصف قطرها 3cm.
(JI) المماس للدائرة (𝒞) في النقطة I.
1) حدّد نقط تقاطع الدائرة (𝒞) والمستقيم (JI).

2) ما نوع المثلث JIH ؟
برّر جوابك.
3) ما هو بعد النقطة H عن المستقيم (JI) ؟ برّر جوابك.



20 ABC مثلث قائم في C.
1) ارسم الدائرة (𝒞) التي مركزها A و تشمل C
2) ما هو مماس الدائرة (𝒞) في النقطة C ؟ برّر جوابك.

21 1) ارسم دائرة (𝒞) مركزها نقطة K و نصف قطرها 5cm.
2) عيّن نقطة N على الدائرة (𝒞).
3) ارسم المماس (d) للدائرة (𝒞) في N.
4) ما هو بعد النقطة K عن (d) ؟

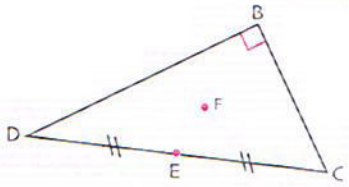
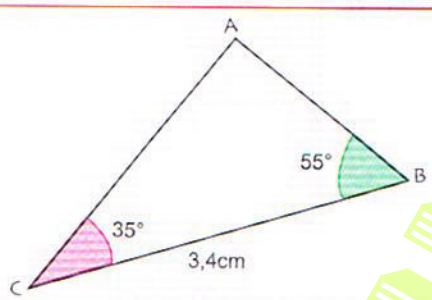
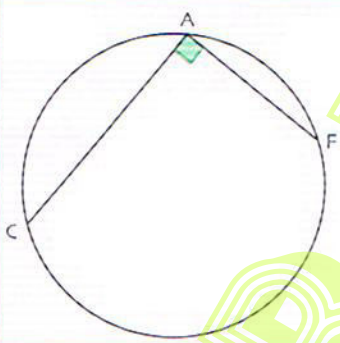
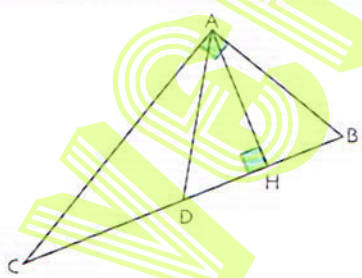
22 1) ارسم مستقيما (d)، ثمّ علّم نقطة A تبعد عن (d) مسافة 2cm.
2) ارسم الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2cm.
3) ما هو عدد نقط تقاطع المستقيم (d) والدائرة (𝒞) ؟ برّر إجابتك.

23 ارسم مثلثا ABC بحيث :
$BC = 7cm$ ، $\widehat{ABC} = 42°$ و $\widehat{ACB} = 48°$
1) ارسم الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها AB.
2) برّر كون المستقيم (AC) مماسا للدائرة في النقطة A.

24 1) ارسم مثلثا KLM متقايس الأضلاع.
2) ارسم خارج المثلث KLM نصف المستقيم $[Mx)$ بحيث $\widehat{KMx} = 30°$.
3) ارسم الدائرة التي مركزها L وتشمل K.
4) أثبت أنّ المستقيم (Mx) مماس للدائرة السّابقة في النقطة M.

SILVER THORN

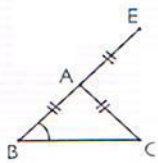
أجب عن الأسئلة الآتية :

		عند الحاجة أعود إلى الصفحة : ....
1	ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث DBC ؟ 	154
2	ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث KLM القائم في M ؟	154
3	هل يمكن حساب نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ؟ إذا كان الجواب بنعم احسبه. 	154
4	هل المستقيم (FC) يشمل مركز الدائرة ؟ برّر إجابتك. 	154 و 155
5	ABC مثلث قائم في A [AD] متوسط في المثلث ABC [AH] ارتفاع في المثلث ABC AH = 3cm ، AD = 4cm احسب BC ثم مساحة المثلث ABC 	154 و 155
6	ارسم دائرة (ℰ) مركزها نقطة O، عيّن عليها ثلاث نقاط متمايزة مثنى مثنى I ، J ، K. ارسم المماس للدائرة (ℰ) في كل نقطة من النقاط I ، J ، K.	156
7	ارسم دائرة (ℰ) قطرها [AB] ارسم المماس للدائرة في كل من النقطتين A و B ماذا يمكن القول عن المماسين السابقين ؟ برّر جوابك	156

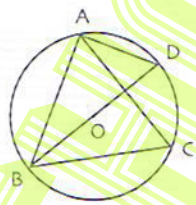
SILVER THORN

المثلث القائم و الدائرة

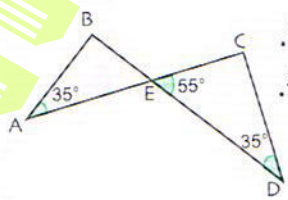
35 ABC مثلث متساوي الساقين
حيث $AB = AC = 4cm$ و $\widehat{ABC} = 43°$
E نظيرة B بالنسبة إلى A
1) أعد رسم الشكل بالأبعاد الحقيقية.
2) ما نوع المثلث BCE؟
برّر إجابتك.
3) أثبت أنّ $\widehat{EAC} = 86°$



36 ABC مثلث متقايس الأضلاع.
O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC
D نظيرة B بالنسبة إلى O.
ما نوع المثلث ABD ؟
برّر إجابتك.
أثبت أنّ $\widehat{OBA} = 30°$.
استنتج أنّ $\widehat{ADB} = 60°$.
E النقطة التي من أجلها يكون الرباعي OCED متوازي أضلاع.
برهن أنّ المستقيمين (DC) و (OE) متعامدان.



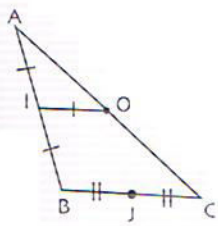
37 في الشكل :
النقط B ، E ، D في استقامية.
النقط A ، E ، C في استقامية.
أثبت أنّ الدائرة المحيطة بالمثلث ACD تشمل النقطة B.



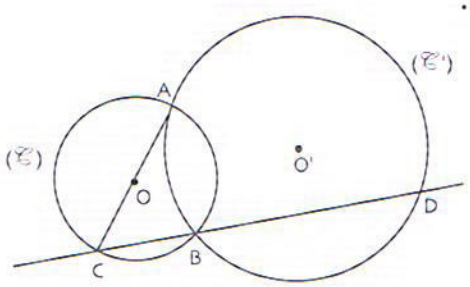
38 ABCD معيّن مركزه النقطة O.
الدائرة المحيطة بالمثلث COD تقطع المستقيم (BC) في النقطة E تختلف عن C.
برهن أنّ المستقيمين (BC) و (ED) متعامدان..

39 E نقطة من نصف دائرة ذات قطر [TN]
R نظيرة T بالنسبة إلى E
A نظيرة N بالنسبة إلى E
ارسم الشكل بيد حرّة
أثبت أنّ الرباعي TARN معيّن.

40 اعتمادا على المعطيات الواردة في الشكل
ما نوع المثلث AOB ؟
هل المثلث JOC متساوي الساقين رأسه الأساسي J ؟
برّر إجابتك.

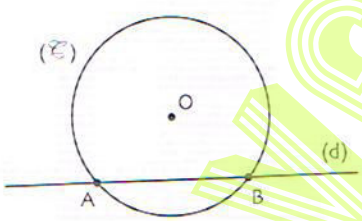


41 $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$ دائرتان مركزاهما O و O′ على الترتيب، تتقاطعان في نقطتين A و B
[AC] قطر للدائرة $(\mathscr{C})$.
المستقيم (CB) يقطع الدائرة $(\mathscr{C}')$ في نقطة D تختلف عن B.



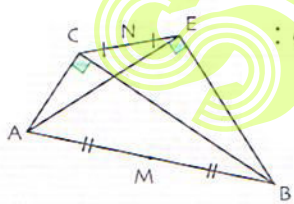
برهن أنّ [AD] قطر للدائرة $(\mathscr{C}')$.

42 $(\mathscr{C})$ دائرة مركزها النقطة O.
(d) المستقيم الذي يقطع الدائرة $(\mathscr{C})$ في نقطتين A و B غير متقابلتين قطريا.



ارسم باستعمال المسطرة فقط، المستقيم العمودي على المستقيم (d) في كل من النقطتين A و B، مُبرّرا ما قمت به.

43 في الشكل المقابل :

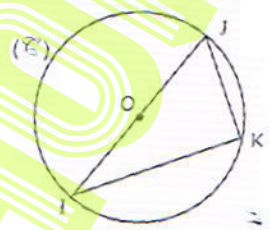


المثلثان ACB و ABE قائمان في النقطتين C و E

SIVSEI TIPORI

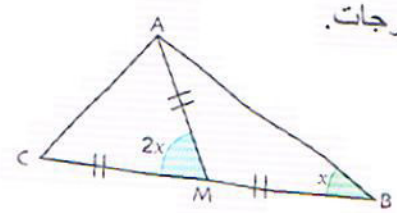
على الترتيب.
النقطتان M و N هما على الترتيب منتصفا [AB] و [CE].
1) أثبت أنّ المثلث MCE متساوي الساقين.
2) استنتج أنّ المستقيمين (MN) و (CE) متعامدان.

44 (ℰ) الدائرة التي مركزها النقطة O ونصف قطرها 8cm.
I و J نقطتان من الدائرة (ℰ) متقابلتان قطريا.
K نقطة من الدائرة (ℰ) حيث JK = 4cm



1) حدّد نوع المثلث IJK. برّر إجابتك.
2) حدّد نوع المثلث OJK. برّر إجابتك.
لتكن R نظيرة K بالنسبة إلى (IJ).
3) أثبت أنّ النقطة K تنتمي إلى الدائرة (ℰ).

45 يشير x في الشكل الآتي إلى قيس الزاوية $\widehat{B}$ مقدّرا بالدرجات.

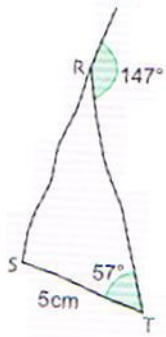


أثبت أنّ النقاط C ، M ، B في استقامية برهن أنّ المثلث ABC قائم.

المماس لدائرة

46 (ℰ) دائرة و [AB] قطر لها.
علّم نقطة M على (ℰ)
ارسم المماس (d) للدائرة (ℰ) في النقطة B.
ارسم الارتفاع (d′) المتعلّق بالضلع [AB].
أثبت أنّ المستقيمين (d) و (d′) متوازيان.

47 أعد رسم الشكل الآتي بالأبعاد الحقيقية



1) احسب قيسَي الزاويتين $\widehat{SRT}$ و $\widehat{RST}$
2) ارسم الدائرة (ℰ) التي مركزها T ونصف قطرها 5cm
أثبت أنّ المستقيم (RS) مماس للدائرة (ℰ)

46 1) ارسم مثلثا ABC قائما في A حيث AB = 4cm ، AC = 5,5cm
ارسم الدائرة التي مركزها A وتشمل النقطة B.
هذه الدائرة تقطع الضلع [AC] في نقطة E.
2) ارسم المماس (d_1) للدائرة (ℰ) في B.
ارسم المماس (d_2) للدائرة (ℰ) في النقطة E.
المستقيمان (d_1) و (d_2) متقاطعان في نقطة D.
برهن أنّ الرباعي ABDE مربع.

47 في الشكل الموالي :
النقاط O ، D ، B في استقامية.
النقاط A ، N ، B في استقامية.

برهن أنّ المستقيم (AB) مماس للدائرة (ℰ).

SILVER THORN

وضعية

مساحة أكبر ما يمكن

يرغب العم أحمد في تبليط حيّز على شكل مثلث قائم يستند وتره إلى واجهة منزله بحيث تكون مساحته أكبر ما يمكن.

- ما هو التوجيه الذي تقدمه له؟
- ماهي عندئذ قيمة هذه المساحة؟

توجيهات

قراءة و فهم الوضعية

- ما المقصود بالعبارة «مساحته أكبر ما يمكن»؟
- ماهي المتغيرات التي تدخل في حساب :

مساحة مثلث كيفي؟ مساحة المثلث القائم المرسوم في الشكل؟

تحليل الوضعية واختيار استراتيجية حل مناسبة

- يُمكن تسمية رؤوس المثلث القائم في الشكل لتسهيل العمل.
- اكتب عبارة مساحة المثلث القائم المرسوم في الشكل.
- ماهي أضلاع المثلث المعلومة الطول؟

ماهي الخواص التي يبدو لك إمكانية توظيفها؟

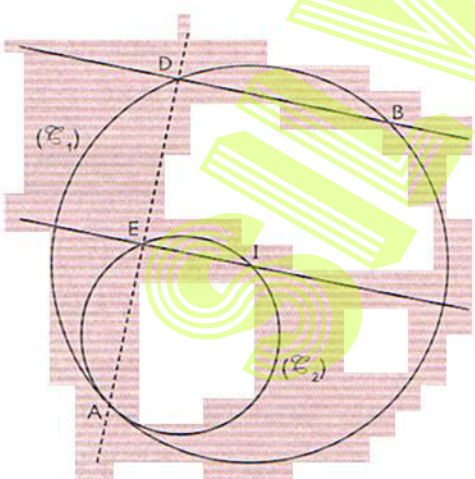
تنفيذ الاستراتيجية المختارة

- تسمية رؤوس المثلث.
- توظيف الخاصية «إذا كان مثلث قائما فإنّ وتره قطر للدائرة المحيطة به»
- تحديد وضعية الارتفاع المتعلّق بالوتر التي تكون من أجلها مساحة الحيّز أكبر ما يمكن.

حل مختصر

- قيمة المساحة هي : $56,25m^2$.

وضعية للتقويم



في الشكل المقابل :

[AB] قطر للدائرة $(\mathscr{C}_1)$.

[AI] قطر للدائرة $(\mathscr{C}_2)$.

$D \in (\mathscr{C}_1)$ ، $E \in (\mathscr{C}_2)$

A ، E ، D في استقامية.

هل المستقيمان (BD) و (EI) متوازيان ؟

Silver Thorn

استعمال جيوجيبرا لوضع تخمين.

علّم ثلاث نقط A ، B ، C.	استعمل الأيقونة الموجودة في المرتبة الأولى على اليمين في قائمة الأدوات
ارسم المستقيم العمودي على (AC) والذي يشمل B	الموجودة في المرتبة الأولى على اليمين في قائمة الأدوات
علّم M نقطة تقاطع هذين المستقيمين.	اضغط على السهم الصغير الموجود أسفل الأيقونة على اليمين، فتظهر نافذة بها عدّة خيارات ، انقر على الخيار « تقاطع عنصرين»

حدّد النقطة M

(انقر بمؤشر الفأرة على النقطة M) ثمّ اضغط بزر الفأرة الأيمن فتظهر نافذة ، اضغط على الخيار

غيّر في موضع النقطة C

وذلك بالضغط وتحريك الفأرة في نفس الوقت.

ما هو الشكل الذي يبدو أنّ النقطة M قد رسمته ؟

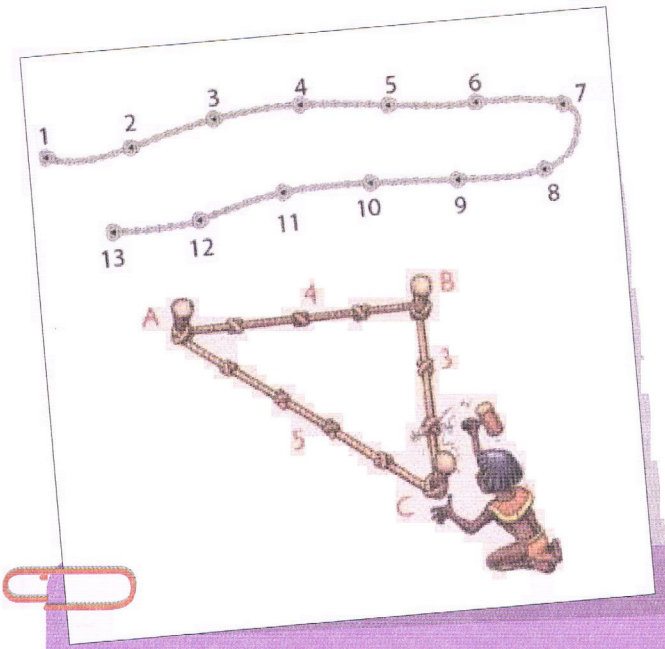
علّم I منتصف [AB]	الأيقونة موجودة في المجموعة الأولى من قائمة الأدوات.
تحقق أنّ IA = IB = IM	يتم ذلك برسم القطع المستقيمة [IA] ، [IB]، [IC] وملاحظة أطولها في نافذة الجبر.

استعمل الخواص التي درستها للحكم على صحة التخمين الذي قمت به.

11 خاصية فيتاغورس، جيب تمام زاوية

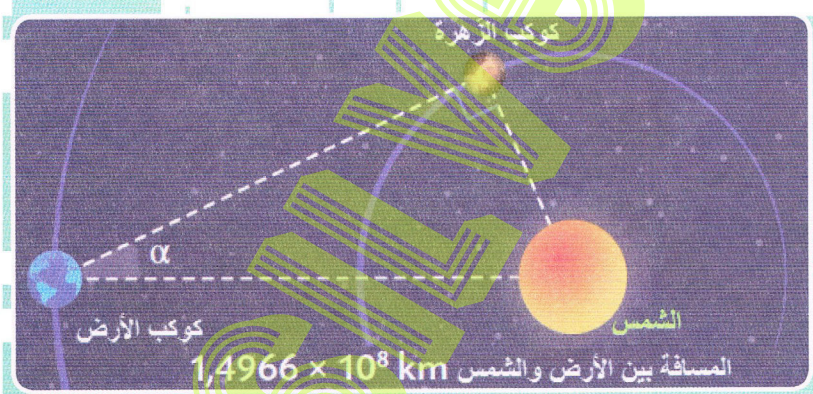
سأتعلّم في هذا الباب

- معرفة خاصية فيتاغورس واستعمالها.
- التعرّف على جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم.
- تعيين القيمة المضبوطة أو قيمة مقرّبة لجيب تمام زاوية حادة، أو لزاوية بمعرفة جيب تمامها.
- حساب أطوال بتوظيف جيب تمام زاوية.



فيتاغورس (580-495 ق.م) هو فيلسوف وعالم رياضيات يوناني، عُرفت باسمه الخاصية الرياضية « في مثلث قائم، مساحة المربع المُنشأ على الضلع المقابل للزاوية القائمة يساوي مجموع مساحتي المربعين المُنشأين على الضلعين الآخرين » رغم أنّها استُعملت من قبل من طرف المصريين و البابليين. كان المصريون يستعملون حبلا مكوّنا من 12 قطعة متقايسة محدّدة بعُقد، يقومون بوصل طرفي الحبل وطيّه حول ثلاث عقد بكيفية تسمح بتشكيل مثلثات خاصة.

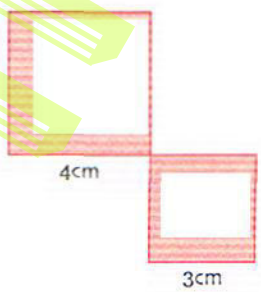
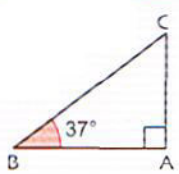
تحـدّي



يُعدّ كوكب الزُّهَرَة ثاني كواكب المجموعة الشمسية قربا من الشمس وأقربها إلى الأرض. مداره حول الشمس ليس دائريا تماما. يمكن رؤيته من على سطح الأرض فقط قبل الشروق أو بعد المغيب بوقت قصير لذلك يطلق عليه أحيانا تسمية نجم الصبح أو نجم المساء، وعند ظهوره في تلك الفترة يكون أسطع جسم مضيء في السماء. حين يكون كوكب الزهرة أبعد ما يمكن عن الشمس، يشكّل معها ومع الأرض زاوية قائمة، عندئذ تُقدّر الزاوية α بحوالي $46°$.

- احسب المسافة بين الزهرة والشمس.

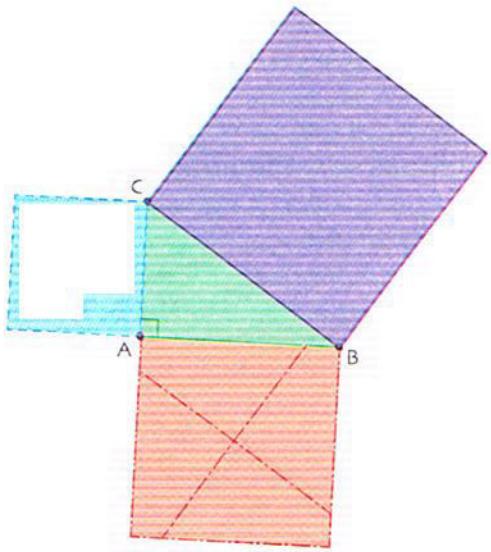
جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

الأسئلة	الإجابات		
	(1)	(2)	(3)
1. الوتر في مثلث قائم هو:	أطول ضلع	أقصر ضلع	الضلع المقابل للزاوية القائمة
2. $3,7^2 = \ldots$	$3,7 \times 2$	$3,7 \times 3,7$	13,69
3. $6^2 + 4^2 = \ldots$	10^2	20	52
4. $10^2 - 4^2 = \ldots$	6^2	84	36
5. المثلث الذي أطوال أضلاعه 5cm ؛ 3,2cm ؛ 3,2cm هو مثلث:	متساوي الساقين	متقايس الأضلاع	لا يمكن تحديد نوعه.
6. في الشكل الآتي:  مجموع مساحتي المربعين تساوي:	$28cm^2$	$25cm^2$	$49cm^2$
7. طول ضلع مربع مساحته $64cm^2$ يساوي:	$(64 \div 2)cm$	16cm	8cm
8. في المثلث القائم ABC : 	$\widehat{C} = 90° - 37°$	$\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ زاويتان متتامتان	$\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ زاويتان متكاملتان
9. إذا كان α قيس زاوية حادة فإنّ:	$0 < \alpha < 90$	$90 < \alpha < 180$	$180 < \alpha < 360$
10. إذا كان $\frac{x}{6} = 5$ فإنّ :	$x = 6 \times 5$	$x = \frac{5}{6}$	$\frac{x}{5} = 6$
11. إذا كان $\frac{4}{x} = 7$ فإنّ :	$x = 4 \times 7$	$4 = 7x$	$x = \frac{4}{7}$

SLIDER THORI

1 خاصية فيتاغورس

في الشكل المقابل، ABC مثلث قائم في A أضلاعه [AB] ، [AC] و [BC]



1) أنجز مثيلا للشكل المقابل مستعملا الورق الشفّاف.

2) قم بقص المربع الأزرق والأجزاء الأربعة من المربع البنّي وفق الخطوط المتقطّعة.

3) تأكّد أنّه باستعمال الأجزاء الخمسة السّابقة يمكن تغطية سطح المربع البنفسجي بالضبط.

4) استنتج أنه في المثلث ABC القائم في A ، المساواة $BC^2 = AB^2 + AC^2$ صحيحة.

2 اللّمسة √

1) ثلاثة مربعات مساحاتها على الترتيب $16cm^2$ ، $49cm^2$ ، $0,81cm^2$

احسب ذهنيا طول ضلع كل مربع.

2) a طول ضلع مربع مساحته $26cm^2$.

اشرح لماذا يمكن القول إنّ a محصور بين العددين 5 و 6.

يقول يونس: إنّ اللّمسة √ الموجودة على الآلة الحاسبة تُعطي قيمة تقريبية للعدد a

هل هذا صحيح؟ برّر جوابك.

3) أعط القيمة المضبوطة أو قيمة تقريبية للعدد b في كل حالة ممايأتي:

أ) $b^2 = 144$ ب) $b^2 = 28,09$ جـ) $b^2 = 32,04$

3 الخاصية العكسية لفيتاغورس

1) أنشىء مثلثا ABC بحيث $AB = 3,9cm$ ، $AC = 5,2cm$ ، $BC = 6,5cm$

2) قارن بين $AB^2 + AC^2$ و BC^2 .

3) D النقطة التي تحقق في آن واحد الشروط الثلاثة الآتية :

$AD = 3,9cm$ ، $(AD) \perp (AC)$ ، B و D تقعان في جهتين مختلفتين بالنسبة إلى (AC)

احسب CD ، ثمّ استنتج نوع المثلث ABC.

SILVER FROM

4 جيب تمام زاوية حادّة

1) ارسم مثلثا EFR قائما في R.

2) ما هما الزاويتان الحادّتان في هذا المثلث؟

3) ما هما ضلعي الزاوية $\widehat{REF}$ ؟ أحد الضلعين هو وتر المثلث ، ماهو؟

الضلع الآخر يُسمّى الضلع المجاور للزاوية $\widehat{REF}$.

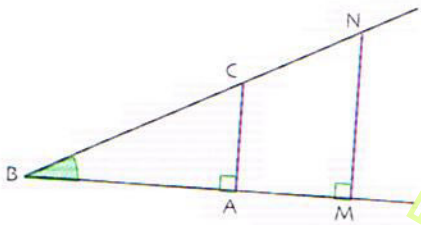
4) حدّد الضلع المجاور للزاوية $\widehat{RFE}$.

أ) ارسم مثلثا قائما قيس إحدى زواياه 35°

ب) قمْ بالقياسات اللازمة لتحسب: $\frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية } 35°}{\text{طول الوتر}}$

قارن ما توصلت إليه مع ما وجده زملاؤك.

في الشكل المقابل المثلثان ABC و MBN قائمان في النقطتين A و M على الترتيب.



أ) اشرح لماذا $\frac{BA}{BM} = \frac{BC}{BN}$.

ب) استنتج أنّ $\frac{BA}{BC} = \frac{BM}{BN}$

النسبة $\frac{BA}{BC}$ تُسمّى جيب تمام الزاوية $\widehat{B}$ ؛ ونرمز إليها بالرمز $\cos\widehat{B}$

5 حساب جيب تمام زاوية حادّة باستعمال الحاسبة

• لحساب قيمة تقريبية لـ $\cos 41°$ مثلا، نضغط من اليسار إلى اليمين على:

41 cos = (أو cos = 41) يظهر على الشاشة 0.75470958 ، يمكن أن نكتب $\cos 41° \simeq 0,75$

• أعط قيمة مقرّبة إلى الجزء من 10 لكل من:

1) $\cos 43°$ 2) $\cos 30°$ 3) $\cos 15°$ 4) $\cos 77°$

6 حساب قيس زاوية عُلم جيب تمامها باستعمال الحاسبة

• لحساب قيمة القيس α لزاوية حادة علما أنّ $\cos\alpha = 0,7$ مثلا، نضغط من اليسار إلى اليمين على:

0,7 SHIFT cos = أو 0,7 2nde cos =

يظهر على الشاشة 45.572996 يمكن أن نكتب $\alpha \simeq 46°$

• أعط القيمة التامة أو قيمة مقرّبة إلى الجزء من عشرة بالدرجات لقيس زاوية جيب تمامها:

1) 0,6 2) 0,5 3) 0,046 4) 0,0001

SILVER THORN

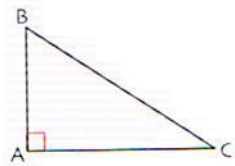
1 خاصيّة فيتاغورس

إذا كان مثلث قائما، فإنّ مربع طول وتره يُساوي مجموع مربعي طولي ضلعيه الآخرين.

مثال

• المثلث ABC قائم في A وتر هذا المثلث هو الضلع [BC]

فالمساواة $BC^2 = AB^2 + AC^2$ صحيحة



يُمكن ترجمة ما جاء في المثال بالمخطط الآتي

نعلم أنّ المثلث ABC قائم في A ← حسب خاصية فيتاغورس ← نستنتج أنّ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

ملاحظات :

• خاصية فيتاغورس لا تُطبق إلا في المثلثات القائمة.

• تسمح خاصية فيتاغورس بحساب طول ضلع في مثلث قائم بمعلومية طولي الضلعين الآخرين.

نتيجة

إذا كان في مثلث، مربعُ أَطْوَلِ أضلاعه لا يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإنّ هذا المثلث غير قائم.

2 الخاصية العكسية لفيتاغورس

إذا كان في مثلث مربعُ طول أحد الأضلاع مساويا مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإنّ هذا المثلث قائم .

مثال

إذاكان في مثلث ABC المساواة $BC^2 = AB^2 + AC^2$ صحيحة ← الخاصية العكسية لفيتاغورس ← نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A

ملاحظة:

تسمح الخاصية العكسية لفيتاغورس بإثبات أن مثلثا عُلمت أطوال أضلاعه الثلاثة قائم.

SLYSR Tlem

• حساب طول ضلع في مثلث قائم

تمرين

احسب القيمة المضبوطة أو قيمة مقرّبة إلى الجزء من 100 للطول AB. في كل مما يأتي.

1) ABC مثلث قائم في C حيث $AC = 2,4cm$ و $BC = 3,2cm$

2) ABC مثلث قائم في A حيث $AC = 2cm$ و $BC = 5cm$

حـلّ

1) المثلث ABC قائم في C، حسب خاصية فيتاغورس.

$AB^2 = CB^2 + CA^2$

أي $AB^2 = 3,2^2 + 2,4^2$

أي $AB^2 = 10,24 + 5,76$

$AB^2 = 16$

منه $AB = 4cm$ $(16 = 4 \times 4)$

2) المثلث ABC قائم في A، حسب خاصية فيتاغورس

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$5^2 = AB^2 + 2^2$

$25 = AB^2 + 4$

$AB^2 = 25 - 4$

$AB^2 = 21$

$AB \simeq 4,58cm$

لحساب AB نستعمل الحاسبة

√ 21 = أو = √ 21

يظهر على الشاشة 4,58257569

طريقة

1) يمكن رسم شكل بسيط بيد حرّة للمثلث القائم وتسمية رؤوسه.

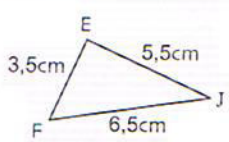
2) كتابة مساواة فيتاغورس المناسبة، ثمّ إجراء الحسابات بعد التعويضات العددية.

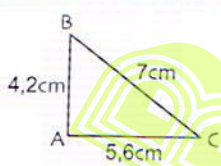
3) يمكن عند الضرورة استعمال اللّمسة √ على الآلة الحاسبة لتحديد الطول المطلوب.

• المثلث قائم أم لا

تمرين

هل المثلثان ABC و FEJ قائمان؟ برّر جوابك.





حـلّ

بالنسبة إلى المثلث ABC:

نقارن بين $AB^2 + AC^2$ و BC^2 — أطول الأضلاع هو [BC]

$AB^2 + AC^2 = 4,2^2 + 5,6^2$

$AB^2 + AC^2 = 17,64 + 31,36$

$AB^2 + AC^2 = 49$

$BC^2 = 7^2 = 49$

بما أنّ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ فحسب الخاصية العكسية لفيتاغورس فالمثلث ABC قائم في A

بالنسبة إلى المثلث FEJ:

نقارن بين $EF^2 + EJ^2$ و FJ^2 — أطول الأضلاع هو [FJ]

$EF^2 + EJ^2 = 3,5^2 + 5,5^2$

$EF^2 + EJ^2 = 12,25 + 30,25$

$EF^2 + EJ^2 = 42,5$

$FJ^2 = 6,5^2 = 42,25$

بما أنّ $EF^2 + EJ^2 \neq FJ^2$ فحسب خاصية فيتاغورس، المثلث FEJ ليس قائما

دوري الآن

1 • EFG مثلث قائم في F، حيث $FG = 0,7cm$ ، $EF = 2,4cm$

احسب القيمة المضبوطة للطول EG.

2 • بيّن في كل حالة مما يأتي، إن كان المثلث RST قائما أم لا.

أ) $RS = 24mm$ ، $RT = 70mm$ ، $ST = 74mm$

ب) $RS = 6,3cm$ ، $RT = 6,1cm$ ، $ST = 8,7cm$

SILVER BOOK

3 جيب تمام زاوية حادّة

• تعابير

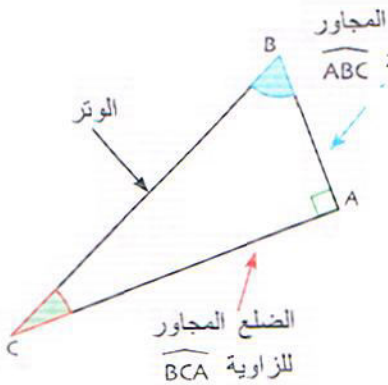
أمثلة

• ABC مثلث قائم في A. نقول إنّ:

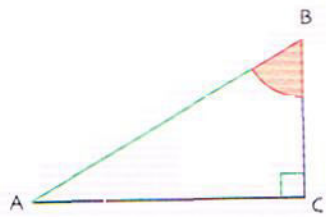
• القطعة المستقيمة [BC] هي الوتر.

• [AB] هو الضلع المجاور للزاوية $\widehat{B}$

• [AC] هو الضلع المجاور للزاوية $\widehat{C}$



جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم يساوي حاصل قسمة طول الضلع المجاور لهذه الزاوية على طول الوتر.



ABC مثلث قائم في C

جيب تمام الزاوية $\widehat{B}$ يساوي $\frac{BC}{AB}$

نرمز إليه بالرمز $\cos\widehat{B}$

نكتب $\cos\widehat{B} = \frac{BC}{AB}$

• استعمال الآلة الحاسبة لإيجاد جيب تمام زاوية حادّة

يمكن استعمال الآلة الحاسبة العلمية لحساب:

• القيمة المضبوطة أو قيمة مقرّبة لجيب تمام زاوية عُلم قيسها باستعمال اللمسة cos.

• القيمة المضبوطة أو قيمة مقربة لزاوية عُلم جيب تمامها باستعمال اللمسة $\cos^{-1}$.

ملاحظة : يجب التأكد أوّلا من الوضع : MODE Degrés

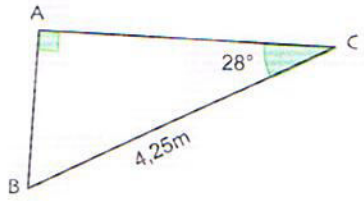
لاستعمال اللمسة $\cos^{-1}$ نضغط على : inv cos أو shif cos أو 2^{nd} cos تبعا لنوع الآلة الحاسبة.

مثال

	حساب $\cos 43°$	تعيين الزاوية الحادّة α التي جيب تمامها
نضغط على	= 43 cos أو cos 43	= 0,8 $\cos^{-1}$ أو $\cos^{-1}$ 0,8
يظهر	0,731353701	36,86989765
نكتب	$\cos 43° \simeq 0,73$ (قيمة مقرّبة إلى الجزء من المائة)	$\alpha \simeq 36,9°$ (قيمة مقرّبة إلى الجزء من العشرة)

• حساب طولي ضلعين بمعرفة زاوية حادّة وطول الوتر

تمرين: اعتمادا على معطيات الشكل المقابل، احسب:



1) قيمة مقرّبة إلى الجزء من عشرة للطول AC .

2) قيس الزاوية $\widehat{B}$.

3) قيمة مقرّبة إلى الوحدة للطول AB.

حـلّ: 1) في المثلث ABC القائم في A:

$\cos \widehat{C} = \frac{AC}{BC}$ ، أي $\cos 28° = \frac{AC}{4,25}$

أي: $AC = 4,25 \times \cos 28°$.

باستعمال الآلة الحاسبة نجد $AC \simeq 3,8m$

2) الزاويتان الحادّتان في مثلث قائم متتامتان.

إذن $\widehat{B} = 90° - 28° = 62°$

3) في المثلث ABC القائم في A:

$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$ ، أيْ $\cos 62° = \frac{AB}{4,25}$ أي $AB = 4,25 \times \cos 62°$.

باستعمال الآلة الحاسبة نجد $AB \simeq 2m$

تعاليـــق

يجب تحديد المثلث القائم حيث نستعمل العلاقة الخاصة بجيب التمام.

28 cos × 4,25 =

62 cos × 4,25 =

يُمكن استعمال خاصية فيتاغورس

$BA^2 = BC^2 - AC^2$

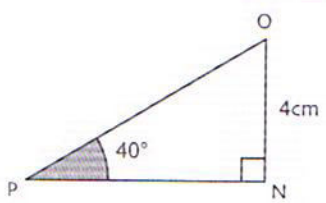
$BA^2 \simeq 4,25^2 - 3,8^2$

$BA^2 \simeq 3,62$

باستعمال اللمسة √ نجد $AB \simeq 2m$

• حساب طول وتر مثلث قائم عُلمت فيه زاوية حادة وطول ضلع قائم

تمرين: اعتمادا على معطيات الشكل المقابل، احسب



قيمة مقرّبة إلى الجزء من عشرة للطول OP.

حـلّ: في المثلث PON القائم في N، الزاويتان $\widehat{O}$ و $\widehat{P}$ متتامتان

إذن: $\widehat{O} = 90° - 40° = 50°$

في المثلث PON القائم في N

$\cos \widehat{O} = \frac{ON}{OP}$ ، أي $\cos 50° = \frac{4}{OP}$

أي: $OP \times \cos 50° = 4$. منه $OP = \frac{4}{\cos 50°}$

باستعمال الآلة الحاسبة نجد $OP \simeq 6,2cm$

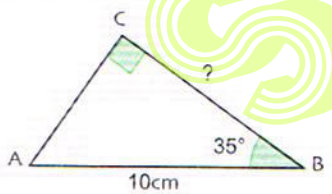
تعاليـــق

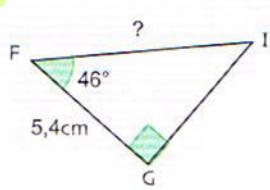
احذر الخطأ: $\cos 40° = \frac{4}{OP}$

$\frac{4}{\cos 50°} = 6,222895307$

دوري الآن

احسب في كل حالة، طول الضلع المجهول.



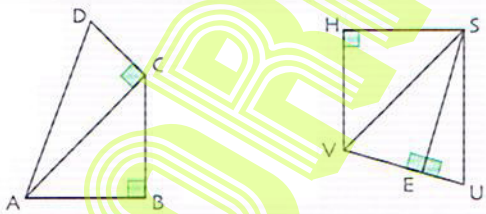


خاصية فيتاغورس والخاصية العكسية لها

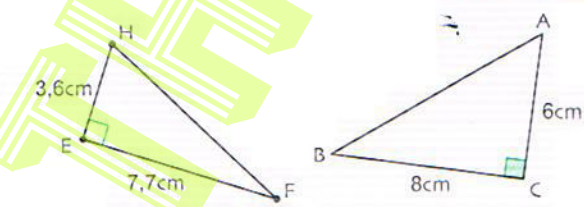
1 اكتب المساواة التي تعبّر عن خاصية فيتاغورس في كل ممّا يأتي:

- DEF مثلث قائم في E
- TUV مثلث قائم ، وتره [UV]

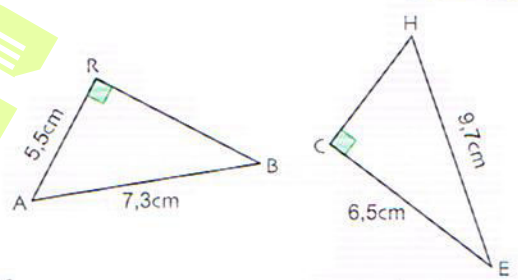
2 اكتب جميع المساويات الممكنة التي تعبّر عن خاصية فيتاغورس في كل شكل من الشكلين الآتيين:



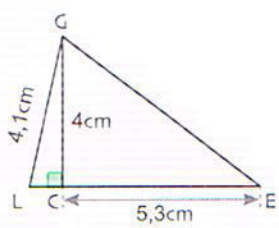
3 احسب طول الضلع الثالث في كل مثلث من المثلثين الآتيين.



4 احسب طول الضلع الثالث في كل مثلث من المثلثين الآتيين.



5 نعتبر الشكل المقابل



1) احسب LC

2) احسب GE

3) احسب مساحة المثلث GEL

6 1) أنجز بآلة حاسبة السلسلة:

5 x^2 + 12 x^2 =

2) استنتج ذهنيا طول الوتر [BC] لمثلث ABC قائم في A و طولا الضلعين الآخرين [AB] و [AC] هما 5cm و 12cm .

7 MNP مثلث قائم في N حيث MP = 3,7cm و MN = 3,5cm عند القيام بـ:

√ (3,7 x^2 - 3,5 x^2) =

ماذا نريد أن نحسب ؟

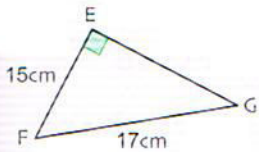
أعط قيمة مقرّبة إلى الجزء من عشرة لنتيجة الحساب السابقة.

8 RST مثلث قائم في S بحيث RT = 6cm و ST = 5,5cm

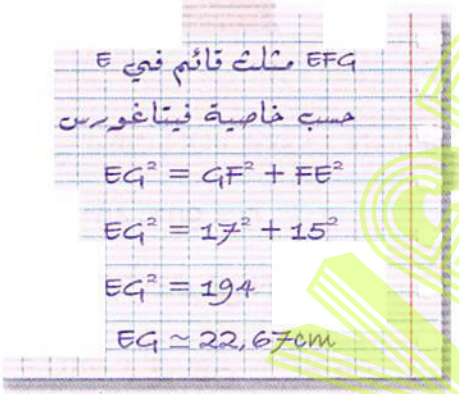
احسب الطول RS مدوّرا إلى الجزء من العشرة من السنتيمتر.

9 تصويب برهان

طلب الأستاذ من تلاميذه حساب الطول EG في المثلث القائم EFG المرسوم في الشكل.



إليك البرهان الذي قام به زميلك خالد.



هل البرهان السّابق صحيح؟ وضح إجابتك.

10 برّر الطريقة التي يستعملها البناؤون عادة للتحقق من أنّ ركن غرفة يشكل فعلا زاوية قائمة.

11 ABCD مستطيل حيث AB=7cm و AD=2,4cm

1) ارسم الشكل بيد حرّة.

2) احسب طول قطر في هذا المستطيل.

SILVER TUBE

12 EFGH مربّع طول ضلعه 3cm.

أعط قيمة مقربة إلى الجزء من 10 لطول قطر في هذا المربّع.

13 KJL مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي K.

$KJ = 3cm$ ، $JL = 5cm$

1) أنشىء المثلث KJL، ثمّ ارسم الارتفاع [KH] .

2) أعط قيمة مقربة إلى الجزء من 10 للطول KH .

14 KJL مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4cm.

أعط قيمة مقربة إلى الجزء من 10 لكل ارتفاع من ارتفاعاته .

15 أنشىء مثلثا RST متساوي الساقين رأسه الأساسي S حيث $RS = 6cm$ و $RT = 7cm$.

1) أثبت أنّ حامل الارتفاع الذي يشمل S يقطع الضلع [RT] في منتصفه.

2) أعط قيمة مقرّبة إلى الجزء من 10 لطول الارتفاع السّابق.

3) استنتج قيمة مقرّبة لمساحة المثلث RST.

16 بيّن في كل حالة مما يأتي، إن كان المثلث RST قائما أم لا.

1) $RS = 75cm$ ، $RT = 45cm$ ، $ST = 60cm$

2) $RS = 3,5cm$ ، $RT = 4,5cm$ ، $ST = 5,5cm$

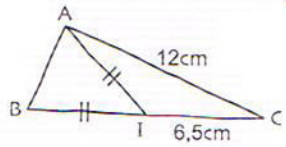
17 KJL مثلث حيث $JL = 7,6cm$ ، $KJ = 5,7cm$ و $KL = 9,4cm$

أنشىء المثلث KJL بأبعاده الحقيقية؟

هل يبدو لك المثلث KJL قائما؟ تحقق من ذلك حسابيا.

18 1) حدّد مع التبرير نوع المثلث ABC

(I منتصف [BC])



2) احسب محيط ومساحة المثلث ABC

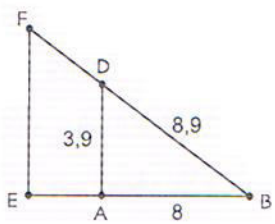
19 ارسم مثلثا TUV بحيث:

$UV = 5cm$ ، $TU = 4cm$ ، $TV = 6,4cm$

1) ارسم الدائرة (ℰ) التي مركزها T وتشمل U.

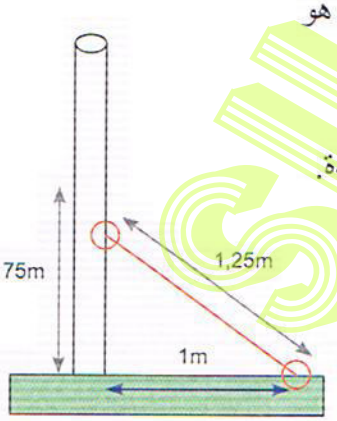
2) هل المستقيم (UV) مماس للدائرة (ℰ)؟ برّر جوابك.

20 في الشكل المقابل، المستقيمان (EF) و (DA) متوازيان.



برهن أنّ المستقيمين (EF) و (EB) متعامدان.

21 للتحقق إن كانت سارية العلم مثبتة شاقوليا على سطح الأرض، قام زميلك يونس بتوصيل حبل بين نقطتين، إحداهما على السارية والأخرى على سطح الأرض كما هو مبيّن في الشكل،

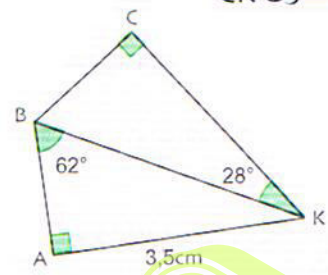


ثمّ أجرى قياسات مُحدّدة.

هل السارية عمودية على سطح الأرض؟

برّر جوابك.

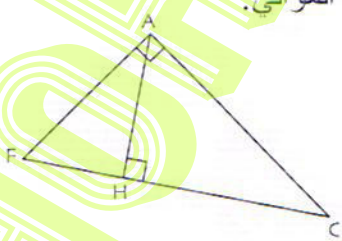
22 احسب الطول CK



جيب تمام زاوية حادّة

23 عموميات

نعتبر الشكل الموالي:



1) في المثلث FAC القائم في A.

أ) ماهو الضلع الذي يمثّل الوتر؟

ب) انقل ثمّ أتمم $\cos \widehat{FCA} = \frac{\cdots}{\cdots}$

2) في المثلث CAH القائم في H.

أ) ماهو الضلع الذي يمثّل الوتر؟

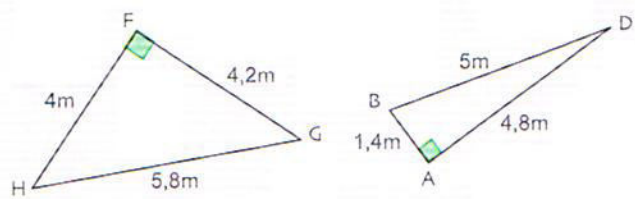
ب) انقل ثمّ أتمم:

$\cos \widehat{CAH} = \frac{\cdots}{\cdots}$ ، $\cos \widehat{ACH} = \frac{\cdots}{\cdots}$

3) ماذا يمثل الضلع [AF] بالنسبة إلى:

أ) المثلث AFH ب) $\widehat{FAH}$ ؟

24 اعتمادا على الشكلين الآتيين :



عيّن القيمة المضبوطة لكل من : $\cos \widehat{D}$ ، $\cos \widehat{H}$

استعمال الآلة الحاسبة

25 باستعمال الآلة الحاسبة ،أعط قيمة مقرّبة إلى الجزء من المائة لكل ممّا يأتي:

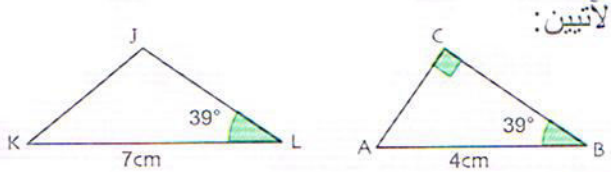
$\cos 15°$ ، $\cos 26°$ ، $\cos 45°$ ، $\cos 62°$ ، $\cos 87°$

26 باستعمال الآلة الحاسبة، أعط قيمة مقرّبة إلى الوحدة (الدّرجة) للزوايا التي جيوب تمامها:

0,2 ، 0,6 ، 0,426 ، 0,01 ، 0,975

حساب أطوال وزوايا

27 احسب إن أمكن أطوال جميع الأضلاع في الشكلين الآتيين:



28 MNP مثلث قائم في M

حيث MN = 4cm ، NP = 6cm

احسب قيمتين مقربتين إلى الجزء من عشرة لكل من $\widehat{N}$ ، $\widehat{P}$.

29 1) ارسم مثلثا FEG قائما في F بحيث FG = 5cm ، EG = 9cm.

2) احسب قيمة تقريبية لـ $\cos \widehat{FGE}$ واستنتج قيمة تقريبية للزاوية $\widehat{FGE}$.

3) استنتج قيمة تقريبية للزاوية $\widehat{FEG}$.

30 1) ارسم نصف دائرة (P) مركزها O و [AB] قطرا لها حيث AB = 10cm

2) علّم على (P) نقطة C بحيث $\widehat{BAC} = 40°$

3) ارسم المماس (d) لـ (P) في النقطة B

المماس (d) يقطع المستقيم (AC) في النقطة D

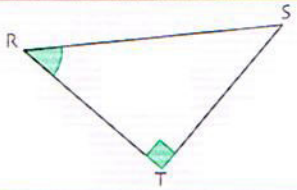
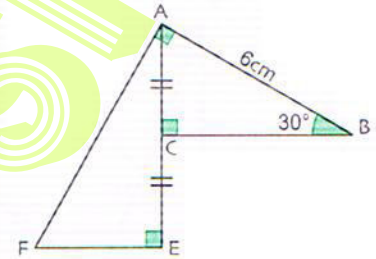
4) احسب قيمة مقربة إلى الجزء من المائة لكل من AC و CB بعد أن تبيّن نوع المثلث ABC.

5) أعط القيمتين المضبوطتين لكل من $\widehat{ADB}$ و $\widehat{DBC}$ مبررا العمل الذي قمت به.

6) احسب قيمة مقرّبة إلى الجزء من مائة لكل من CD ، BD ، AD.

SILVER THORN

أجب عن الأسئلة الآتية :

		عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :
1	اكتب مساواة تعبّر عن خاصية فيتاغورس في المثلث TRS 	170 و 171
2	من بين المساويات الآتية، حدّد تلك التي تعبّر عن خاصية فيتاغورس في المثلث RST القائم في R. أ) $RS^2 + RT^2 = ST^2$ ب) $SR^2 + ST^2 = RT^2$ جـ) $TR^2 + TS^2 = RS^2$	170 و 171
3	احسب قيمة مقرّبة إلى الجزء من المائة لطول الضلع الثالث للمثلث القائم في كل من الحالتين: أ) IGH مثلث قائم في H حيث $IG = 7cm$ و $IH = 5,2cm$ ب) UPR مثلث قائم في P حيث $PR = 14,1cm$ و $PU = 18,8cm$	171
4	RPM و HDB مثلثان حيث: $RP = 4,8cm$ ، $PM = 3,6cm$ ، $RM = 6cm$ $HD = 4,1cm$ ، $DB = 5,7cm$ ، $HB = 7cm$ أنشىء المثلثين RPM و HDB. بيّن إن كان المثلثان RPM و HDB قائمين أم لا.	171
5	احسب $\cos 25°$ ، $\cos 89°$ ، $\cos 1°$ ، $\cos 50°$	172
6	يرمز a إلى قيس زاوية حادة مقدّرا بالدرجات. أعط إن أمكن قيمة مقربة إلى $\frac{1}{10}$ للعدد a في كل حالة مما يأتي: $\cos a = 0,3$ ، $\cos a = 0,547$ ، $\cos a = \frac{2}{3}$ ، $\cos a = 1,5$ ، $\cos a = 1$	172
7	TIC مثلث قائم في C حيث $\widehat{T} = 30°$ ، $TI = 6cm$ أعط قيمة مقرّبة إلى الجزء من عشرة للطول TC.	172 و 173
8	ABC مثلث قائم في B حيث $AB = 6cm$ ، $AC = 10cm$ ، $BC = 8cm$ احسب القيمة المضبوطة لجيب تمام الزاوية $\widehat{A}$.	172 و 173
9	باستعمال معطيات الشكل المقابل : احسب قيمة تقريبية للطول AF. 	172 و 173

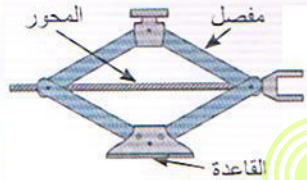
SILVER THORN

أتعمّق

خاصية فيثاغورس

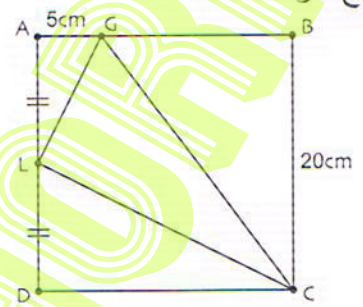
31 في الشكل الموالي، طول كل مفصل 26cm

ما المقدار الذي ترتفع به السيارة عندما يكون طول المحور بين المفصلين 20cm؟



32 في الشكل الآتي:

ABCD مربع و AG = 5cm

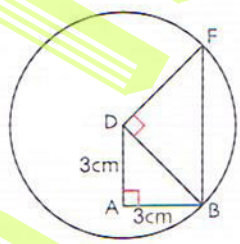


1) احسب LC و GC.

2) ما نوع المثلث LGC؟ برر إجابتك.

33 B و F نقطتان من الدائرة التي مركزها النقطة D.

احسب الطول FB.

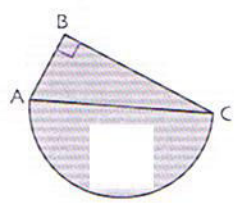


34 في الشكل الموالي [AC] قطر لنصف الدائرة

AC = 41cm

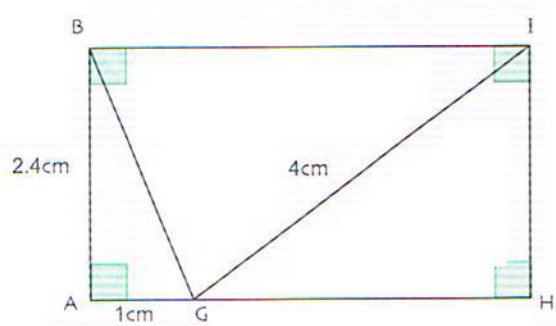
BC = 40cm

احسب مساحة الشكل المظلّل

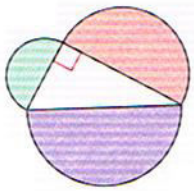


35 ABIH مستطيل، النقاط A ، G ، H في استقامية.

هل المثلث BGI قائم في G؟ برّر إجابتك.



36 بيّن أنّ مجموع مساحتي نصفي القرصين الصغيرين يساوي مساحة نصف القرص الكبير.

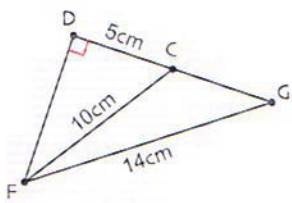


37 أنشئ مستطيلا ABCD حيث AB = 7,5cm و AC = 8,5cm

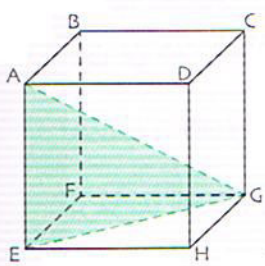
1) احسب BC، ثمّ مساحة المثلث ABC.

2) باستعمال مساحة المثلث ABC، احسب بُعد النقطة B عن المستقيم (AC).

38 أثبت أنّ محيط المثلث CGF يساوي 30cm



39 ABCDEFGH مكعب طول حرفه 3cm.



1) ما نوع المثلث EFG؟ برّر إجابتك.

2) أثبت أنّ $EG^2 = 18$.

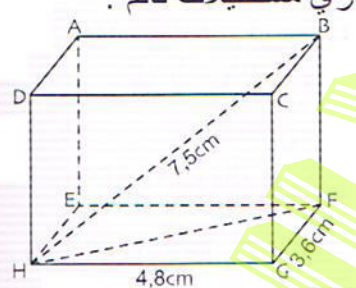
3) أعط قيمة مقرّبة إلى المليمتر لطول القطر [AG].

39 ABCDEFGH متوازي مستطيلات قائم.

HB = 7,5cm

FG = 3,6cm

HG = 4,8cm



1) ما نوع الرباعي EFGH؟

2) احسب FB ارتفاع متوازي المستطيلات ABCDEFGH.

جيب تمام زاوية حادة

40 1) أنشيء مثلثا GFE حيث:

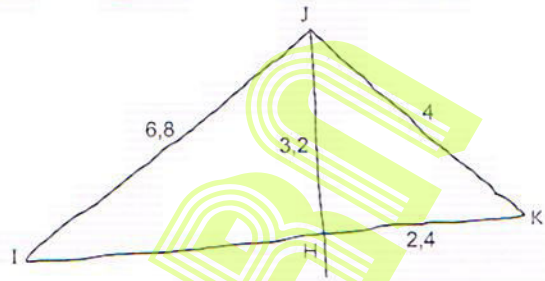
FG = 13cm ، EG = 5cm ، EF = 12cm

SILVER THORN

2) برّر كون المثلث EFG قائم في E.

3) أعط قيمة مقرّبة إلى الوحدة لقيس الزاوية $\widehat{EFG}$.

41 نعتبر الشكل الآتي المرسوم بيد حرّة ، حيث النقاط I ، H ، K في استقامية. (وحدة الطول هي السنتيمتر)



1) أعد رسم الشكل بأبعاده الحقيقية.

2) أثبت أنّ المستقيمين (JH) ، (IK) متعامدان.

3) بيّن أنّ IH = 6cm.

4) أعط قيمة مقرّبة إلى الوحدة لقيس $\widehat{HJK}$.

42 1) أنشئ دائرة (ℰ) مركزها O.

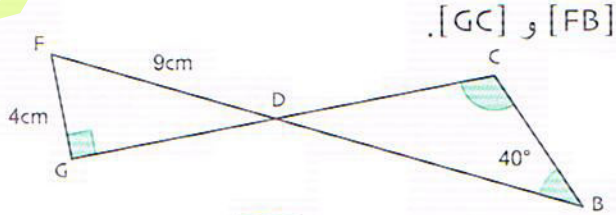
[ST] قطر للدائرة (ℰ) حيث ST = 7cm

علّم نقطة U على الدائرة (ℰ) حيث SU = 3cm

2) بيّن أنّ المثلث STU قائم في U.

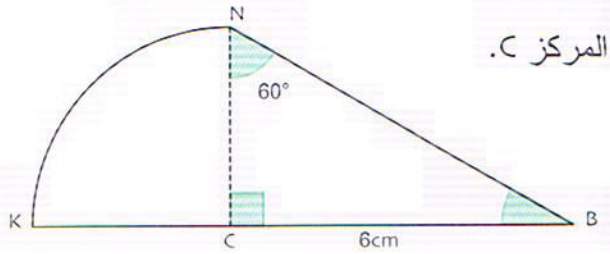
3) احسب قيس الزاوية $\widehat{UST}$ مدوّرا إلى الوحدة.

43 في الشكل الموالي، النقطة D تنتمي إلى كل من [FB] و [GC].



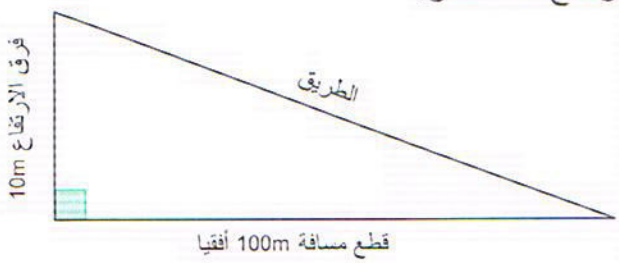
احسب قيمة تقريبية للزاوية $\widehat{DCB}$.

44 احسب قيمة تقريبية لكل من محيط ومساحة الشكل الآتي المشكّل من المثلث القائم NBC وربع دائرة ذات المركز C.



45 تدلُّ الإشارة المرورية المقابلة على وجود انحدار قدره 10%.

يعني ذلك أنّ كل تنقّل أفقي لمسافة 100m يقابله فرق ارتفاع 10 أمتار.

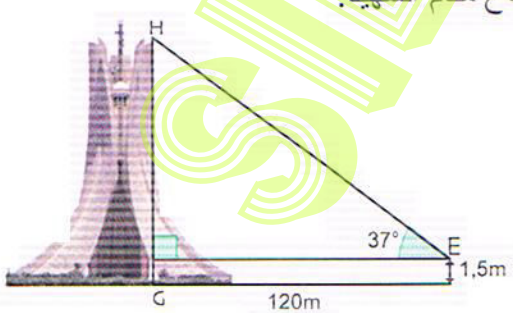


1) حدّد قيس الزاوية $\widehat{BCA}$ ، مُدوّرا إلى الوحدة.

2) في بعض البلدان لا تُستعمل إشارات تتضمن علامة النسبة المئوية ؛ ولكن كتابة مثل «1:5»، والتي تعني أنّ « كل تنقّل أفقي لمسافة 5 أمتار يقابله فرق في الارتفاع قدره متر واحد».إليك الإشارتين:

حدّد الإشارة التي تعبّر عن أشد الانحدارين.

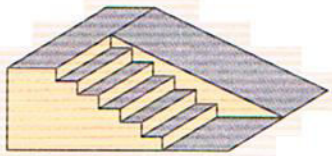
46 باستعمال المعطيات الواردة في الشكل أعط تقديرا لارتفاع مقام الشهيد.



SILVER THORI

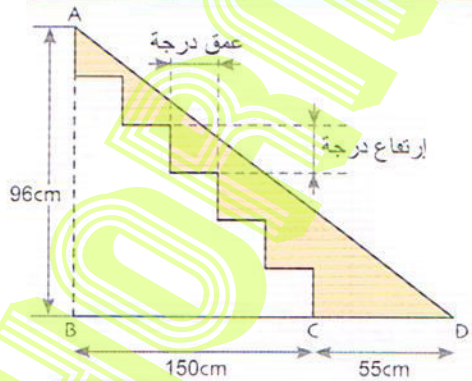
أدمج تعلّماتي

وضعية



عند مدخل أحد أجنحة مستشفى، تمّ تكليف مقاول بإنجاز سُلَّم مشكّل من ست درجات مُتماثلة يسمح بتخطي مستو مائل ارتفاعه 96cm

المخطّط الوصفي المعدّ من طرف المقاول



معايير المصالح التقنية

$60 \leq 2h + p \leq 65$ حيث h ارتفاع الدَرْجة و p عُمقُ الدَرْجة (الوحدة: السنتيمتر).

طول المستوي المائل (الطول AD) محصور بين 2,20m و 2,50m.

يُشكّل المستوي المائل مع أفق سطح الأرض زاوية قيسها محصور بين 20° و 30°.

(الزاوية المقصودة هنا هي $\widehat{BDA}$)

هل المخطط الذي أعدّه المقاول يستجيب للمعايير المتفق عليها ؟ برّر إجابتك.

توجيهات

قراءة بتمعن

ينبغي التمييز بين عمق وارتفاع درجة. ماذا يمثل كل من 55cm و 150cm على المخطط الوصفي؟

ما المقصود بالحصر $60 \leq 2h + p \leq 65$ ؟ ماهي المعايير التي يجب التأكّد من احترامها؟

تحليل المعطيات و إيجاد ترابطات بينها

كيف نتأكد من احترام الشرط $60 \leq 2h + p \leq 65$ ؟

كيف نتأكّد من احترام الشرط المتعلّق بالزاوية $\widehat{BDA}$ ؟

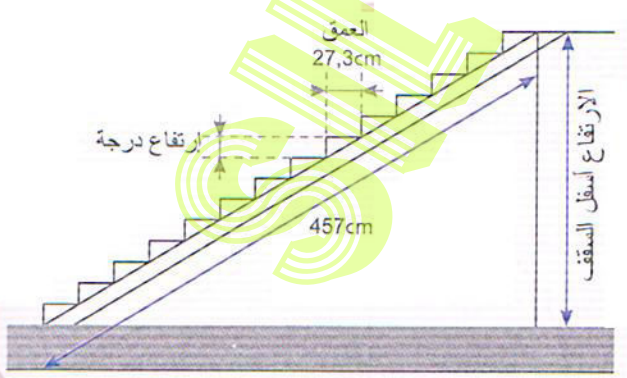
تجنيد الموارد وإعداد خطة حلّ

حساب عمق وارتفاع الدرجة الواحدة اختبار صحة الشرط $60 \leq 2h + p \leq 65$ حساب $\widehat{BDA}$ ، إصدار حكم.

حل مختصر

$h = 16cm$ ، $p = 30cm$ ، $\widehat{BDA} \simeq 25,1°$

وضعية للتقويم



أنجَز العم أحمد درجا مواصفاته في الشكل المقابل.

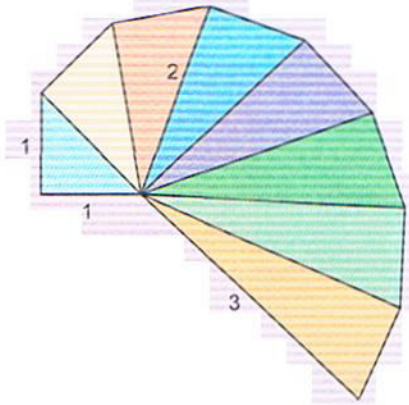
من أجل ضمان راحة في الصعود أو النزول في أي سلّم يجب أن يكون ارتفاع الدرجة الواحدة منه محصورا بين 17cm و 21cm

. هل يستجيب درج العم أحمد إلى الشروط السابقة؟

SLVSR THORI

إنشاء حلزونية فيثاغورس باستعمال جيوجيبرا.

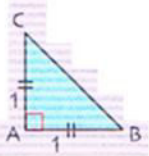
نشاط



إنشاء حلزونية فيثاغورس

باستعمال برمجية جيوجيبرا.

المرحلة 1



أنشئ مثلثا قائما ومتساوي الساقين، طول ضلعه القائم 1 ثم احسب طول وتر هذا المثلث.

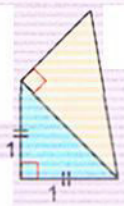
(مربع طول الوتر يساوي 2 ، أي أنّ طول الوتر يُساوي بالتقريب 1,414).

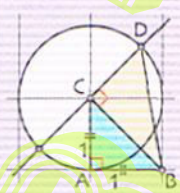
نضغط على الأيقونة ونستعمل مربعات المرصوفة.

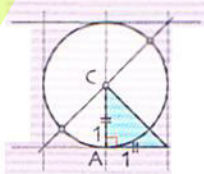
ملاحظة: قُمنا بالتشفير وتسمية الرؤوس فقط لتقديم التفسيرات الضرورية فيما بعد.

المرحلة 2

أنشئ مثلثا قائما آخر، أحد أضلاعه وتر المثلث السابق وطول ضلعه الآخر 1، ثمّ احسب طول وتره.







ارسم مستقيما (Δ) عموديا على الوتر [BC] ويشمل الرأس C، وذلك باستعمال الأيقونة

ارسم دائرة مركزها C ونصف قطرها 1 باستعمال الأيقونة

لتعيين نقطتي تقاطع الدائرة والمستقيم (Δ)، نستعمل الأيقونة

ارسم المثلث القائم BCD، وذلك باستعمال الأيقونة

بعد ذلك نضغط على AA Afficher l'étiquette إظهار / اخفاء التسمية AA

ونخفي كل العناصر التي لا نريد أن تظهر.

(مربع طول وتر المثلث الأخضر يساوي 3، وطوله يُساوي بالتقريب 1,732)

المرحلة 3

واصل الإنشاء كما فعلت في المرحلة 2 إلى غاية الحصول على المثلث القائم الذي طول وتره يساوي 3.

اشرح لماذا ظهر عددان طبيعيان كطول للوتر؟

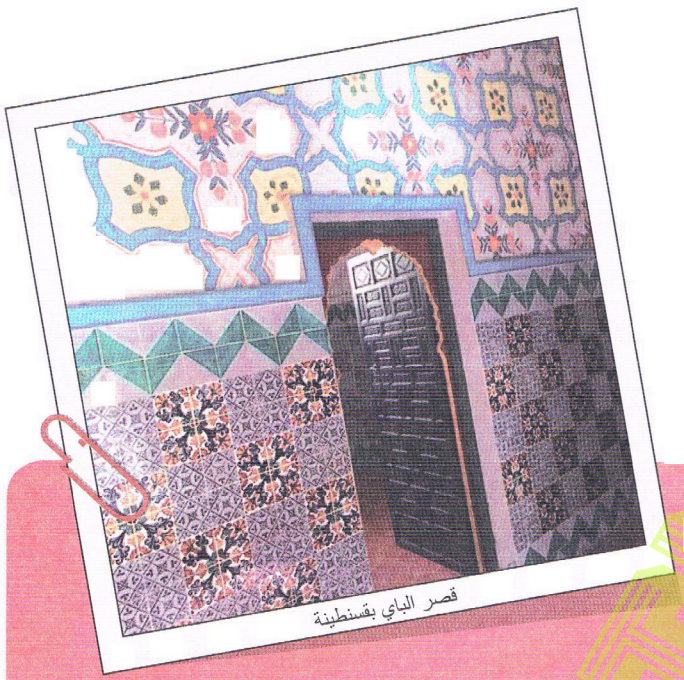
كم مثلثا قائما يلزمنا رسمه بالكيفية السابقة للحصول على مثلث قائم طول وتره عدد طبيعي؟

SILVER THORN

12 الانسحاب

سأتعلّم في هذا الباب

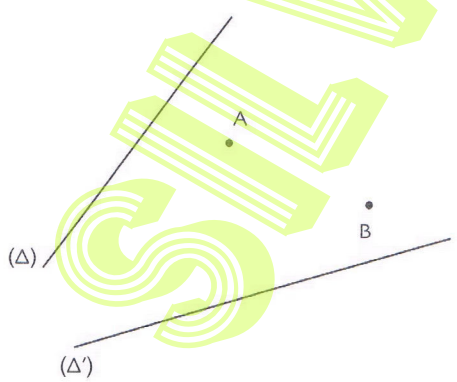
- تعريف الانسحاب انطلاقا من متوازي الأضلاع.
- إنشاء صورة: نقطة، قطعة مستقيم، نصف المستقيم، مستقيم، دائرة بانسحاب.
- معرفة خواص الانسحاب وتوظيفها.


قصر الباي بقسنطينة

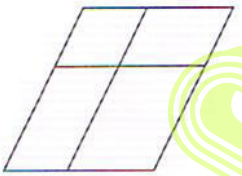
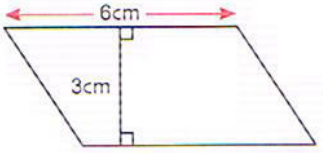
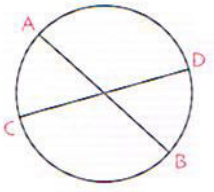
يُعتبر قصر الباي بقسنطينة أثرا حيّا للحضارة العثمانية في الجزائر، تم بناؤه سنة 1826، وافتُتح سنة 1835، وقد تحوّل إلى متحف الفنون والتعابير الثقافية التقليدية سنة 2010. ما يُبهر الزائر لأول وهلة المساحة الشاسعة للقصر والتي تُقدّر بـ $5609m^2$، ونجد في هذه التحفة كل ما قدّمته الهندسة المعمارية للجزائر خلال العهد العثماني. ومن أبرز ما يميّز هذا القصر الفنون الخزفية النادرة التي تتكوّن مما يقارب 47000 بلاطة من الخزف تمثّل 167 نوعا مختلفا، وهي مزخرفة بأشكال هندسية متنوعة، تبرز في البعض منها تحويلات نُقطية مثل الانسحاب والتناظر.

تحدّي

كيف يمكنك اختيار النقطة P من المستقيم (Δ) و النقطة Q من المستقيم (Δ′) بحيث الرباعي APQB متوازي الأضلاع؟



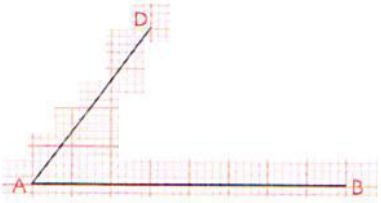
جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

الأسئلة	الإجابات (1)	(2)	(3)
1. عدد متوازيات الأضلاع الموجودة في الشكل المقابل 	5	12	9
2. متوازي الأضلاع قطراه	متناصفان	متقايسان	متعامدان
3. يكون الرباعي ABCD متوازي الأضلاع إذا كان	$\widehat{A}+\widehat{B}=\widehat{C}+\widehat{D}$	$\widehat{A}=\widehat{C}$ و $\widehat{B}=\widehat{D}$	$\widehat{A}=\widehat{B}$ و $\widehat{C}=\widehat{D}$
4. متوازي الأضلاع الذي قطراه متقايسان هو	مربع	مستطيل	معيّن
5. متوازي الأضلاع قطراه متعامدان هو	مستطيل	معيّن	مربع
6. رباعي محدب قطراه متقايسان و متعامدان هو	مربع	معيّن	رباعي كيفي
7. مساحة متوازي الاضلاع في الشكل المقابل تساوي 	$9cm^2$	$18cm^2$	$6cm^2$
8. [AB]، [CD] قطران في دائرة واحدة، الرباعي ACBD هو 	متوازي أضلاع	مستطيل	معيّن
9. ABC مثلث متقايس الأضلاع و D نظيرة A بالنسبة للمستقيم (BC)، الرباعي ABCD.	مستطيل	معيّن	مربع

SILVER THORN

1 متوازي الأضلاع و المرصوفة

1) باستعمال المرصوفة أكمل الرسم المقابل للحصول على متوازي الأضلاع ABCD.



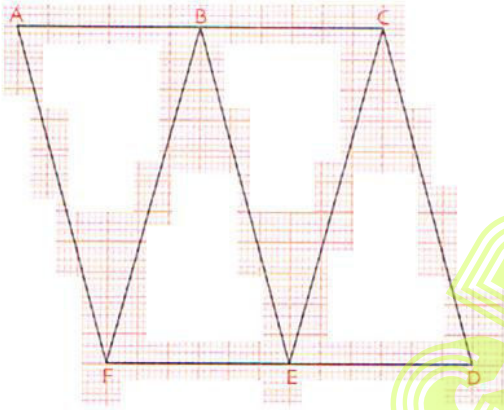
2) عيّن المستقيمات المتوازية.

3) عيّن القطع المتساوية.

نقول أن C هي صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

2 صورة نقطة بانسحاب

أكمل الفراغات التالية:



1) E صورة النقطة .... بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.

2) .... هي صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول E إلى B.

3) A هي صورة النقطة .... بالانسحاب الذي يحول D إلى C.

4) D هي صورة النقطة C بالانسحاب الذي يحول B إلى ....

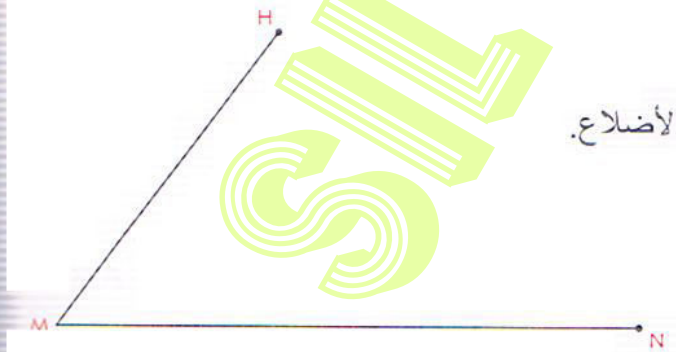
5) F هي صورة النقطة.... بالانسحاب الذي يحول D إلى E.

6) D هي صورة النقطة.... بالانسحاب الذي يحول A إلى C.

7) .... صورة النقطة.... بالانسحاب الذي يحول .... إلى.... .

3 إنشاء متوازي الأضلاع (1)

1) انقل الشكل على كراسك وباستعمال المِدوَر أنشئ النقطة K حتى يكون الرباعي MNKH متوازي الأضلاع.



2) ماذا نقول عن قطريه؟

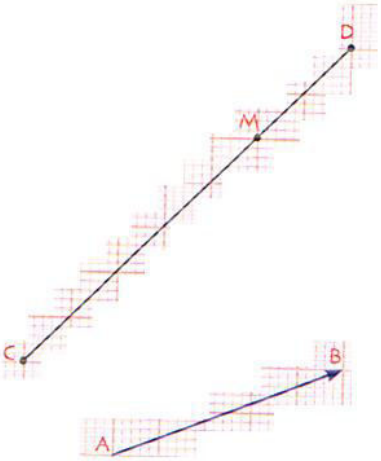
SILVER TUTOR

4 انشاء متوازي الأضلاع (2)

باستعمال المِدوَر والمسطرة غير المدرّجة أنشئ متوازي الأضلاع ABCD بحيث يكون [AC] قطرًا له.

5 صورة مستقيم بانسحاب

[CD]قطعة مستقيمة و M نقطة كيفية من القطعة [CD].



1) عيّن النقط C′، D′، M′ صور النقط C، D، M على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

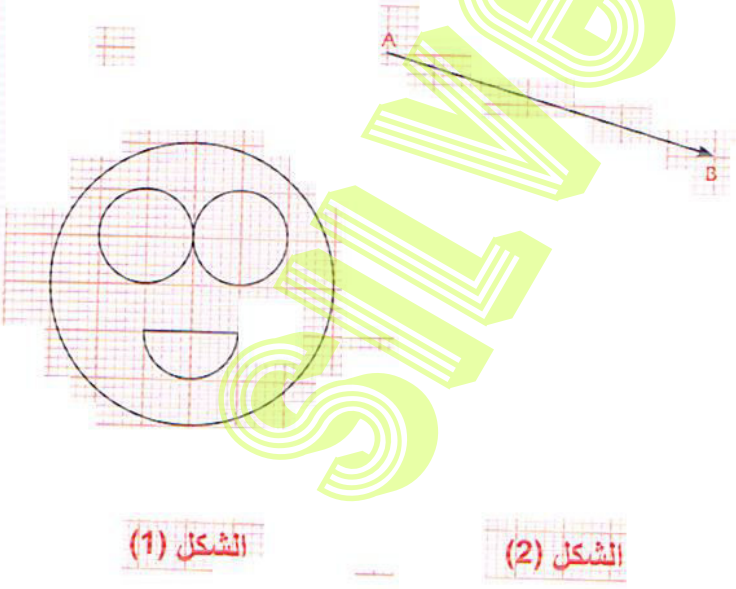
2) ماذا تلاحظ بالنسبة للنقط C′، D′، M′؟

3) اكمل الفراغات التالية:

القطعة المستقيمة[C′D′].... القطعة المستقيمة [CD].

المستقيم (C′D′).... المستقيم (CD).

6 صورة شكل هندسي بانسحاب



الشكل (1) الشكل (2)

1) باستعمال المرصوفة المقابلة أنشئ الشكل (2) صورة الشكل (1) المقابل بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.

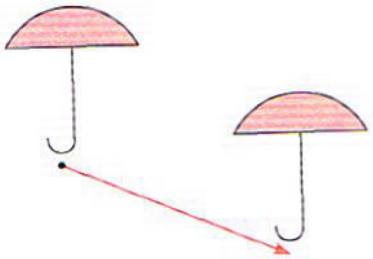
2) ماذا نقول عن الشكلين (1) و(2)؟

SILVER THORN

1 الانسحاب

انسحاب شكل هندسي معناه إزاحته على امتداد مستقيم بطول معيّن وفي اتجاهٍ معيّن.

مثال

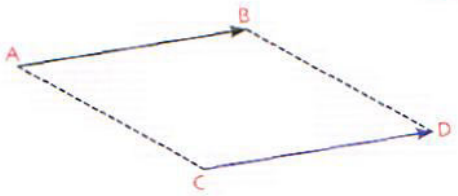


ملاحظة : الخواص الهندسية، الطول، المنحى والاتجاه تُمثَّل بثنائية نقطية (A ; B).

خاصية 1

إذا كان الانسحاب الذي يحول A إلى B ويحول كذلك C إلى D فإنّ الرباعي ABDC متوازي الأضلاع.

مثال



2 صور بعض الأشكال الهندسية بانسحاب

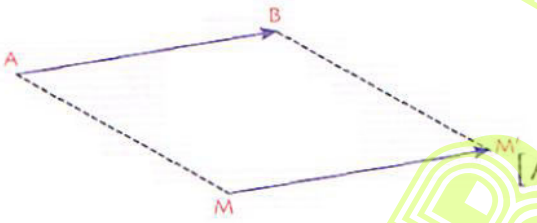
فيما يلي A و B نقطتان ثابتتان ومتمايزتان.

أ) صورة نقطة بانسحاب

A و B نقطتان و M نقطة كيفية من المستوي.

النقطة M′ صورة النقطة M بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

نميّز حالتين:



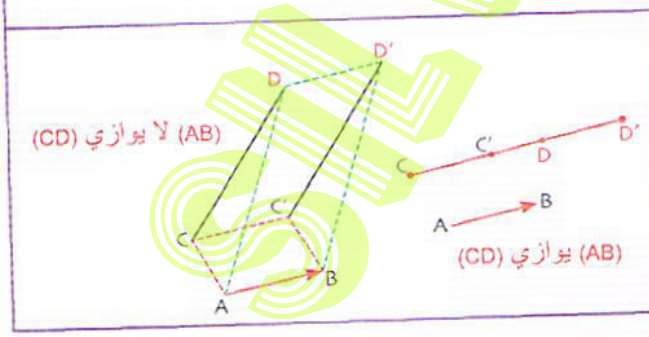
• النقط A، B و M ليست في استقامية.

معناه أنّ الرباعي ABM′M متوازي الأضلاع.

• النقط A، B و M في استقامية معناه النقطة M′ من المستقيم (AB) والقطعتين [AB] و [MM′] لهما نفس الطول و نفس المنحى و لنصفي المستقيمين (AB) و [MM′] نفس الاتّجاه.

ب) صورة قطعة مستقيم بانسحاب

صورة قطعة مستقيم بالانسحاب الذي يحول A إلى B هي قطعة مستقيم توازيها و تقايسها.

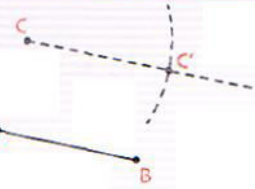


ملاحظة : النقطتان C′ و D′ هما صورتا النقطتين C و D على الترتيب بالانسحاب السابق.

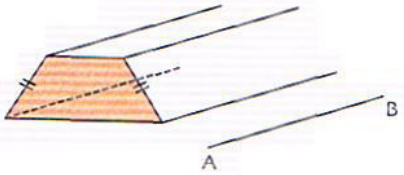
Siyer Tlemcen

• إنشاء صورة نقطة بانسحاب

مراحل الإنشاء

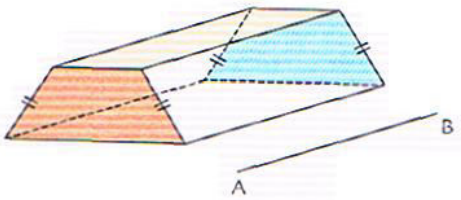
المرحلة (0)	المرحلة (1)	المرحلة (2)
		
إنشاء C' صورة النقطة C بالانسحاب الذي يحول A إلى B.	إنشاء مستقيم (Δ) يشمل النقطة C ويوازي (AB).	رسم دائرة مركزها النقطة C ونصف قطرها AB تتقاطع مع المستقيم (Δ) في النقطة C'.

تمرين 1 : أنشئ على كراسك شبه منحرف متساوي الساقين وباختيار الانسحاب المناسب وباستعمال المنظور المتساوي القياس أكمل الرسم للحصول على موشور قائم قاعدته شبه المنحرف السابق.



حل

- نرسم شبه المنحرف (باللون البرتقالي).
- نختار نقطتين متمايزتين A و B ثم ننشئ صور رؤوس شبه المنحرف بالانسحاب الذي يحول A إلى B.
- نصل بين صور النقط و نتحصل على شبه المنحرف المرسوم باللون الأزرق.

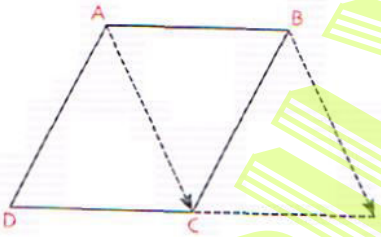


الشكل الناتج هو موشور قائم قاعدته شبه المنحرف.

تمرين 2 : أنشئ متوازي الأضلاع $ABCD$، النقطة I هي صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى C.

بيّن أنّ النقط C، D و I في استقامية وأنّ C منتصف $[ID]$.

حل



- $ABCD$ متوازي الأضلاع ومنه $(AB) // (CD)$ و $AB = CD$
- I هي صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى C

إذن الرباعي $ABIC$ متوازي الأضلاع ومنه $(AB) // (CI)$ و $AB = CI$.

نستنتج أنّ $(CI) // (CD)$ وبما أنّ لهما نقطة مشتركة C

إذن هما منطبقان ومنه النقط C، D، I في استقامية.

كذلك لدينا $AB = CI$ و $AB = CD$ إذن $CD = CI$ أي C منتصف $[ID]$.

دوري الآن

O، A و B ثلاث نقط ليست في استقامية، A' صورة A بالانسحاب الذي يحوّل O إلى A و B' صورة B بالانسحاب الذي يحوّل O إلى B. بيّن أنّ $A'B' = 2AB$

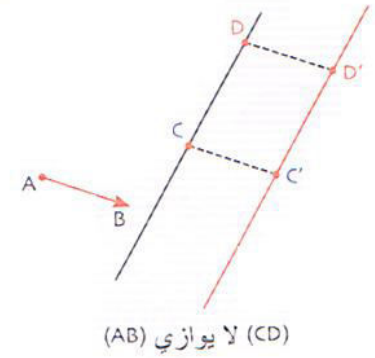
SILVER TUTOR

جـ) صورة مستقيم

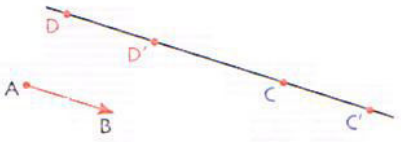
صورة مستقيم بالانسحاب الذي يحول A إلى B هو مستقيم يوازيه.

ملاحظة

عندما يكون المستقيم (CD) يوازي المستقيم (AB) فإنّ صورة المستقيم (CD) هو نفسه.



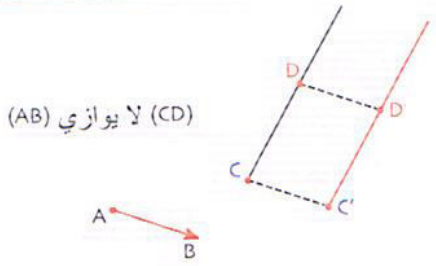
(CD) لا يوازي (AB)

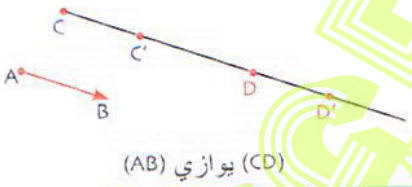


(CD) يوازي (AB)

د) صورة نصف مستقيم

صورة نصف مستقيم بالانسحاب الذي يحول A إلى B هو نصف مستقيم يوازيه وفي نفس الاتجاه.

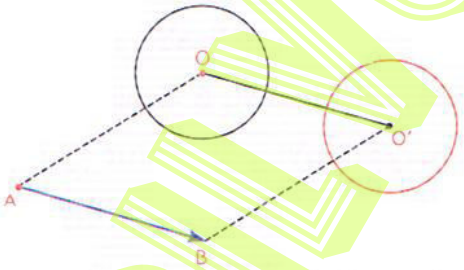




(CD) يوازي (AB)

هـ) صورة دائرة

صورة دائرة مركزها O ونصف قطرها r بالانسحاب الذي يحول A إلى B هي دائرة مركزها O′ ونصف قطرها r حيث O′ هي صورة O بهذا الانسحاب.



خواص

الانسحاب يحافظ على :

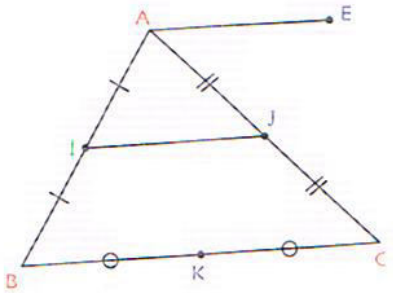
أ) المسافات ؛ ب) استقامية نقط

جـ) قيس الزوايا ؛ د) المساحات.

SILVER THOR

• استقامية ثلاث نقط

تمرين



ABC مثلث، I ، J ، K منتصفات الأضلاع [AB] و[AC] و[BC] على الترتيب.

أ) انشئ النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب t الذي يحوّل K إلى C.

ب) بيّن أنّ النقط E ، J ، K في استقامية.

حل

أ) إنشاء النقطة E.

ب) لدينا E هي صورة A بالانسحاب t.

A	⟶	E
I	⟶	J
B	⟶	K

- كذلك حسب مبرهنة المنتصفين المستقيم (IJ) يوازي المستقيم (BC) والقطعة IJ = KC ومنه فإنّ الرباعي IJCK متوازي الأضلاع.

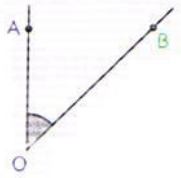
إذن J هي صورة I بالانسحاب t.

- K هي صورة B بالانسحاب t.

و بما أنّ النقط A، I و B في استقامية فإنّ النقط E، J وK في استقامية.

• صورة زاوية بانسحاب

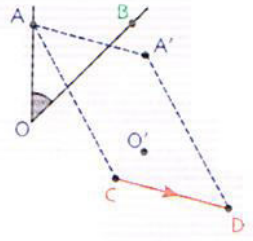
تمرين



أنشئ صورة الزاوية $\widehat{AOB}$ بالانسحاب الذي يحول C إلى D (الموضح في الشكل المقابل).

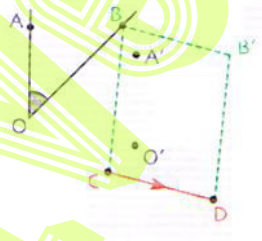
حل

• نبحث عن صور النقط O ، A ، B بالانسحاب الذي يحول C إلى D.

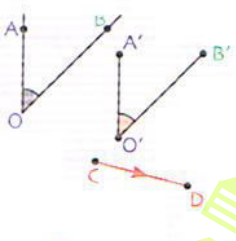


المرحلة ①

المرحلة ②



المرحلة ③



المرحلة ④

ملخص : صورة الزاوية $\widehat{AOB}$ بالانسحاب الذي يحول C إلى D هي زاوية $\widehat{A'O'B'}$ تقايسها .

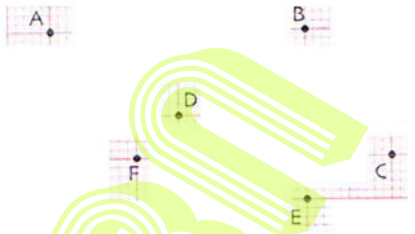
دوري الآن

أنشئ صورة المربع ABCD بالانسحاب الذي يحول A إلى C.

SILVER THORN

1 صحيح أو خطأ.

أجب بصحيح أو خاطئ على ما يلي:



أ) النقطة E هي صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول B إلى C.

ب) النقطة E هي صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول A إلى D.

جـ) النقطة C هي صورة النقطة F بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

2 ABC مثلث و(AH) الارتفاع المتعلق بالضلع [BC].

1) أنشئ النقطتين B' و C' صورتي النقطتين B و C على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى H.

2) ما طبيعة الرباعي $CBB'C'$؟ برّر جوابك.

3 ABCD معيّن مركزه O.

1) عيّن صورة المستقيم (AB) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى D.

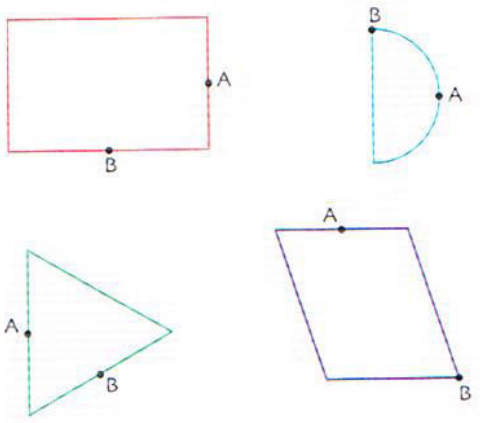
2) أنشئ النقطة K صورة النقطة O بالانسحاب الذي يحوّل A إلى D ثمّ استنتج صورة المثلث OAB بالانسحاب الذي يحوّل A إلى D.

4 1) أنشئ المعيّن ABCD حيث $AC = 6cm$ و $DB = 4cm$.

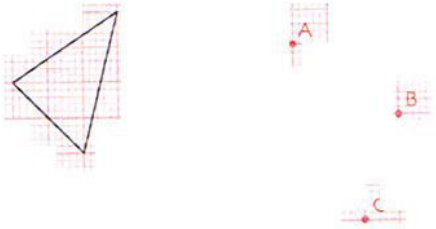
2) أنشئ النقط E، F و G صور النقط B، C و D بالانسحاب الذي يحوّل A إلى C.

ما طبيعة الرباعي EFGC؟ برّر جوابك.

5 أعد رسم الأشكال التالية ثمّ أنشئ صورها بالانسحاب الذي يحول A إلى B.



6



1) أنشئ باللون الأحمر صورة المثلث الأسود بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

2) أنشئ باللون الأخضر صورة المثلث الأحمر بالانسحاب الذي يحول B إلى C.

3) عيّن التحويل الذي يحول المثلث الأسود إلى المثلث الأخضر.

7 (ℭ) دائرة مركزها O، A و B نقطتان من (ℭ) غير متقابلتين قطريا.

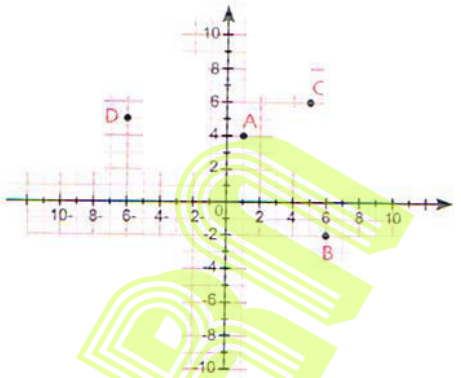
1) أنشئ النقطتين O' و B' صورتي النقطتين O و B بالانسحاب الذي يحول A إلى O.

2) ماهي صورة الدائرة (C) بهذا الانسحاب؟

3) بيّن أنّ المستقيمين (OB') و $(O'B)$ متعامدان.

SILVER THORN

8 المستوي منسوب إلى مَعلَم متعامد ومتجانس.



1) بقراءة بيانية عيّن إحداثيات النقط A، B، C، D.

2) أنشئ النقطتين C′ و D′ صورتي النقطتين C و D بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.

3) بقراءة بيانية عيّن إحداثيات النقطتين C′ و D′.

9 ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث AB = AC = 4cm.

1) أنشئ النقطة K نظيرة النقطة C بالنسبة إلى A.

2) أنشئ النقطة L نظيرة النقطة A بالنسبة إلى (BC).

3) أنشئ النقطة M صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحوّل C إلى A.

4) ما طبيعة الرباعي ABMK؟ برّر جوابك.

خواص الانسحاب

10 (ℰ) دائرة قطرها [AB]، M نقطة من الدائرة (ℰ) تختلف عن A و B، N صورة النقطة M بالانسحاب الذي يحول A إلى M، E نظيرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة M.

ما طبيعة الرباعي ABNE؟ برّر جوابك.

11 [AB] قطعة مستقيم طولها 4,5cm، (ℰ′) صورة الدائرة (ℰ) التي نصف قطرها 3cm بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

هل الدائرتان (ℰ) و (ℰ′) متقاطعتان ؟علل.

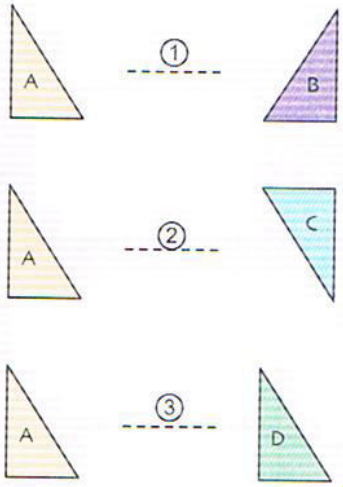
12 A، B، C، D أربع نقط من المستوي حيث المستقيم (AB) لا يوازي (CD)، E و F صورتا النقطتين C و D على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

ما طبيعة الرباعي CEFD؟ برّر جوابك.

13 ABC مثلث قائم في A حيث AB = 5cm و BC = 7cm. B′ و C′ صورتا النقطتين B و C على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى C.

احسب طول القطعة [CC′] بتقريب 0,01cm

14



بملاحظة الشكل أعلاه ، عيّن نوع التحويل في الحالات الثلاث التالية:

المثلث A يتحول إلى المثلث B.

المثلث A يتحول إلى المثلث C.

المثلث A يتحول إلى المثلث D.

15 1) أنشئ المثلث ABC حيث : AB = 5cm، AC = 8cm و BC = 11cm.

2) أنشئ M نقطة تقاطع محوري القطعتين [AB] و[AC]، و النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على [BC].

3) أنشئ صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي يحوّل H إلى M.

16 ABC مثلث ، I، J، K منتصفات الأضلاع [AB] و[AC] و[BC] على الترتيب، E صورة النقطة A بالانسحاب الذي يحول I إلى J.

بيّن أنّ النقط J، E وK في استقامية.

17 ABC مثلث، I و J منتصفا الضلعين [AB] و[AC] على الترتيب.

1) عيّن النقطة K صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول I إلى J.

2) قارن بين مساحة المثلث ABC و مساحة المثلث IJK.

18 A، B نقطتان متمايزتان من المستوي، D نقطة لا تنتمي إلى المستقيم $(\overleftrightarrow{AB})$، النّقطة C هي صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B، O منتصف [BD].

بيّن أنّ A نظيرة C بالنسبة إلى O.

19 ABC مثلث قائم في A، I منتصف [BC].

النقطة D هي صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى I.

بيّن أنّ المثلث BID متساوي الساقين.

20 1) ارسم متوازي الأضلاع ABCD مركزه O.

2) أنشئ النقطة D′ صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول B إلى D.

3) بيّن أنّ النقطة D′ تنتمي إلى المستقيم (BD).

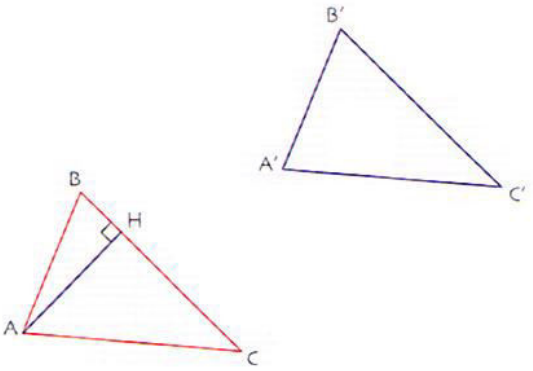
4) أثبت أنّ DD′ = 2OD.

5) ماذا تمثل النقطة D في المثلث ACD′؟

برّر جوابك

21 المثلث A′B′C′ صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي يحوّل A إلى A′، (AH) هو الارتفاع المرسوم من A في المثلث ABC.

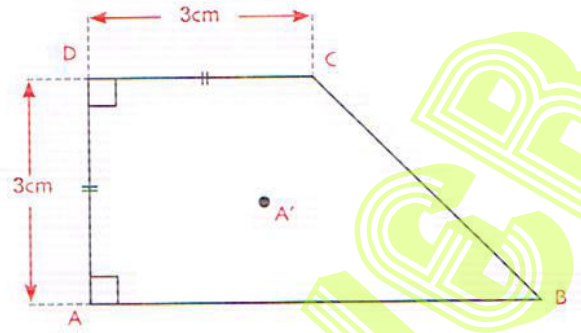
1) باستعمال المِدوَر و المسطرة غير المدرّجة أنشئ الارتفاع (A′H′) في المثلث A′B′C′.



2) لتكن النقط E، F، G، H حيث النقطة O هي منتصف الضلعين [EF] و[GH].

• أثبت أنّ النقطة F هي صورة النقطة G بالانسحاب الذي يحول E إلى H.

22 ABCD شبه منحرف قائم حيث AD = DC = 3cm و AB = 2AD كما هو موضح في الشكل أدناه.



A′ نقطة داخل شبه المنحرف بحيث AA′D مثلث متقايس الأضلاع.

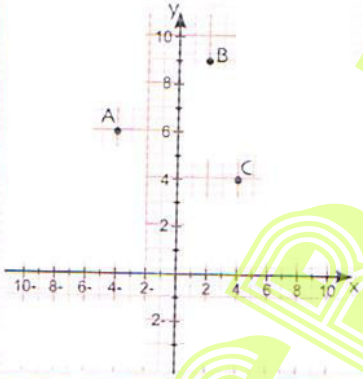
1) باستعمال المِدوَر فقط، أنشئ A′B′C′D′ صورة المضلع ABCD بالانسحاب الذي يحول A إلى A′.

2) ماهو قيس الزاوية $\widehat{A'D'C'}$؟ برّر

3) احسب مساحة المضلع ABCD.

ثمّ استنتج (دون حساب)مساحة المضلع A′B′C′D′ مع التعليل.

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إياها.

		عد الإطلاق أعود إلى الصفحة:
1	إذا كانت النقطة F هي صورة النقطة E بالانسحاب الذي يحول A إلى B فإن: أ) ABEF متوازي الأضلاع ؛ ب) ABFE متوازي الأضلاع ؛ جـ) AEBF متوازي الأضلاع.	186 و 187
2	صورة دائرة نصف قطرها 5cm بالانسحاب الذي يحول A إلى B هي دائرة قطرها: أ) 10cm ؛ ب) 25cm ؛ جـ) 5cm.	188
3	صورة مستقيم بالانسحاب الذي يحول A إلى B هو مستقيم: أ) يوازيه ؛ ب) يطابقه ؛ جـ) لا يوازيه.	186
4	من بين الاشكال المقابلة عيّن شكلين حيث يكون الأول هو صورة الثاني بانسحاب. 	188
5	صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى C هي النقطة D حيث: أ) D(-6;11). ب) D(-2;1). جـ) D(10;7).  	186
6	النقطة B هي صورة النقطة E بالانسحاب الذي يحول A إلى C معناه: أ) للقطعتين [AB] و[EC] نفس المنتصف. ب) القطعتان [BE] و[AC] متقايستان. جـ) للقطعتين [AE] و[BC] نفس المنتصف.	186
7	رباعي محدب قطراه [AC] و [BD] متعامدان فإنّ: أ) C صورة D بالانسحاب الذي يحول A إلى B. ب) يوجد تناظر بالنسبة إلى مستقيم يحول B إلى D. جـ) لا يوجد انسحاب.	186
8	(ℰ) دائرة قطرها [AB]، M نقطة كيفية من (ℰ)، A′، B′، M′ صور النقط A، B، M على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى B يكون المثلث A′B′M′: أ) متساوي الساقين ؛ ب) قائما ؛ جـ) متقايس الأضلاع.	188

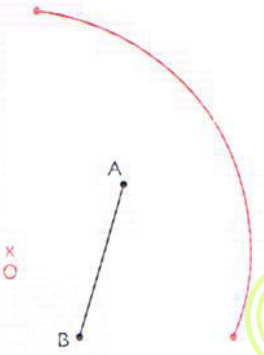
23 صورة قوس من دائرة

انقل الشكل على كراسك

ثمّ أنشئ في الشكل المقابل

صورة القوس من الدائرة

بالانسحاب الذي يحول A إلى B.



24 1) أنشئ المثلث ABC حيث $AB = 8cm$ ،

$AC = 10cm$ و $BC = 6cm$. ما طبيعة المثلث ABC؟

برّر جوابك.

2) عيّن قيسا للزاوية $\widehat{BCA}$ مدوّرا للوحدة.

3) أنشئ النقطة D من القطعة [AC] بحيث

$AD = \frac{2}{5}AC$ ثمّ أنشئ المستقيم العمودي على (BC)

و يشمل النقطة D، يقطع المستقيم (BC) في النقطة E.

4) احسب الطول CE ثمّ DE.

5) أنشئ النقطة L صورة النقطة B بالانسحاب الذي

يحول C إلى A.

ما طبيعة الرباعي CBLA؟ برّر جوابك.

6) بيّن أنّ المستقيمين (AL) و (AB) متعامدان.

7) احسب مساحة الرباعي CBLA.

8) أنشئ المستقيم العمودي على (AC) و يشمل B يقطع

[AC] في النقطة K. احسب BK.

25 (Δ) و (Δ′) مستقيمان غير متوازيين.

1) هل يوجد انسحاب يحول (Δ) إلى (Δ′) ؟ برّر.

2) ارسم مستقيمين متوازيين (Δ) و (Δ′).

• عيّن على الأقل ثلاث انسحابات تحول (Δ) إلى (Δ′).

26 1) ارسم دائرة مركزها I ثمّ عيّن عليها النقط

L ،N ،M.

A نقطة خارج الدائرة.

2) أنشئ النقط M′ ، N′ ، L′ صور النقط M، N، L

على الترتيب بالانسحاب الذي يحول L إلى A.

3) باستعمال المدور فقط ،أنشئ مركز الدائرة المحيطة

بالمثلث M′N′L′.

27 1) ارسم دائرة قطرها [MN] و مركزها I.

لتكن A نقطة ثابتة من هذه الدائرة.

2) أنشئ النقط M′ ، N′ ، A′ صورالنقط M، N، A

على الترتيب بالانسحاب الذي يحول I إلى A.

3) لماذا المثلث M′N′A′ قائم ؟ برّرجوابك.

4) ماذا يمثل منتصف القطعة [M′N′]؟

28 1) أنشئ متوازي الأضلاع ABCD ثمّ النقط:

أ) I صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى C.

ب) J صورة النقطة A بالانسحاب الذي يحول B إلى D.

2) بيّن أنّ النقط J، D، C، I في استقامية.

3) بيّن أنّ $JD = CI$.

29 ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A. I منتصف

[BC] وD نظيرة A بالنسبة إلى I.

1) ارسم الشكل.

2) أنشئ النقطتين B′ و C′ صورتي B، C على الترتيب

بالانسحاب الذي يحول A إلى I.

3) أثبت أنّ D منتصف [B′C′].

4) ما طبيعة المثلث B′IC′؟ برّرجوابك.

30 في مَعلَم متعامد ومتجانس مبدؤه O، أنشئ

النقط A(1;3)، B(-4;2)، C(3;6)، D(-3;-2)

و A′(4;-4).

1) عيّن إحداثيات النقط B′، C′، D′ صور النقط B،

C، D على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى A′.

2) عيّن إحداثيي النقطة E حيث D هي صورة E بالانسحاب السابق.

31 LMN مثلث قائم في L، حيث LM = 6cm و MN = 8cm.

1) أنشئ النقط :

H المسقط العمودي للنقطة L على القطعة [MN].

I و J صورتي النقطتين M و N على التّرتيب بالانسحاب الذي يحول L إلى H.

2) عيّن بقيم تقريبية محيط ومساحة المثلث HIJ.

ما طبيعة الرباعي IMNJ؟ ثمّ احسب مساحته.

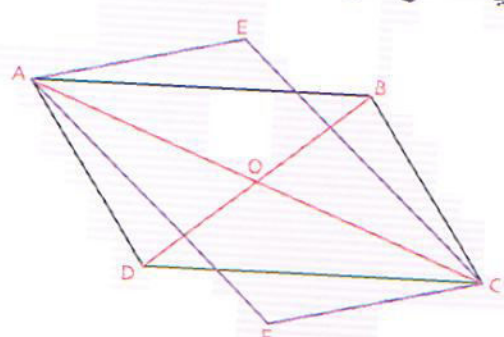
32 1) ارسم دائرة (ℰ) مركزها O ونصف قطرها 3cm، A، B و C ثلاث نقط من الدائرة (ℰ) بحيث المثلث ABC متساوي الساقين في A حيث AB = AC = 5cm.

2) أنشئ النقطتين D و E صورتي A، C على الترتيب بالانسحاب الذي يحول B إلى C.

3) أنشئ بعناية الدائرة (ℰ′) التي تشمل رؤوس المثلث CDE.

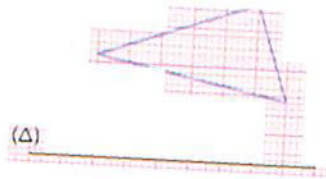
4) أثبت أنّ المستقيم (AD) مماس مشترك للدائرتين (ℰ) و(ℰ′).

33 ABCD متوازي أضلاع مركزه O و AECF متوازي أضلاع أخر، كما هو موضح في الشكل أدناه.



أثبت أنّ الرباعي DEBF متوازي الأضلاع.

34



باستعمال المرصوفة أعلاه.

1) أنشئ باللون الأحمر نظير المثلث الأزرق بالنسبة للمستقيم (Δ).

2) أنشئ باللون الأخضر نظير الشكل الأحمر بالنسبة للمستقيم (D).

3) ما طبيعة التحويل الذي يحول المثلث الأزرق إلى الشكل الأخضر؟

35 أنشئ النقطة P من المستقيم (Δ) و النقطة Q من المستقيم (Δ′) بحيث الرباعي APQB متوازي الأضلاع.

36 ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4cm.

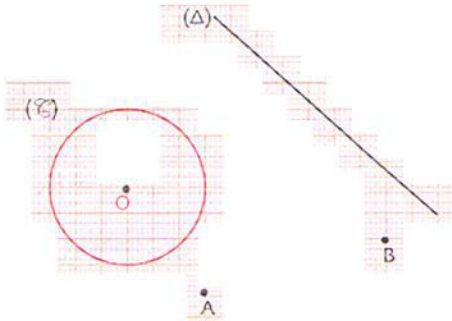
A′، B′، C′ صور النقط A، B و C على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

احسب مساحة الدائرة التي تشمل النقط A′، B′، C′.

وضعية

السند

(Δ) مستقيم، (ℰ) دائرة مركزها O، A و B نقطتان متمايزتان (كما هو موضح في الشكل المقابل)

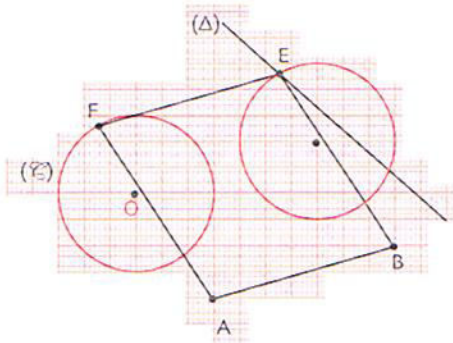


التعليمة

كيف يمكن اختيار نقطة F من (ℰ) و نقطة E من (Δ) بحيث الرباعي ABEF متوازي الأضلاع؟

تحليل وضعية

- المشكلة تتعلق بإنشاء نقطتين.
- أيهما ترسم أولا E أم F؟
- ABEF متوازي الأضلاع معناه النقطة E صورة النقطة F بانسحاب الذي يحول A إلى B.
- هل دائما E و F موجودتان؟



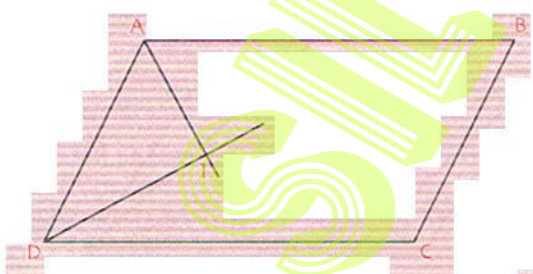
تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

- نرسم الدائرة (ℰ′) صورة الدائرة (ℰ) بالانسحاب الذي يحول A إلى B.
- E هي نقطة تقاطع الدائرة (ℰ′) مع المستقيم (Δ).
- الوضعية في هذه الحالة لها حلان.
- ننشئ النقطة F بحيث الرباعي ABEF متوازي الأضلاع.

ملاحظة

يمكن أن يكون متوازي الأضلاع غير موجود في حالة الدائرة (ℰ′) و المستقيم (Δ) لا يتقاطعان.

وضعية للتقويم



ABCD متوازي الأضلاع ، منصفا الزاويتين $\widehat{A}$ و $\widehat{D}$ يتقاطعان في النقطة I، منصفا الزاويتين $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ يتقاطعان في النقطة J.

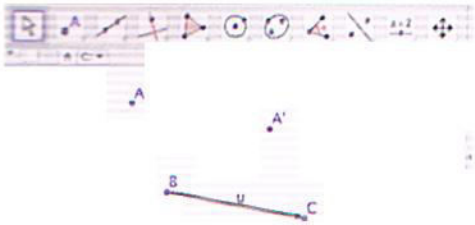
نسمي (ℰ) الدائرة التي تشمل النقط A، D، I.

نسمي (ℰ′) الدائرة التي تشمل النقط B، C، J.

بيّن أنه يوجد انسحاب يحول الدائرة (ℰ) إلى الدائرة (ℰ′) (يُطلب تعيينه).

SILVER THORN

استعمال جيوجيبرا لإنشاء صور أشكال هندسية



تهيئة

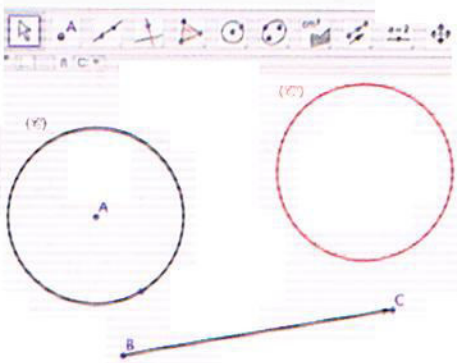
افتح ورقة عمل جديدة، ثمّ انقر على أيقونة إخفاء المحاور.

1) صورة نقطة بانسحاب.

مثلا: صورة النقطة A بالانسحاب الذي يحول B إلى C.

خذ نقطة كيفية بالنقر على ، انقر على ورقة العمل النقط A، B، C ثم انقر على واختر(انسحاب) translation انقر أولا على النقطة A ثمّ B و C تتحصل على النقطة A′.

A′ هي صورة النقطة A بالانسحاب الذي يحول B إلى C.



2) صورة دائرة بانسحاب.

أ) طريقة أولى

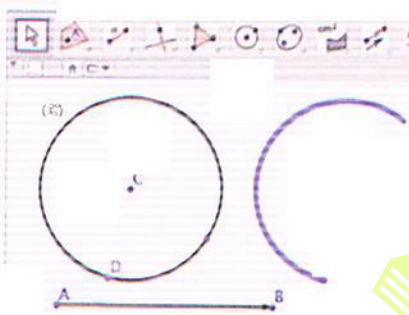
نبحث عن صورة دائرة بالانسحاب.

انقر على أيقونة دائرة ثمّ انقر لاختيار النقطتين B و C، انقر على الدائرة ثمّ على النقطتين B و C تتحصل على دائرة أخرى صورة الدائرة الأولى.

- انقر ثمّ اختر ، انقر على الدائرة الأولى اقرأ مساحة القرص ثمّ على الدائرة الصورة و اقرأ مساحة القرص الصورة ، ماذا تلاحظ؟

ب) طريقة ثانية (إنشاء حركي)

في ورقة العمل ننقر على لتحديد نقطتين A،B ثمّ ننقر على نرسم دائرة مركزها C ونصف قطرها مثلا 3 ،ثمّ ننقر على لفتحها و نختار لتحديد نقطة كيفية D على الدائرة (C) بالنقر عليها.



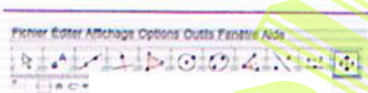
أنشئ D′ صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

ننقر بيمين الفأرة على النقطة D′ تظهر نافذة نختار Afficher la trace

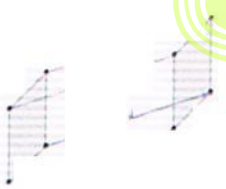
باستعمال الفأرة نحرك النقطة D على الدائرة (C).

ستتشكل نقطة نقطة صورة الدائرة (C) بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

دوري الآن



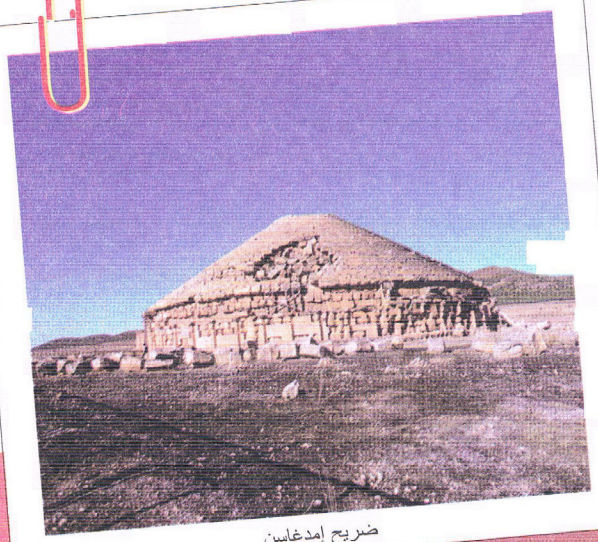
- باتباع الطريقتين أ) أو ب)عيّن بالانسحاب صورة قطعة مستقيم، نصف مستقيم ، مثلث.
- باستعمال مفهوم الانسحاب أنشئ موشورا قائما قاعدته متوازي الأضلاع.



13 الهرم و مخروط الدوران

سأتعلّم في هذا الباب

- وصف الهرم ومخروط الدوران.
- تمثيل الهرم ومخروط الدوران.
- إنجاز تصميم لهرم ولمخروط دوران أبعادهما معلومة.
- صنع هرم ومخروط دوران أبعادهما معلومة.
- حساب حجم كل من الهرم ومخروط الدوران.



ضريح إمدغاسن

يقع ضريح إمدغاسن في بلدية بومية، ولاية باتنة ، حوالي 400 كلم من الجزائر.

أثبتت الدراسات الأثرية أنه بُني في أوائل القرن الثالث قبل الميلاد ليكون قبرا لملك عظيم من أسلاف الملك الأمازيغي ماسينيسا مؤسس نوميديا أول دولة أمازيغية. صُنِّف الضريح كمَعلم تاريخي قبل سنة 1900م.

يبدو الجزء السفلي منه في شكل أسطواني يقدّر قطره بحوالي 59m و ارتفاعه 5m، أما الجزء العلوي فشكله مخروط دوراني له نفس قاعدة الأسطوانة، و ارتفاعه يبلغ 13,50m.

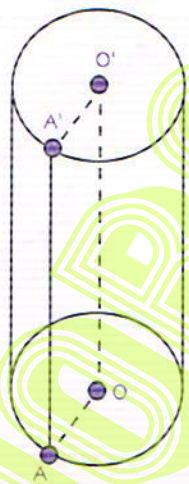
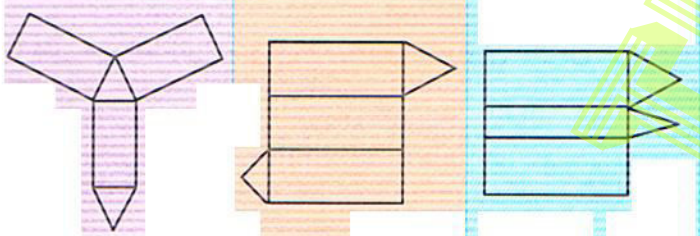
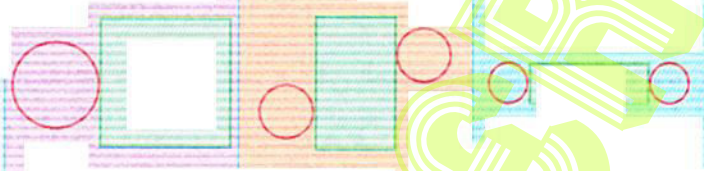
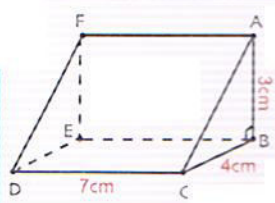
تحدّي

1) باستعمال المنظور متساوي القياس ارسم تمثيلا لضريح إمدغاسن.

2) احسب حجم هذا الضريح.

SILVER THORN

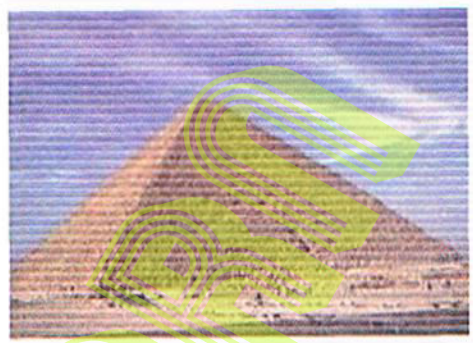
جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.

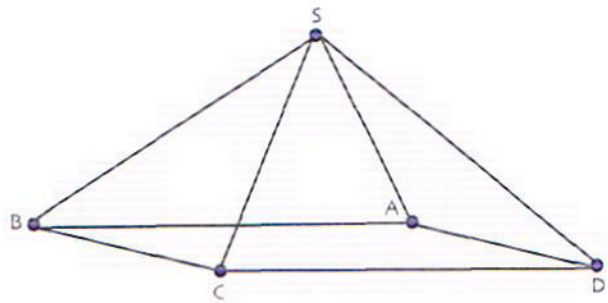
الأسئلة	الإجابات (1)	(2)	(3)
1. هذه الأسطوانة ناتجة عن دوران $AOO'A'$ حول المستقيم (OO')، إذن الرباعي $AOO'A'$: 	معيّن	مستطيل	مربّع
2. تصميم لموشور قائم هو: 			
3. تصميم لأسطوانة دوران هو: 			
4. حجم الموشور القائم الآتي هو: 	$42cm^3$	$48cm^2$	$84cm^3$
5. أسطوانة دوران نصف قطر قاعدتها 3,5cm وارتفاعها 7cm، حجمها هو:	$24,5\pi\ cm^3$	$49\pi\ cm^3$	$85,75\pi\ cm^3$

SILVER THORN

1 وصف الهرم

قامت مريم بتمثيل الهرم المقابل وفق المنظور متساوي القياس فتحصّلت على المجسّم ABCDS كما هو مبيّن في الشكل.





1) أ) أعد رسم الشّكل وصحّح الأخطاء المرتكبة.

. نقول إنّ النقطة S هي رأس الهرم ABCDS و قاعدته هي الرباعي ABCD.

ب) اذكر عناصر أخرى للهرم ABCDS.

2) مثّل في الحالتين - وفق المنظور متساوي القياس - هرما قاعدته:

أ) مثلّث.

ب) مضلّع كيفي.

2 حجم الهرم

ABCDEFGH مكعّب طول حرفه 6cm، مثّلنا داخل هذا المكعّب ثلاثة أهرامات، قاعدة كلّ هرم هي وجه وارتفاعه هو طول الحرف في المكعّب. (انظر الأشكال أدناه)

1) أ) حدّد قاعدة ورأس كلّ هرم.

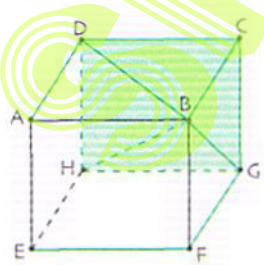
ب) تحقّق أنّ الأوجه المتماثلة للأهرامات الثلاثة قابلة للتطابق مثنى مثنى.

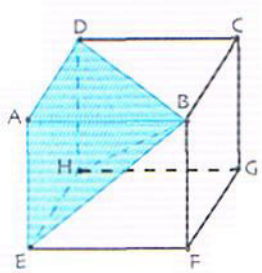
2) أ) احسب حجم المكعّب ABCDEFGH.

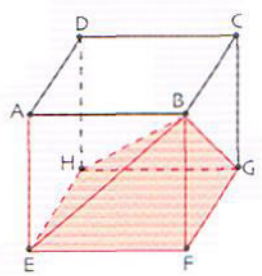
ب) استنتج حجم كلّ هرم.

3) أ) حدّد مساحة قاعدة كلّ هرم وارتفاعه.

ب) اقترح دستورا يسمح بحساب حجم الهرم في الحالة العامة انطلاقا من مساحة قاعدته وارتفاعه.







SILVER TUDE

3 وصف مخروط الدوران

1) أ) أُرسم على ورق مقوى مثلّثا OSM قائما في النّقطة O بحيث OS = 6cm و OM = 4cm.

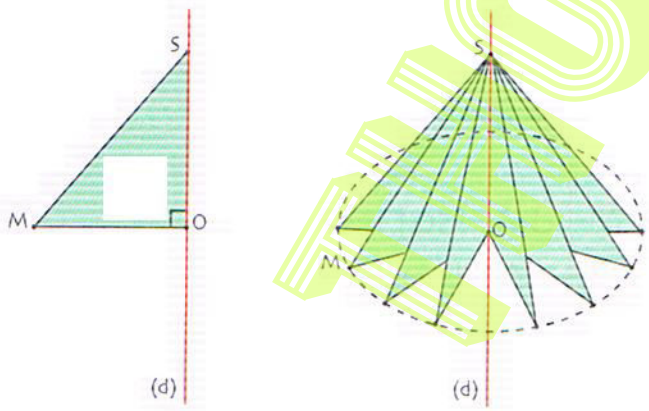
ب) ثبّت الضلع [OS] على قلم بشريط لاصق ثمّ دوّر القلم.

جـ) في حالة الدوران دورة كاملة حول المحور (d) ما طبيعة الشكل الذي ترسمه النّقطة M؟

2) عند دوران المثلّث OSM حول المحور (d) فإنّه يولّد مجسّما يسمّى مخروط الدوران نصف قطر قاعدته 4cm وارتفاعه 6cm.

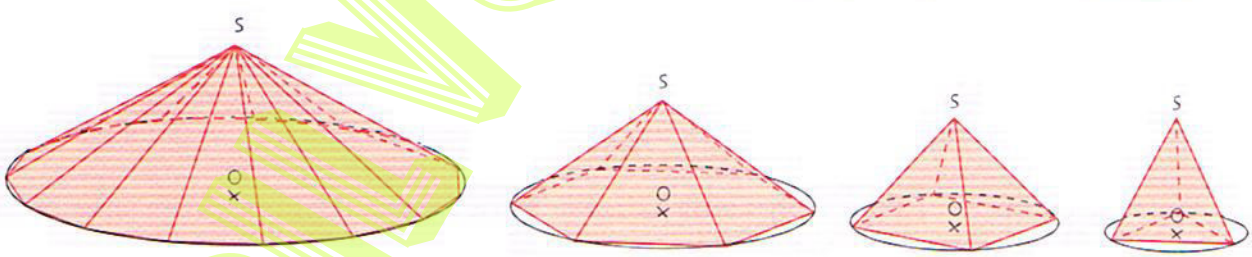
أ) هل توجد مجسّمات دورانية أخرى؟

ب) إذا كان الجواب نعم، فبأيّ شكل نستبدل المثلّث OSM للحصول على هذا المجسّم الدوراني.



4 حجم مخروط الدوران

باستعمال برمجية هندسية رسمنا مجموعة من الأهرامات، حيث في كل حالة رمزنا إلى رأس كلّ هرم بالحرف S، كما أنّ رؤوس قاعدة كلّ هرم تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O.



1) بزيادة عدد رؤوس قاعدة الهرم، إلى أيّ مجسّم يؤول هذا الهرم؟

2) اقترح دستورا يسمح بحساب حجم مخروط الدوران في الحالة العامة انطلاقا من طول نصف قطر قاعدته وارتفاعه.

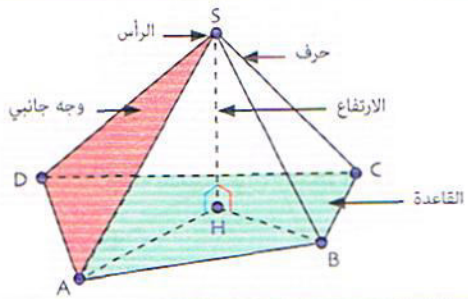
1 الهرم

• وصف الهرم

الهرم هو مجسّم في الفضاء حيث:

• أحد أوجهه هو مضلّع ويسمّى القاعدة.

• الأوجه الأخرى هي مثلّثات لها رأس مشترك يسمّى رأس الهرم، وتسمّى هذه الأوجه الأوجه الجانبية.



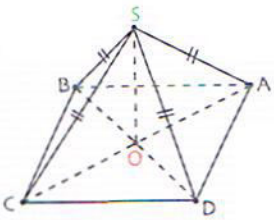
ملاحظات وتذكير

• نسمّي ارتفاع الهرم: الضلع [SH] الذي يعامد القاعدة، وأيضا الطول SH.

• إذا كانت القاعدة مضلّعا منتظما (مثلّث متقايس الأضلاع، مربّع، خماسي منتظم، ...) فيسمى الهرم هرما منتظما.

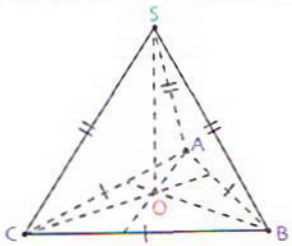
• الأوجه الجانبية لهرم منتظم هي مثلّثات متقايسة، وكل منها متساوي الساقين.

- ارتفاع الهرم المنتظم يشمل مركز القاعدة.



هرم منتظم قاعدته مربع مركزه O.

الارتفاع [SO] يشمل مركز المربع ABCD.



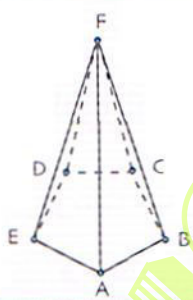
هرم منتظم قاعدته مثلّث متقايس الأضلاع مركزه O.

الارتفاع [SO] يشمل مركز المثلّث ABC.

• تمثيل الهرم

نمثّل هرما باستعمال التمثيل بالمنظور المتساوي القياس، مع مراعاة قواعد هذا التمثيل. (الخطوط غير المرئية تمثّل بخطوط متقطعة، حفظ التوازي والاستقامية والمنتصفات ...)

مثال



• حجم الهرم

• حجم الهرم يساوي ثلث جداء مساحة قاعدة وارتفاع هذا الهرم.

إذا رمزنا بـ $\mathcal{A}$ إلى مساحة القاعدة وإلى الارتفاع بـ h وإلى الحجم بـ $\mathcal{V}$ فإن: $\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A} \times h}{3}$.

مثال

في الهرم المقابل، القاعدة مستطيلة الشكل بُعداها 4cm، 5cm وارتفاعه 9cm.

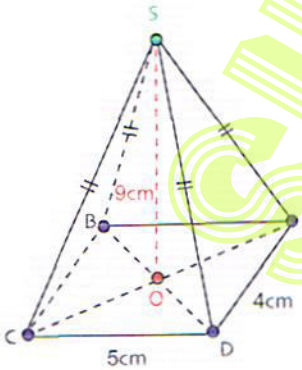
مساحة القاعدة: $4 \times 5 = 20$،

إذن: $\mathcal{A} = 20cm^2$

و منه حجم الهرم:

$\frac{20 \times 9}{3} = 60$،

إذن: $\mathcal{V} = 60cm^3$.



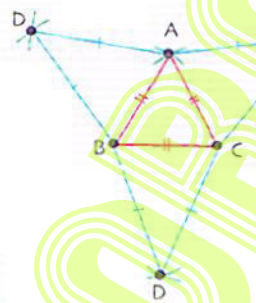
• تصميم وصنع هرم

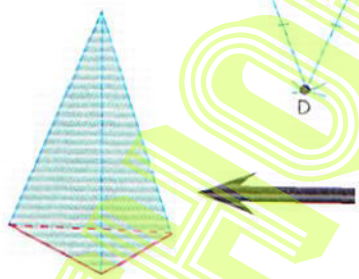
تمرين: ABCD هرم منتظم قاعدته مثلّثية طول ضلعها 3cm وأطوال أحرفه الجانبية 4cm.

1) ارسم بالأطوال الحقيقية تصميما للهرم المعتبر على ورق مقوى، ثمّ قصّه.

2) اصنع هذا الهرم.

حل





طريقة

لإنجاز تصميم لهرم ثمّ صنعه على ورق مقوى:

1) أُحصي أوّلا عدد أوجه هذا الهرم.

2) أرسم قاعدة هذا الهرم ثمّ أوجُهه الجانبية بأبعادها الحقيقية المعطاة مستعملا الأدوات المناسبة.

3) أصنع الهرم بعد القَص واللّصق بالطريقة المناسبة.

تعاليـــق

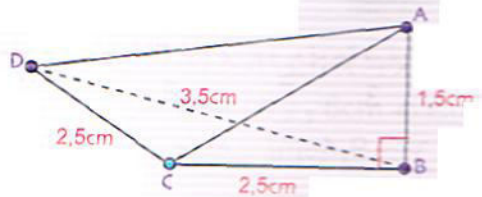
- الهرم المراد انجاز تصميم له وصنعه هو هرم منتظم قاعدته مثلّث متقايس الأضلاع والأوجه الجانبية له هي مثلّثات متقايسة، وكلّ منها متساوي الساقين.
- نستعمل مسطرة غير مدرجة ومدور لرسم المثلّث متقايس الأضلاع والمثلّثات متساوية الساقين فنحصل على التصميم المقابل.
- نقصّ التصميم مع ترك حاشيات على حافات الأوجه الجانبية ثمّ نضع عليها الغراء.
- نصنع هذا الهرم وذلك بلصق الحاشيات بطريقة مناسبة.

دوري الآن

1) أ) ارسم بالأطوال الحقيقية تصميما لهرم منتظم قاعدته مربّعة الشكل طول ضلعها 4cm وارتفاعه 7,5cm على ورق مقوى.

ب) اصنع هذا الهرم.

2) باستعمال ورق مقوى، اصنع الهرم الممثّل في الشكل أدناه محترما أبعاده الحقيقية.



3) هرم منتظم قاعدته مربّع طول ضلعه 5cm وارتفاع هذا الهرم هو 8cm.

احسب حجم هذا الهرم.

4) ارتفاع هرم منتظم هو 5cm وحجمه هو $81cm^3$.

احسب مساحة قاعدة هذا الهرم.

5) هرم منتظم قاعدته مثلّث.

ارتفاع كل وجه جانبي فيه يساوي 1,5cm ومساحته الجانبية تساوي $1,35cm^2$.

• احسب طول ضلع القاعدة.

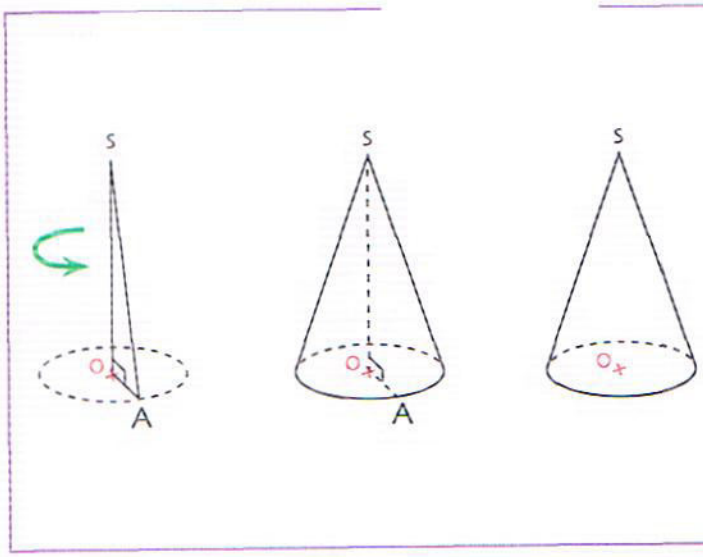
2 مخروط الدوران

• وصف مخروط الدوران

مخروط الدوران هو المجسّم المولّد بدوران مثلّث قائم حول أحد ضلعيه القائمين.

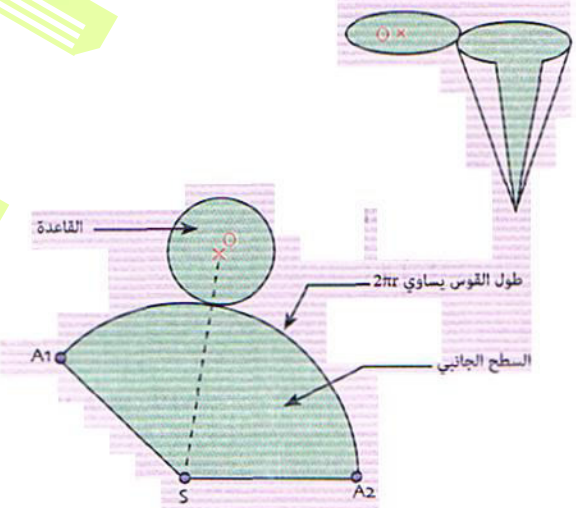
في المخروط المرسوم في الشّكل المقابل لدينا:

- رأس هو النقطة S.
- قاعدة هي القرص الذي مركزه O ونصف قطره [OA].
- القطعة [SO] هي ارتفاع المخروط.
(الطول SO هو كذلك ارتفاع المخروط)
- كلّ قطعة [SA] حيث A نقطة من الدائرة هي مولّد السطح الجانبي للمخروط.



• تمثيل وتصميم مخروط الدوران

- يتكوّن تصميم مخروط الدوران من قرص يمثّل قاعدته ومن قطاع قرص يمثّل سطحه الجانبي.



مثال

نعتبر مخروط الدوران الذي نصف قطر قاعدته يساوي r وتمثيله بالمنظور متساوي القياس كما يلي:

الشكل المقابل يمثّل تصميم هذا المخروط.

• حجم مخروط الدوران

- حجم مخروط الدوران يساوي ثلث جداء مساحة قاعدة وارتفاع هذا المخروط.
- إذا رمزنا إلى نصف قطر القاعدة بـ r وإلى الارتفاع بـ h وإلى الحجم بـ $\mathcal{V}$ فإن:

$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}.$$

مثال

مخروط دوران ارتفاعه $h = 4cm$ ونصف قطر قاعدته $r = 1,5cm$، حجمه:

$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times (1,5)^2 \times 4}{3} = 3\pi cm^3$$

إذن: $\mathcal{V} = 3\pi cm^3$ ومنه $\mathcal{V} \simeq 9,4cm^3$.

SILVER THORN

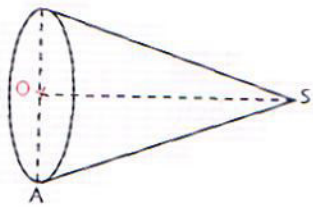
• تصميم وصنع مخروط دوران

تمرين

في المخروط المقابل، لدينا:

$SA = 5cm$ و $OA = 3cm$.

أنجز تصميما لهذا المخروط.



حل

- نرسم بالتقريب شكلا يمثّل تصميما للمخروط. (انظر الشكل المقابل)

- لحساب α نبحث عن طول القوس $\overset{\frown}{A_1A_2}$، وليكن L.

بما أنّ L يساوي محيط القاعدة فإنّ $L = 2 \times \pi \times r$

أي $L = 2 \times 3,14 \times 3 = 18,84$، إذن: $L = 18,84$

محيط الدائرة التي مركزها S ونصف قطرها SA هو $2 \times \pi \times SA$

أي: $2 \times 3,14 \times 5 = 31,4$.

لدينا جدول التناسبية الآتي:

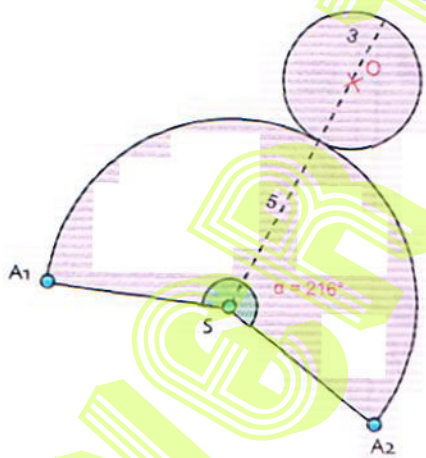
الزاوية المركزية بالدرجات	360	α
طول القوس بـ cm	31,4	18,84

نستنتج أنّ: $31,4 \times \alpha = 360 \times 18,84$

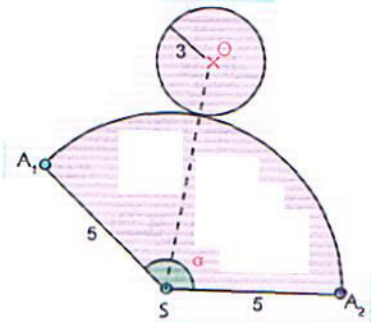
ومنه: $\alpha = \frac{360 \times 18,84}{31,4} = 216$.

إذن: $\alpha = 216°$.

- إنجاز التصميم:



تعاليـــق



لإنشاء القوس $\overset{\frown}{A_1A_2}$ نعيّن أولا القيس α.

في الدائرة التي مركزها S ونصف قطرها SA، طول القوس متناسب مع قيس الزاوية التي تعيّن هذه القوس.

طريقة

تصميم مخروط دوران هو شكل مستو يتألف من:

1) قطاع قرص نصف قطره L، حيث L هو طول مولّد للمخروط.

2) قرص نصف قطره r حيث r هو نصف قطر قاعدة المخروط.

دوري الآن

1) أ) اشرح كيف تصنع مخروطا دورانيا إذا علمت أنّ قطر قاعدته 6cm وارتفاعه 9cm.

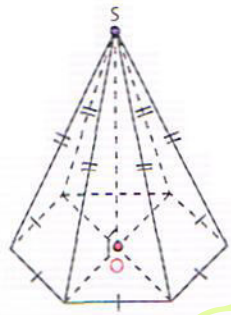
ب) احسب حجم هذا المخروط.

2) ارتفاع مخروط دوراني هو 5,5cm وحجمه $51,27cm^3$.

احسب نصف قطر قاعدة هذا المخروط.

وصف الهرم

1 تمعّن في المجسّم المقابل.



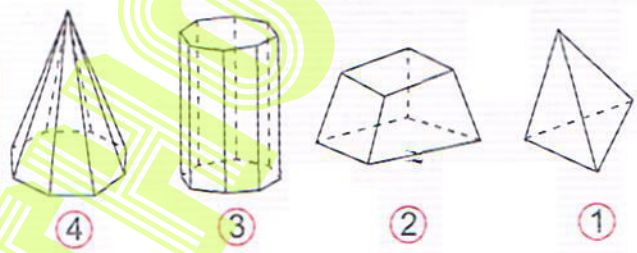
1) كيف يسمّى هذا المجسّم؟

2) ما اسم الشّكل الهندسي لقاعدته؟

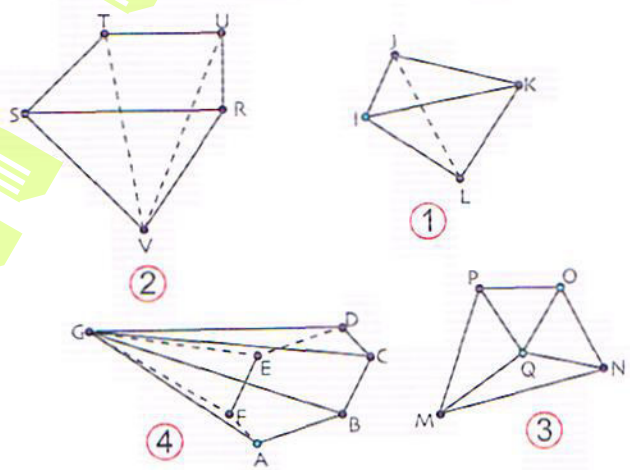
3) ما هو الشّكل الهندسي لأوجهه الجانبية؟

4) ماهي نقطة تقاطع ارتفاع هذا المجسّم مع قاعدته؟علّل.

2 من بين المجسّمات الآتية، حدّد الذي يمثّل هرما والذي لا يمثّل هرما مع التعليل.



3 تمعّن في التمثيلات الآتية لأربعة أهرامات:



انقل ثمّ أتمم الجدول الآتي:

الهرم	①	②	③	④
تسميته	IJKL			
قاعدته			MNOP	
قمّته (رأسه)				G
شكل قاعدته				
عدد أوجهه الجانبية				
عدد أحرفه		8		

التمثيل بالمنظور متساوي القياس لهرم

4 1) ارسم هرما منتظما قاعدته مربّع طول ضلعه 5cm وارتفاعه 6cm.

2) وضّح على الرسم خواص هذا الهرم.

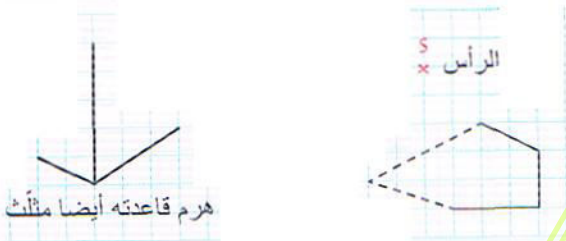
3) ما هو عدد أوجهه الجانبية وعدد أحرفه؟

5 1) ارسم هرما منتظما قاعدته مثلّث طول ضلعه 2cm وارتفاعه 4cm.

2) وضّح على الرسم خواص هذا الهرم.

3) ما هو عدد أوجهه الجانبية وعدد أحرفه؟

6 انقل كلّا من المرصوفتين ثمّ أتمم تمثيل الهرمين.

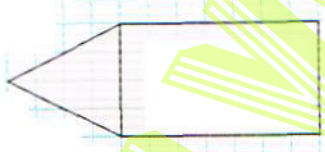


تصميم وصنع هرم

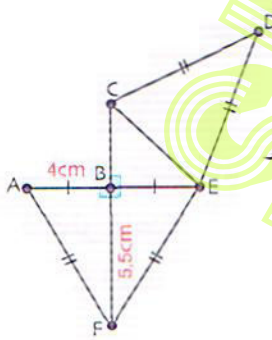
7 1) أنجز تصميما لهرم منتظم قاعدته سداسي طول ضلعه 2,5cm وارتفاع كلّ وجه جانبي 9cm.

2) اصنع هذا الهرم.

8 انقل، على مرصوفة، ثمّ أكمل التصميم لهرم علما أنّ كلّ أوجهه الجانبية مثلّثات متساوية الساقين.



9 التصميم المقابل هو لهرم.



1) باعتبار ABF قاعدة له، حدّد ارتفاع هذا الهرم.

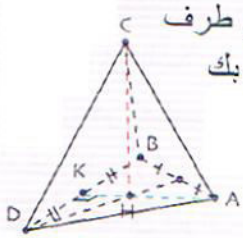
2) أنجز التصميم للهرم باعتبار الأبعاد الحقيقية له.

3) اصنع الهرم وتحقّق من إجابتك في السؤال أ).

Siweb Tlidi

حساب حجم هرم

10 اقرأ النّص والحلّ المنجز من طرف أحد التلاميذ، ثمّ حرّر حلا خاص بك مع الأخذ بملاحظات الأستاذ.



النصّ: احسب حجم الهرم ABCD. علما أنّ $CH = 9cm$ ، $BD = 12cm$ ، $AK = 8cm$.

حل التلميذ مع ملاحظات الأستاذ بالأحمر :

حجم الهرم: $\frac{1}{3} S \times h$. على ماذا يدلّ الرمز S في هذا الدستور؟

$\frac{1}{3} \times 8 \times 9 = \frac{8 \times 9}{3} = 24$. هذا خطأ

فحجم الهرم هو 24. أين وحدة الحجم؟

11 انقل ثمّ أكمل الجدول الآتي:

الهرم	①	②	③
مساحة القاعدة	$15cm^2$	$5dm^2$	
الارتفاع	10cm		45mm
الحجم		$8dm^3$	$1200mm^3$

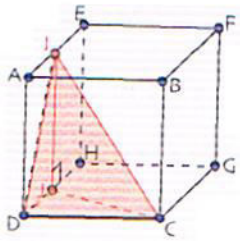
12 1) SABCD هرم رأسه S وقاعدته مستطيلة الشّكل، بحيث $AB = 4,2cm$ ، $BC = 3,5cm$ وارتفاعه $6,3cm$.
احسب حجم هذا الهرم بـ cm^3 ثمّ بـ mm^3.

2) MATH هرم قاعدته ATH مثلّث قائم ومتساوي الساقين في A بحيث $AT = 3cm$ وارتفاعه $4cm$.
• احسب بـ cm^3 حجم هذا الهرم.

13 هرم خفرع بمصر هو هرم منتظم قاعدته مربّع طول ضلعه 215m وارتفاعه 143m.
• أعط القيمة التقريبية إلى 0,1 لحجمه.

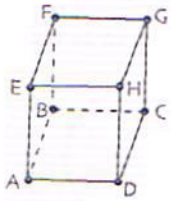
14 ABC مثلّث متقايس الأضلاع مساحته $62,35cm^2$
احسب حجم الهرم المنتظم الذي قاعدته المثلّث ABC وارتفاعه يساوي طول ضلع هذا المثلّث.

15 ABCDEFGH مكعّب طول حرفه 6cm، النقطتان I و J منتصفا القطعتين [AE] و [DH] على الترتيب.



1) أنجز تصميما للهرم IDJC.
2) احسب حجم الهرم IDJC.

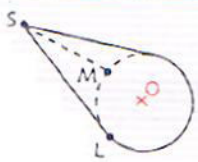
16 مثّلنا المكعّب ABCDEFGH الذي طول حرفه 3cm.



1) أعد تمثيل المكعّب ومثّل عليه الهرم ADCH.
2) أنجز تصميما للمكعّب ABCDEFGH بالأبعاد الحقيقية له، مع رسم أضلاع المثلّث ACH.
3) أعط أوجه الهرم ADCH ثمّ أنجز تصميما له بالأبعاد الحقيقية.
4) احسب مساحة المثلّث ADH ثمّ استنتج حجم الهرم ADCH.

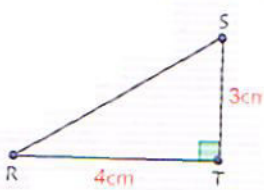
وصف مخروط الدوران

17 تمعّن في المجسّم المقابل.



1) كيف يسمّى هذا المجسّم؟
2) ما هو الشّكل الهندسي لقاعدته؟
3) هل يتكوّن سطحه الجانبي من مضلّعات؟
4) ما هو ارتفاع هذا المجسّم؟
• ما هي نقطة تلاقي الارتفاع والقاعدة ؟
5) ما اسم القطعة [SL]؟ هل SL = SM ؟
6) ماذا يمثّل OM؟

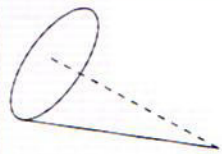
18 نعتبر المثلّث STR القائم في النّقطة T.



1) • ما هو المجسّم الناتج عن دوران المثلّث STR حول الضلع [ST]؟
• ما هو رأسه؟
• ما هي قاعدته؟ احسب مساحتها.
• ما هو ارتفاع هذا المجسّم؟
• ماذا يمثّل [SR] لهذا المجسّم؟
2) هل المجسّم الناتج عن دوران المثلّث STR حول الضلع [RS] هو مخروط دوران ؟ علّل

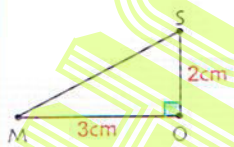
التمثيل بالمنظور متساوي القياس لمخروط

19 أتمم الشّكل المقابل لكي يمثّل مخروط دوران



20 في كلّ من المرصوفتين، أتمم الشّكل لكي يمثّل مخروط دوران.

21 1) باستعمال أدوات هندسية مناسبة، ارسم بالأطوال الحقيقيّة المثلّث القائم SOM.

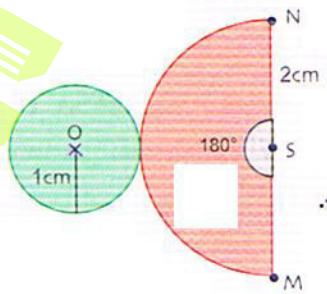


2) باليد الحرّة، ارسم وفق المنظور متساوي القياس مخروط الدوران الذي يولّده دوران المثلّث SOM حول الضلع [SO].

3) احسب طول مولّد لهذا المخروط.

تصميم وصنع مخروط دوران

22 الشّكل المقابل هو تصميم لمخروط دوران.



1) سَمِّ رأس هذا المخروط.

2) سَمِّ مركز القاعدة.

ما نصف قطر القاعدة؟

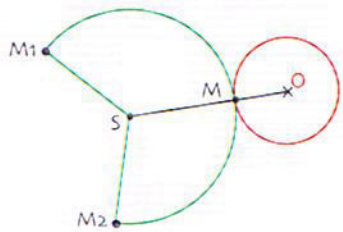
3) ما هو طول أحد مولّدات هذا المخروط؟

4) احسب طول القوس $\overset{\frown}{MN}$ بالتقريب إلى 0,1.

5) ارسم بالأطوال الحقيقية هذا التصميم على ورق مقوّى.

6) اصنع المجسّم الذي يمثّل هذا المخروط.

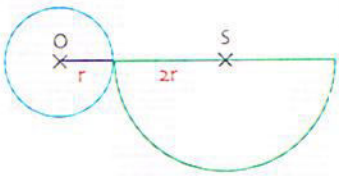
23 1) ارسم على ورق مقوى تصميما لمخروط الدوران المقابل علما أنّ:



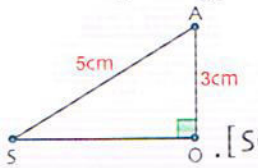
$\widehat{M_1SM_2} = 120^\circ$ ، $OM = 3cm$ ، $SM = 4,5cm$

2) اصنع هذا المخروط.

24 بيّن أنّ الشّكل المقابل هو تصميم لمخروط دوران.



25 باستعمال أدوات هندسيّة، أنجز تصميما بالأطوال الحقيقية لمخروط الدوران الناتج عن دوران المثلّث SOA حول الضلع [SO].



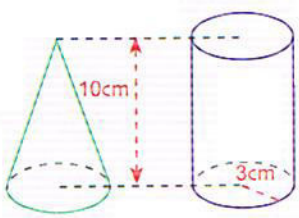
حجم مخروط دوران

26 وعاء بهيئة مخروط دوران، ارتفاعه 10cm ونصف قطر قاعدته 5cm.

1) احسب بـ cm^3 القيمة المضبوطة لحجم هذا الوعاء.

2) أعط قيمة تقريبيّة إلى 0,1 لحجم هذا الوعاء.

27 للمجسّمين المقابلين قاعدتان قابلتان للتطابق ولهما نفس الارتفاع.



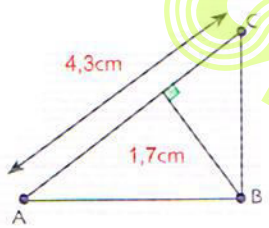
1) احسب حجم الأسطوانة.

2) استنتج حجم مخروط الدوران مع التعليل.

28 انقل ثمّ أكمل الجدول الآتي:

مخروط الدوران	①	②	③
نصف قطر القاعدة	6cm	2,5dm	
الارتفاع	9cm		36mm
الحجم		$58,6dm^3$	$300\pi mm^3$

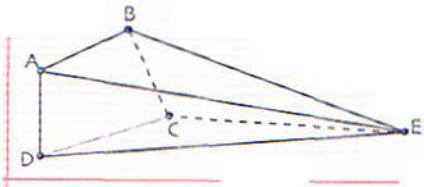
29 احسب بـ mm^3 حجم المجسم الناتج عن تدوير المثلّث ABC حول الضلع [AC] في الشكل المقابل.



عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :

جِد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرّرا إيّاها.

1 202 قاعدة الهرم المقابل هي المضلّع:

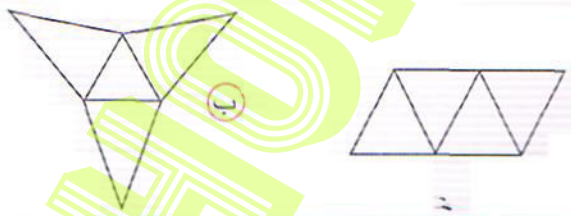


أ) CDE ؛ ب) ABCD ؛ جـ) CBE.

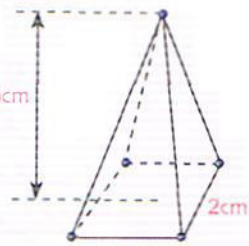
2 202 الأوجه الجانبية لهرم منتظم هي:

أ) مثلّثات كيفية ؛ ب) مربّعات ؛ جـ) مثلّثات متقايسة وكلّ منها متساوي الساقين.

3 203 تصميم لهرم قاعدته مثلّثية هو:

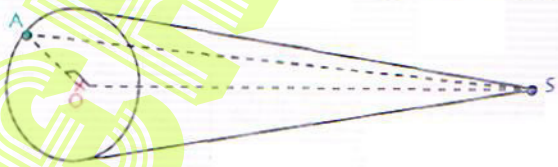


4 202 الهرم المقابل قاعدته مربع، حجم هذا الهرم يساوي:



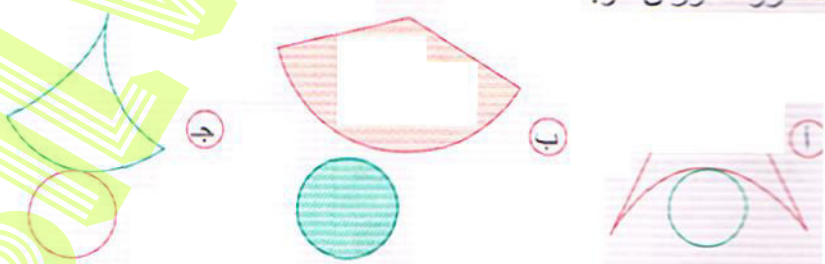
أ) $2\times 5cm^3$ ؛ ب) $20cm^3$ ؛ جـ) $\frac{20}{3}cm^3$.

5 204 ارتفاع مخروط الدوران المقابل هو:



أ) OS ؛ ب) OA ؛ جـ) SA.

6 205 تصميم لمخروط دوران هو:



7 204 مخروط دوران ارتفاعه 9cm ونصف قطر قاعدته 3cm، حجمه يساوي بالتقريب:

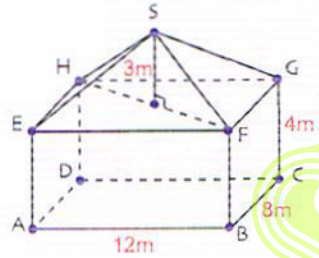
أ) $254cm^3$ ؛ ب) $85cm^3$ ؛ جـ) $56cm^3$.

SLVSR TIPS

30 حجم منزل

الشّكل المقابل هو تمثيل لمنزل حيث ABCDEFGH متوازي مستطيلات وEFGHS هرم.

احسب الحجم الكلّي لهذا المنزل.



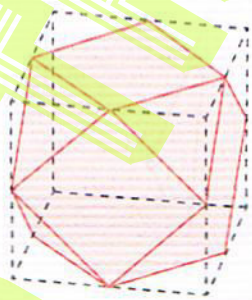
31 تحدّي

تقول صفاء لزميلتها مريم: كيف يمكنك تشكيل 4 مثلّثات، بحيث كلّ مثلّث متقايس الأضلاع وباستعمال 6 أعواد كبريت فقط؟

ساعد مريم في هذه المهمّة.

32 إنجاز تصميم لمجسّم مركّب

المجسّم الملوّن نحصل عليه بعد قصّ 8 أهرامات متماثلة ومنتظمة من علبة على شكل مكعّب طول حرفه 6cm، بحيث رأس كلّ هرم هو رأس في المكعّب وكلّ رأس في قاعدة هرم هو منتصف حرف في المكعّب.



1) احسب حجم هذا المجسّم.

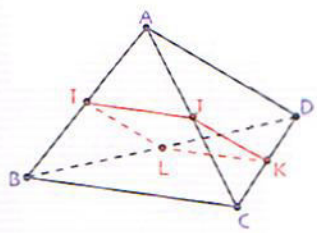
2) أنجز تصميما للمجسّم.

33

هل يمكن إنجاز تصميم لهرم، قاعدته مستطيل بُعداه 9,5cm ، 5,5cm وكلّ وجه جانبي له هو مثلّث متساوي الساقين طول ضلعيه المتقايسين 12cm، على ورق مقوّى من النّمط A4؟ برّر إجابتك.

34 إثبات توازي مستقيمات

ABCD رباعي وجوه منتظم. (هرم منتظم قاعدته مثلّث وجميع أوجهه قابلة للتطابق مع القاعدة).



النّقط I، J، K، L هي على الترتيب منتصفات القطع [AB]، [AC]، [CD]، [BD].

1) أثبت أنّ LK = IJ و (LK)//(IJ).

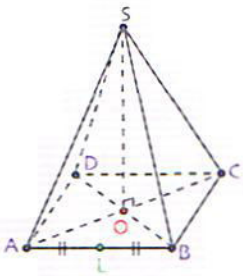
2) استنتج طبيعة الرباعي IJKL مع التبرير.

35 المساحة الجانبية (والكلّية) لهرم

SABCD هرم منتظم قاعدته ABCD مربّع حيث:

AB = 14dm وارتفاعه:

SO = 25dm، النقطة L منتصف القطعة [AB].



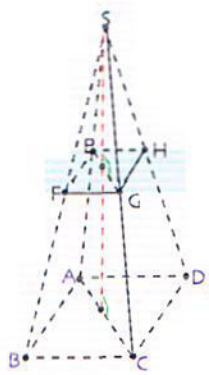
أ) احسب الطول SL مبرّرا طريقة الحساب.

ب) احسب مساحة المثلّث SAB.

جـ) استنتج المساحة الجانبية ثمّ المساحة الكلّية لهذا الهرم واحسبهما.

36 حجوم مجسّمات

هرم منتظم قاعدته مربّع طول ضلعه 5cm، ومساحته الجانبية تساوي ضعف مساحة القاعدة.



1) احسب المساحة الكلّية للهرم.

2) احسب حجم الهرم.

3) نقطع هذا الهرم بمستو يوازي قاعدته على بُعد نصف الارتفاع من القاعدة.

هذا المستوي يقطع الأحرف الجانبية للهرم في النّقط E، F، G، H. (انظر الشكل).

أ) ما هو نوع المجسّم SEFGH؟

ب) ما هي مساحة قاعدة هذا المجسّم؟ علّل.

جـ) ما هي مساحته الجانبية؟

د) ما هو حجمه؟

هـ) استنتج حجم المجسّم ABCDEFGH.

37 دستور: أولر – بوانكاري Euler-Poincaré

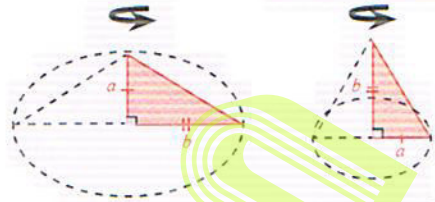
هرم قاعدته مضلّع عدد أضلاعه n.

عيّن بدلالة n عدد كلّ من:

أوجه ورؤوس وأحرف هذا الهرم.

38 مخروطان من نفس المثلّث

بدوران مثلّث قائم حول أحد ضلعيه القائمين نحصل على مخروطي دوران.



أ) ما هو أكبر مخروط في الحجم؟ علّل.

ب) بيّن أنّ فرق حجمي المخروطين يساوي : $\frac{\pi ab(a-b)}{3}$.

39 مخروط دوران داخل مكعّب

1) احسب حجم مكعّب طول حرفه 8cm.

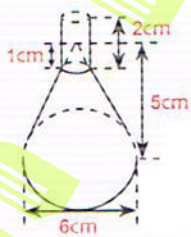
2) احسب القيمة المضبوطة لحجم مخروط دوران ارتفاعه 8cm وطول نصف قطر قاعدته نصف ارتفاعه.

3) نضع المخروط داخل المكعّب، هل يشغل المخروط 30% من حجم المكعّب؟ علّل

40 سعة قمع

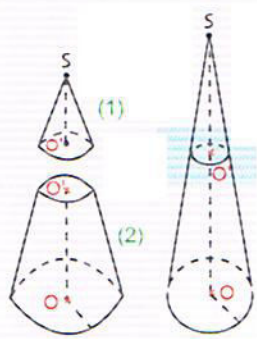
الشكل المقابل يمثّل قُمعا (محقنا).

احسب باللتر سعة هذا القمع.



41 مخروط دوران ارتفاعه 8cm ونصف قطر قاعدته 5cm.

قطعنا هذا المخروط بمستوٍ يوازي قاعدة المخروط على بعد 2,5cm من القاعدة وذلك للحصول على المجسّمين (1) و(2).



• احسب حجم كلّ من المجسّمين (1) و(2).

42 شمعة

الشكل المقابل يمثّل شمعة بهيئة مخروط دوران رأسه S وقاعدته قرص دائري مركزه O وقطره AB = 10cm أُعطي طول مولّده SA = 13cm.

1) باستعمال المعطيات السابقة مثّل هذه الشمعة بمخروط وفق المنظور متساوي القياس.

2) عيّن ارتفاع هذه الشمعة ثمّ احسبه.

3) كم شمعة من هذا النّمط يمكن صنعها باستعمال 4 لترات من الشّمع؟

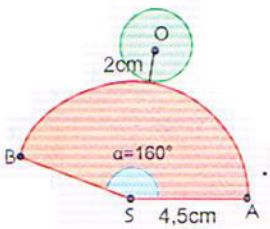
43 حجم وكتلة خذروف

1) احسب حجم الخذروف المقابل، حيث قطر قاعدة الأسطوانة الدائرية القائمة 5mm وارتفاعها 15mm وطول قطر قاعدة المخروط 2cm وارتفاعه 2cm.

2) ما هي كتلة هذا الخذروف، علما أنّ كتلة السنتمتر المكعّب الواحد من الخشب الذي صنع منه هي 0,8g؟

44 المساحة الجانبية (والكليّة) لمخروط دوران

الشّكل المقابل هو تصميم لمخروط دوران.



1) تحقّق أنّ طول القوس $\overset{\frown}{AB}$ يساوي محيط القرص الدائري الذي مركزه النّقطة O.

2) باستعمال تناسبية مناسبة، احسب المساحة الجانبية لهذا المخروط.

3) استنتج المساحة الكليّة للمخروط.

4) تطبيق:

تريد بلقيس تصميم تاج على شكل مخروط دوران باستعمال ورق مقوى مزيّن بحيث يكون ارتفاعه 30cm وقطر قاعدته 16cm.

• أعط القيمة التقريبية إلى 0,1 لمساحة الورق المقوّى اللّازم لصناعة هذا التاج.

45 مشكل مفتوح

مخروط C_1 ارتفاعه 4cm، ومخروط C_2 طول نصف قطر قاعدته 2cm وارتفاعه يساوي طول نصف قطر قاعدة المخروط C_1.

• عيّن كلّ الحالات الممكنة بحيث يكون للمخروطين C_1 و C_2 نفس الحجم.

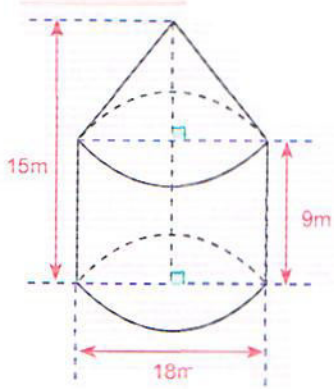
وضعية

خزّان القمح

طُلب منك القيام بزيارة لأحد مخازن القمح في البلدية، ووضع بطاقة تقنيّة للخزّان الواحد تتضمّن معلومات معيّنة. (انظر الوثيقة 1)

تحصّلتَ من المصالح التقنيّة للإدارة على معلومات تخصّ شكل المخزن وأبعاده. (انظر الوثيقة 2)

اقترح بطاقة تقنيّة لهذا الخزّان.



الوثيقة 2

- كميّة القمح بالقنطار التي يمكن أن يحويها الخزّان على أن لا يفوق ذلك 90% من حجمه: .....
- علما أنّ كتلة القمح هي تقريبا $800kg/m^3$ (أي 800kg يوافق $1m^3$)
- عدد المخازن الواجب استعمالها من أجل 20 000 هكتار إذا كان معدّل الإنتاج بها هو 40 قنطار بالهكتار: .....
- كميّة الطّلاء اللاّزمة لصبغ سطح الخزّان الخارجي الكلّي إذا كان $1m^2$ من السطح يتطلّب 200g من الطّلاء: .....
- تكلفة كميّة الطّلاء اللاّزمة إذا كان سعر 1kg من الطّلاء هو 200DA: .....

الوثيقة 1

تحليل وضعية

لمعالجة الوضعية السابقة، استعن بالعناصر الآتية:

- قراءة وفهم النصّ.
- تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها.
- تجنيد الموارد وإعداد خطة حلّ.
- تنفيذ الخطة.
- تبليغ الحلّ.

حلّ مختصر

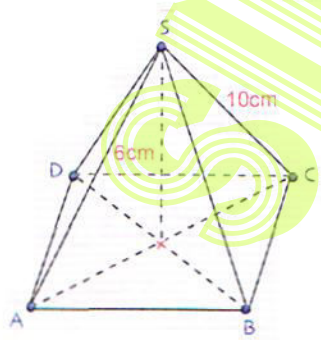
البطاقة التقنية للمخزن.

وضعية للتقويم

الشّكل المقابل هو تمثيل لأحد الأهرامات من شركة مختصّة في صناعة وبيع قطع على شكل أهرامات.

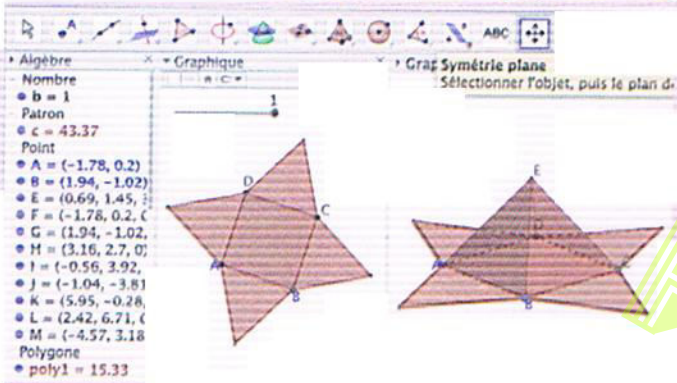
هل يمكن لهذه الشركة تعليب مثل هذه القطع في علب مكعّبة الشّكل طول حرف المكعّب 6cm؟

برّر إجابتك.



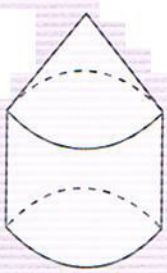
تمثيل هرم وإنجاز تصميم له باستعمال برمجية جيوجيبرا

1) افتح نافذة جديدة على برمجية جيوجيبرا.
2) من شريط القوائم، اختر القائمة Affichage ثمّ من القائمة الفرعية، اختر Graphique 3D عندها ستلاحظ ظهور ورقتي عمل، على اليسار Graphique وعلى اليمين Graphique 3D.
3) انقر بالزر الأيسر للفأرة داخل ورقة العمل Graphique واحذف المَعلَم Axes وشبكة الرسم Axes وذلك بعد النقر على كلّ منهما، أعد نفس العمل على ورقة العمل Graphique 3D من أجل Axes و Axes
4) انقر داخل ورقة العمل Graphique ثمّ من القائمة ، اختر الأداة ، بعدها أدرج نقطتين ستكونان A و B وعند ظهور علبة الحوار صادق بـ OK لإنشاء مربّع (ABCD) الذي يمثّل قاعدة الهرم.
(يمكن استبدال العدد 4 بعدد آخر للحصول على قاعدة هي مضلّع منتظم).
5) انقر داخل ورقة العمل Graphique 3D.
ثمّ من القائمة ، اختر الأداة ، ثمّ اضغط على داخل المربّع المُنشَإ على ورقة العمل، بعد ظهور علبة الحوار اكتب مثلا 3 الذي يمثّل ارتفاع هذا الهرم وصادق بـ OK.
(ستلاحظ تشكّل الهرم EABCD)



6) من القائمة ، اختر الأداة ، ثمّ انقر على الهرم عندئذ سينجز تصميم للهرم.
7) اضغط على النّقطة الزالقة وحرّكها ثمّ انظر ماذا ترى.

حلّ مشكلة بمساعدة مجدول إكسال



الحجم الداخلي لقفص صقور في حديقة حيوانات هو $40m^3$.
هذا القفص مؤلّف من أسطوانة دوران قائمة ارتفاعها 1,95m ومخروط دوران، طول نصف قطر قاعدة كلّ منهما 2m.
نهدف إلى تعيين قيمة مقرّبة إلى $\frac{1}{10}$ لارتفاع هذا المخروط بالاستعانة بمجدول إكسال، علما أنّ هذا الارتفاع محصور بين 3m و4m.
1) في ورقة حساب مجدول، أنجز الجدول الآتي:

	A	B	C	D	E	F	G
1	نصف القطر	ارتفاع الأسطوانة	ارتفاع المخروط	ارتفاع المخروط	ارتفاع المخروط	ارتفاع المخروط	ارتفاع المخروط
2	2	1,95	3				
3			3,1				
			3,2				
			3,3				

2) في خلايا نفس السطر من D2 إلى G2، احجز العبارات المناسبة.
3) انسخ محتوى الخلايا في السطر 2 في كلّ من الأعمدة A، B، D، E، F، G إلى غاية السطر 12.
4) حُلّ المشكلة المطروحة.
إرشاد: • لكتابة العدد π نستعمل الطلبيّة: pi().
• لكتابة الأسّ 2 نستعمل الطلبيّة: ^2

معجم مصطلحات الرياضيات

Simplify a fraction	Simplifier une fraction	اختزال كسر
Height	Hauteur	ارتفاع
Cylinder of revolution	Cylindre de révolution	اسطوانة دوران
Translation	Translation	انسحاب
Sign	Signe	إشارة
Dimensions	Dimension	أبعاد
Exponent	Exposant	أس
Bands	Bandes	أشرطة
Demonstration	Démonstration	برهان
Numerator	Numérateur	بسط كسر
Distance from a point to a right line	distance d'un point à une droite	بعد نقطة عن مستقيم
Algebraic expression	Expression algébrique	عبارة جبريّة
Grouping of diatre	Regroupement de données	تجميع معطيات
Round	Arrondi	تدوير مدور
Mathematization	Mathématisation	ترييض
Reduction	Réduction	تصغير
Pattern	Patron	تصميم
Isometry of triangles	Isométrie de triangles	تقايس مثلثات
The enlargement	Agrandissement	تكبير
Effective	Effectif	تكرار
Relative frequency	Fréquence relative	تكرار نسبي
Representation	Représentation	تمثيل
Graphic Representation	Représentation graphique	تمثيل بياني
Proportionality	Proportionnalité	تناسبية
Proportionality of lengths	Proportionnalité des longueurs	تناسبية الأطوال
Symmetry - axial - central	Symétrie - axiale - centrale	تناظر - محوري - مركزي
Calculation program	Organiser un calcul	تنظيم حساب
Organization of data	Organisation des données	تنظيم معطيات
Reduction to the same denominator	Réduction au même dénominateur	توحيد مقامات
Cosine of an acute angle	Cosinus d›un angle aigu	جيب تمام زاوية حادة
Quotient	Quotient	حاصل قسمة
Volume	Volume	حجم
Term	Terme	حد
Uniform movement	Mouvement uniforme	حركة منتظمة
Literal calculation	Calcul littéral	حساب حرفي
Framing	Encadrement	حصر
Solving an equation	Résoudre une équation	حل معادلة
Solutions	Solutions	حلول
Circle	Cercle	دائرة
Circum circle	Cercle circonsrit	دائرة محيطة
Degree	Degré	درجة
Fourth proportional	Quatrième proportionnelle	رابع متناسب
Magnitude	Ordre de grandeur	رتبة مقدار
Right angle	Angle droit	زاوية قائمة
Straight angle	Angle plat	زاوية مستقيمة
Obtuse angle	Angle obtus	زاوية حادة
Average speed	Vitesse moyenne	سرعة متوسطة
Image	Image	صورة
Substraction	Soustraction	طرح
Relative integer	Nombre entier relatif	عدد صحيح نسبي
Decimal number	Nombre décimal	عدد عشري
Rational number	Nombre rationnel	عدد ناطق
Relative number	Nombre relatif	عدد نسبي
Operations	Opérations	عمليات
Abscissa	Abscisse	فاصلة
Difference	Différence	فرق

SILVER FLORA

الإنجليزية		العربية
Pythagoras	Pythagore	فيثاغورس
Class	Classe	فئة
Divisor	Diviseur	قاسم
Secant	Sécante	قاطع
Base	Base	قاعدة
Power	Puissance	قوة
Power of a relative number	Puissance d'un nombre relatif	قوة عدد نسبي
Power of ordre n	Puissance d'ordre n	قوة من المرتبة n
Exact value	Valeur exacte	قيمة مضبوطة
Approximate value	Valeur approchée	قيمة مقربة
Scientific writing	Ecriture scientifique	كتابة علمية
Fractionnal writing	Ecriture fractionnaire	كتابة كسرية
Fraction	Fraction	كسر
Inequality	Inégalité	متباينة
Parallelogram	Parallélogramme	متوازي أضلاع
Median of a triangle	Médiane d'un triangle	متوسط في مثلث
Average of a series	Moyenne d'un série	متوسط سلسلة
Weighted average	Moyenne pondérée	متوسط متوازن
Triangle	Triangle	مثلث
Right triangle	Triangle rectangle	مثلث قائم
Excel speadsheet	Tableurs Excel	مجدول
Sum	Somme	مجموع
Unknown	Inconnue	مجهول
Perpendicular bissector	Médiatrice	محور
Cone of revolution	Cône de révolution	مخروط دوران
Bar graph	Diagramme en baton	مخطط بأعمدة
Histogram	Histogramme	مدرج تكراري
Area	Aire	مساحة
Distance	Distance	مسافة
Right of the media	Droite des milieux	مستقيم المنتصفين
Parallel lines	Droites parallèles	مستقيمان متوازيان
Problem	Problème	مشكلة
Common multiple	Multiple commun	مضاعف مشترك
Equation	Equation	معادلة
Opposed by a relative number	Opposé d'un nombre relatif	معاكس عدد صحيح
Coefficient of proportionnality	Coefficient de proportionnalité	معامل التناسبية
Rhombus	Losange	معيّن
Comparison	Comparaison	مقارنة
Common denominator	Dénominateur commun	مقام مشترك
Inverse of a fraction	Inverse d'une fraction	مقلوب كسر
Cube	Cube	مكعب
Tangent to a circle	Tangente à un cercle	مماس لدائرة
Midpoint	Milieu	منتصف
Bisector	Bissectrice	منصف
Generator of a cone of revolution	Génératrice d'un cône de révolution	مولّد لمخروط الدوران
Right prisme	Prisme droit	موشور قائم
Percentage	Pourcentage	نسبة مئوية
Radius	Rayon	نصف قطر
Ray	Demi-droite	نصف مستقيم
Theorem	Théorème	نظرية - مبرهنة
Point	point	نقطة
Pyramid	Pyramide	هرم
Chord	Corde	وتر دائرة
Hypotenuse	Hypoténuse	وتر مثلث قائم
Time Units	Unités de temps	وحدات الزمن
Description	Description	وصف
Situation of proportionality	Situation de proportionnalité	وضعية تناسبية
Relative position	Position relative	وضعية نسبية

SILVER THORN

المصادر :

- الصفحة 22 : http://www.maths-et-tiques.fr/index.php?option=com_content&view=article&id=207&Itemid=290
- الصفحة 38 : /http://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/univers-unite-astronomique-63
- الصفحة 70 : http://histoiredechiffres.free.fr/histoire%20notations/equations.htm
- الصفحة 86 : https://www.lesnoeuds.com/noeuds_marins.html
- الصفحة 102 : /http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs311/fr
- الصفحة 118 : http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/euclide
- الصفحة 128 : https://fr.wikipedia.org/wiki/Triangle_des_Bermudes
- الصفحة 150 : /http://whc.unesco.org/fr/list/191
- الصفحة 166 : /http://www.futura-sciences.com/sciences/personnalites/mathematiques-pythagore-samos-204
- الصفحة 182 : http://www.constantine-hier-aujourdhui.fr/LaVille/palaisdubey.htm
- الصفحة 198 : Les Aurés (Beau livre Chihab Editions)

الصور :

- الصفحة 22 : https://alchetron.com/Abu-al-Wafa-Buzjani-1045438-W
- الصفحة 38 : /http://www.astro-coaching.eu/accueil/astro-coaching-terre-soleil-lune
- الصفحة 70 : http://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=khayyam
- الصفحة 86 : http://www.meridienne.org/index.php?page=loch.presentation
- الصفحة 102 : Chihab Editions
- الصفحة 118 : http://histoiredelagrece.blogspot.com/p/euclide-dalexandrie-ete-un-genie-qui.html
- الصفحة 128 : /https://owdin.live/2017/05/27/le-mystere-du-triangle-des-bermudes-peut-etre-enfin-resolu
- الصفحة 150 : Chihab Editions
- الصفحة 182 : ttps://www.tripadvisor.fr/LocationPhotoDirectLink-g734459-d8489661-i224856018-Palais_d_Ahmed_Bey-Constantine_Constantine_Province.html
- الصفحة 198 : Photos du mausolée Imedghacen (Chihab Editions)

SILVER THORN

تمّ إنجاز هذا الكتاب ليكون وسيلة بيداغوجيّة تدعّم المساعي التي تهدف إليها مناهج الإصلاح في مادة الرياضيات للسنة الثالثة من التعليم المتوسط، وتحقيق التحسينات المنتظرة في ممارسات القسم عموما، و في تحصيل التلاميذ في المادة خصوصا، فهو :

- منسجم مع متطلبات المنهاج و يحترم الاختيارات والتوجيهات البيداغوجية والتعليمية المقترحة فيه.
- مهيكل وفق تنظيم متكرّر في كلّ الأبواب يترجم تمشي التعلّم المختار.
- سهل الاستعمال سواء من قِبل التلميذ أو من قِبل الأستاذ.
- يحتوي على مسهّلات بيداغوجية وتقنية ورسومات وصور توضيحية.
- يرتكز تمشّي التعلّم المقترح في هذا الكتاب على محطات أساسية، تتيح للتلميذ فرص المشاركة في بناء تعلّماته، وللأستاذ هامشا واسعا للتصرّف.

نأمل أن يكون هذا الكتاب سندا فعّالا للتلميذ والأستاذ.

كتاب مدرسيّ معتمد من طرف
وزارة التّربية الوطنية تحت الرّقم : 803 /م.ج/17

ISBN 978-9947-39-254-6

الديوان الوطني للمطبوعات المدرسية
Office National des Publications Scolaires

سعر البيع : 336,30 دج

MS : 902/17