

رياضيات

نماذج **B E M** محلولة

منقولة عن سلسلة مدرستي

مطبوعات الشهاب

إعداد : الأستاذ محمد جعيجع
متوسطة - عمر بن الخطاب - حمام الضلعة - المسيلة .

2011 / 2010

جدول اختبارات شهادة التعليم المتوسط

المعامل	المدة	الاختبار
5	ساعتان	لغة عربية
2	ساعة و نصف	لغة أمازيغية
3	ساعتان	لغة فرنسية أو اللغة الأجنبية الأولى
2	ساعة و نصف	لغة إنجليزية أو اللغة الأجنبية الثانية
4	ساعتان	رياضيات
2	ساعة	تربية إسلامية
3 (2 + 1)	ساعة و نصف	تاريخ و جغرافيا
1	ساعة	تربية مدنية
2	ساعة و نصف	علوم الطبيعة و الحياة
2	ساعة و نصف	علوم فيزيائية و تكنولوجيا
1		تربية بدنية و رياضية
تضاف النقاط التي تزيد عن العشرة إلى المجموع قبل حساب المعدل	ساعة و نصف	تربية تشكيلية أو تربية موسيقية
27		مجموع المعاملات

ملاحظة : تجرى اختبارات التربية البدنية و الرياضية ، التربية الموسيقية و التربية التشكيلية قبل تاريخ الامتحان. تحدد تواريخ و كيفية إجرائها عن طريق مناشير خاصة.

طبيعة اختبار مادة الرياضيات

المدة : ساعتان (2h) **المعامل : 4**

يتضمن اختبار مادة الرياضيات جزأين إجباريين :

الجزء الأول (12 نقطة)

يتكون من أربع (4) أو خمس (5) تمارين قصيرة و مستقلة من مختلف المجالات (أنشطة عديدة ، أنشطة هندسية ، تنظيم معطيات) .

الهدف منها قياس درجة تحكم المتعلم في المعارف المستهدفة في برنامج السنة الرابعة متوسط و قدرته على تجنيدها لحل مشكلات بسيطة .

تكون الوضعيات متنوعة و تسمح في مجملها بتغطية البرنامج بشكل مقبول و لا تقتصر على التطبيق المباشر للمعارف .

الجزء الثاني (8 نقاط)

تبنى المسألة في شكل وضعية إدماجية .

الهدف منها قياس درجة تحكم المتعلم في مجموعة من الكفاءات الرياضية و الكفاءات العرضية المستهدفة في مرحلة التعليم المتوسط .

تكون الوضعية مركبة و غير معقدة ، ذات دلالة بالنسبة إلى المتعلم و تراعي فيها درجة التوجيه لمساعدة المتعلم من دون مبالغة ، بما يسمح بقياس قدرته على توظيف موارده لحل مشكلات بنفسه .

تكون الوضعية في متناول المتعلم و غير تعجيزية .

تنظيم الوقت

- عند حصولك على الموضوع قم بقراءته لمدة 5 min .
- خصص للجزء الأول (72 min) أي لكل تمرين (18 min).
- وللجزء الثاني (الوضعية الإدماجية) 33 min .
- إعادة قراءة الإجابة في النهاية و مراقبتها مدة 10 min .

- إذا استهدفت معرفة أو مهارة أو كفاءة في أحد أجزاء الموضوع ، لا ينبغي استهدافها في الأجزاء الأخرى .

كيف تستعمل هذا الكتاب ؟

- إذا أردت التحقق من معلوماتك في نقطة معينة من البرنامج تناول فهرس المحتويات ليوجهك إلى التمرين الذي يتضمن هذه النقطة .
- * ستجد في نهاية هذا الكتاب فهرسا للمحتويات يبرز رقم التمرين الذي يتضمن النقطة التي تبحث عنها و كذا رقم الموضوع الذي يشمل ذلك التمرين من جهة ، و فهرسا يضم أرقام صفحات كل المواضيع النموذجية المقدمة من جهة أخرى .
- * أحب كتابيا عن التمرين ، قارن إجابتك بالحل المقترح ، ثم صحح أخطاءك.
- أما إذا أردت إجراء اختبار كامل ، الجأ إلى فهرس الكتاب و اختر أحد المواضيع
- ضع نفسك في جو الامتحان و احترم الوقت المحدد .
- * اقرأ الموضوع كاملا بتركيز حتى تفهم المطلوب منك .
- * ابدأ دائما بالتمرين الذي تعتبره الأسهل ربما للوقت .
- * استعمل المسودة لإنجاز المحاولات بشكل نظيف و منظم .
- * انقل الحلول إلى ورقة الإجابة بعناية و تنظيم .
- * بعد الانتهاء من الإجابة و استغلال كل الزمن ، قارنها بالحل المقترح، قوم عملك وفق شبكة التقييم المعتمدة في الكتاب ثم صحح أخطاءك .
- * أعد الاختبار بعد مدة تكون قد راجعت المعارف و الطرائق المستهدفة في مختلف المواضيع .
- لأهم عند الاطلاع على حل تمرين ليس قراءته فقط و إنما دراسته بدقة و تتبع جميع خطواته :
- * الاطلاع على الحل : الحسابات و النتائج المتوصل إليها .
- * استنباط المنهجية المستخدمة لتوظيفها في حل تمارين أخرى .
- * طريقة تحرير الإجابات .

نصائح عامة لتحضير الامتحان

إذا حضرت نفسك للامتحان و عملت بانتظام و استمرار و إذا كانت مراجعتك مخططة و منهجية ، كانت لديك فرصة كبيرة للنجاح .
لهذا ندعوك إلى إتباع النصائح التالية :

• استعداد للامتحان كل يوم

- حضرّ لكل درس و راجعه عقب انتهاء دراسته في القسم.
- ضع جدولاً زمنياً لمراجعتك و استغل الأوقات التي تشعر فيها باللياقة الجيدة و الاستعداد.
- أعط أهمية لكل مواد الامتحان و لا تفضل مادة على مادة أخرى.
- اجمع كل الوثائق التي تساعدك على مراجعة مواد كل مادة: الكتاب، الكراس، الحوليات الجيدة و المغطية للبرنامج، الكتاب المدعم للدروس و التطبيقات و رتبها وفق نظام يسمح إليك بالعودة إليها بأدنى مجهود و أقل وقت.
- نوّع مراجعتك بين العمل الفردي و العمل الجماعي المفيد.
- استغل ملخصات الدروس أثناء المراجعة.
- أكثر من حل المواضيع النموذجية للامتحانات، و قدم إجاباتك لأساتذتك لتقوينها و توجيهك.
- استعمل الألوان لإبراز ما هو مهم، و اجعل القوانين أو القواعد العامة داخل مستطيلات.
- خصّص وقتاً بعد المراجعة لحفظ المعطيات الرقمية كالقوانين و الإحصاءات.
- إن الكتابة تقضي على شروذك و تمكّنك من التركيز، و هي وسيلة هامة لترسيخ المعلومات، و تجعلك تقوّم نفسك و تصحح ذاتك. إن المراجعة بهذه الطريقة بطيئة و لكنها مفيدة و لهذا ننصحك بإتباعها.

• التحضير البدني و النفسي

- امنح نفسك نصيباً من الراحة في برنامج مراجعتك، حتى تسترجع طاقتك و تحسّن ما استوعبته.
- مارس الرياضة، لتمنحك الاستعداد البدني.
- من الممكن أن تشعر ليلة الامتحان بالقلق و الاضطراب، فلا داعي لإجهاد نفسك بالمزيد من المراجعة، إلا إذا أردت التأكد من معرفة معينة.

• يوم الامتحان

- استيقظ مبكرا و تناول فطورك.
- تأكد أنك أخذت بطاقة التعريف و الاستدعاء و كل الأدوات الضرورية قبل التوجه إلى مركز الامتحان.
- عندما تقدم إليك ورقة الموضوع اقرأه بتمعن و تركيز حتى تفهم المطلوب منك، إذ قد تكون الأسئلة مرتبطة فيما بينها، كما يمكن أن يلمح سؤال معين إلى معلومات هامة. بعدها ابدأ بالتمرين الذي تعتبره الأسهل.
- إن واجهتك صعوبة و أحسست أنها ستأخذ منك وقتا أكثر مما يلزم أحلها و انتقل إلى غيرها ثم عد لها في الأخير فإن الوقت مهم في الامتحان.
- لا تبق في تمرين واحد مدة أطول من اللازم.
- عالج كل جزء باستغلال الوقت الذي خصصته له.
- استعمل مسودة لكل تمرين.
- استعمل المسودة بشكل منتظم، فسجل — أولا — عناصر السؤال ثم أجب بطريقة مرتبة و واضحة ثم انقل الحل إلى ورقة الإجابة.
- أكتب بخط واضح و مقروء.
- أشر إلى الجواب عن كل سؤال.
- راجع الحل المتوصل إليه و تحقق من صحته وأنه يلاءم السؤال المطروح قبل إعادة ورقتك.
- استغل كل مدة الامتحان و لا تعد ورقة الإجابة قبل انتهاء الوقت.

نشاط الإدماج

1 — تعريف النشاط الإدماجي:

هو نشاط تعليمي، و تتمثل وظيفته الأساسية في جعل المتعلم يجند مجموعة من مكتسباته (معارف و مهارات و مواقف) التي تحصل عليها.
يمكن أن تتخلل نشاطات الإدماج مختلف فترات التعلم.

2 — أهمية النشاطات :

إن تطوير كفاءة ما عند التلميذ يعني جعله مؤهلا لحل وضعية إشكالية.

ينبغي أن يتعلم التلميذ حل هذا النوع من الوضعيات من خلال نشاط منظم لهذا الغرض.

3 - مميزات النشاط الإدماجي:

- نشاط يرتكز على التلميذ.
- النشاط الإدماجي يجعل التلميذ يجند مجموعة من الموارد ينبغي أن تكون متنوعة مع الحرص على أن يكون تجنيدها بكل مترابط و غير متراكم.
- يهدف النشاط الإدماجي إلى تحقيق كفاءة معينة.
- النشاط الإدماجي مبني حول وضعية ذات دلالة مستوحاة من محيط التلميذ.
- هو نشاط قابل للملاحظة و التقييم.

4 - بعض النصائح التطبيقية:

4-1 ما يجب كتابته على المسودة:

- استخراج الفعل المفتاحي الذي يوجهك إلى طبيعة العمل المطلوب منك
مثلا : (قارن ، وازن ، مثل ، علّل).
- كتابة العلاقات الحرفية التي تعتمد عليها في حل التمرين.
- استخراج العلاقات الفرعية.
- إجراء العمليات الحسابية.
- احترام المصطلحات و الرموز و الوحدات الدولية.
- ترتيب الإجابة في كل تمرين.
- عليك بالتعبير بلغة علمية صحيحة.

4-2 بناء الإجابة:

- مراعاة مدى ارتباط إجابتك بالموضوع المقترح.
- إتقان الرسومات و تزويدها بالعنوان و البيانات اللازمة.
- نقل الإجابات بخط واضح دون تشطيب.

الموضوع الأول 1

النصوص

التمرين الأول

1. أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085 .
2. اختزل الكسر $\frac{17}{5}$.

التمرين الثاني

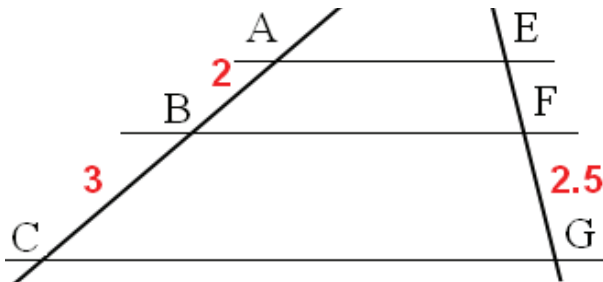
- لتكن (A) العبارة المعرفة كما يلي : $A = 40x - 50 + (4x - 5^2)$.
- 1 - أنشر و بسط العبارة A .
 - 2 - أحسب قيم A من أجل : $x = 2; x = 0; x = -1$.

التمرين الثالث

- $c; b; a$ هي أطوال أضلاع مثلث قائم وتره c .
- 1 - أحسب c إذا علمت أن : $a = \sqrt{3}(1 + \sqrt{6})$ و $b = 3 - \sqrt{6}$.
 - 2 - أحسب المحيط L لهذا المثلث .

التمرين الرابع

- في الشكل الموالي لدينا : $FG = 2.5cm; BC = 3cm; AB = 2cm$.
و المستقيمات : $(AE); (BF); (CG)$ متوازية .
- 1 - أرسم المستقيم الذي يشمل النقطة E و يوازي المستقيم (AC) .
هذا المستقيم يقطع (BF) في I و (CG) في J .
أذكر ثلاث متوازيات أضلاع في الشكل .



- 2 - أثبت أن : $\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$.

أحسب : EF .

المسألة

- يتسبب التأخر في دفع فاتورة الكهرباء و الغاز زيادة قدرها : 10% من قيمة الفاتورة .
- 1 - إذا كانت قيمة الفاتورة هي : 1000 ديناراً ،
فما هي الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد ؟ .
 - 2 - إذا كانت قيمة الفاتورة و الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هو : 1350 ديناراً .
فما هي قيمة الفاتورة ؟ .

النصوص

الموضوع الثاني 2

التمرين الأول

- 1 - عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513 .
- 2 - اختزل الكسر $\frac{513}{729}$ و اكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين الثاني

بين أن للمعادلتين : $3x - 5 = -7 + x$ ، $x + 6 = 3 - 2x$ نفس الحل .

التمرين الثالث

f دالة تآلفية معرفة كما يلي : $f(x) = -2x + 3$.

- 1 - عيّن صورة العدد 0 بالدالة f .
 - 2 - عيّن العدد الذي صورته 0 بالدالة f .
 - 3 - عيّن الدالة الخطية g المرفقة بالدالة f .
 - 4 - المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .
ليكن (T) التمثيل البياني للدالة g و (d) التمثيل البياني للدالة f .
- تحقق أن النقطة $D(1; -2)$ تنتمي إلى (T) و لا تنتمي إلى (d) .
 - أرسم (d) و (T) في المعلم السابق .

التمرين الرابع

ABC مثلث قائم في A بحيث : $\hat{B} = 60^\circ$ و $AB = 3cm$.

H نقطة من $[BC]$ بحيث : $\hat{AHB} = 90^\circ$.

- 1 - أحسب BC و BH ثم أحسب HC .
- 2 - أحسب AH بتقريب $0.1cm$.
- 3 - عيّن قيس الزاوية \hat{HAC} ثم أحسب HC .

المسألة

محيط حقل مستطيل الشكل هو : $280m$.
إذا أنقصنا $10m$ من طوله و أضفنا $10m$ إلى عرضه فإن مساحته تزداد بمقدار $100m^2$.
ما هما طول و عرض الحقل ؟ .

الموضوع الثالث 3

النصوص

التمرين الأول

1 - أنشر و بسط كلا من العبارتين A و B التاليتين :

$$A = (x + 2)^2 - (2x + 4)(x - 3)$$

$$B = (4x - 1)^2 - (x - 4)^2$$

2 - أحسب قيمة A من أجل $x = -2$ و قيمة B من أجل $x = 1$.

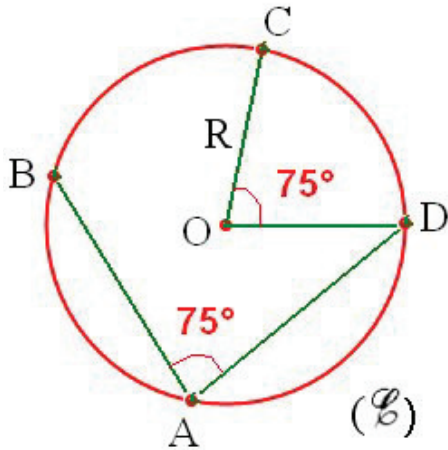
التمرين الثاني

مجموع عددين طبيعيين هو 2007 .
عند إجراء القسمة الإقليدية للعدد الأكبر على العدد الأصغر ، يكون حاصل القسمة هو 2 و باقي القسمة هو 338 .
• أوجد هذين العددين .

التمرين الثالث

- المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .
- 1 - علم النقط $A(2 ; 1)$ ، $B(5 ; 6)$ و $C(-3 ; -2)$.
 - 2 - برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين .
 - 3 - لتكن D(0 ; 3) نقطة من المستوي .
برهن أن D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} .

التمرين الرابع



- لاحظ الشكل المقابل (\mathcal{C}) هي دائرة مركزها O .
و نصف قطرها R ،
A , B , C و D أربع نقط من الدائرة
بحيث : $\widehat{BAD} = \widehat{COD} = 75^\circ$.
- 1 - أحسب قياس الزاوية BOD .
 - 2 - أحسب قياس الزاوية BOC .
مرحلة من خلال البيان .

المسألة

- يحقق تاجرًا ربحًا قدره % 25 من ثمن شراء بضاعته .
- 1 - أحسب ثمن بيع البضاعة إذا كان ثمن شرائها هو 120_{DA} دينار جزائري .
 - 2 - أحسب ثمن شراء البضاعة إذا كان ثمن بيعها هو 240_{DA} دينار جزائري .

الموضوع الرابع 4

النصوص

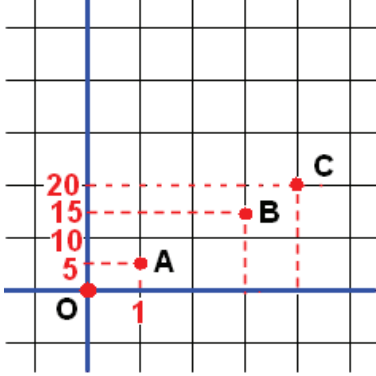
التمرين الأول

لتكن A العبارة المعرفة كما يلي : $A = (2x + 4)^2 - (5x - 1)^2 + 3x - 5$

1 - حل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

2 - حل المعادلة : $A = 0$.

التمرين الثاني



لاحظ التمثيل البياني المقابل :

1 - تحقق أن ترتيب A ، B و C .

متناسبة مع فواصلها .

ما هو معامل التناسبية ؟

2 - عيّن الدالة الخطية التي تمثلها البياني

هو المستقيم الذي يشمل هذه النقطة .

التمرين الثالث

جدول التالي يعبر عن أعمار عمّال مؤسسة إنتاجية .

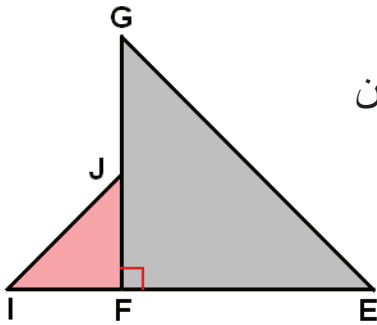
فئات الأعمار (بالسنوات)	[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[
التكرار	13	25	28	17

1 - أحسب التكرارات المجموعة الصاعدة .

2 - أحسب تواتر كل فئة و التواترات المجموعة الصاعدة .

3 - ما هو وسط أعمار عمال هذه المؤسسة ؟

التمرين الرابع



في الشكل المقابل المثلث EFG قائم في F و متساوي الساقين

و المثلث IFJ قائم في F و متساوي الساقين .

1 - ما هي صورة E بالدوران الذي مركزه F .

و زاويته 90° و في الاتجاه المباشر .

2 - برهن أن : $EJ = GI$.

المسألة

تتكون الأجرة الشهرية لبائع في مركز تجاري من مبلغ ثابت قدره 15000_{DA} دينار جزائري و علاوة قدرها 10% من الأرباح الشهرية المحققة .

1- أحسب الأجرة الشهرية لهذا البائع إذا بلغت الأرباح 50000_{DA} دينار جزائري .

2- كم بلغت الأرباح الشهرية إذا كانت أجرته الشهرية 18000_{DA} دينار جزائري .

الموضوع الخامس 5

النصوص

التمرين الأول

- 1 - أكتب العدد $\sqrt{72}$ على الشكل $a\sqrt{2}$. حيث a عدد طبيعي .
- 2 - أكتب العدد $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32}$ على الشكل $b\sqrt{2}$. حيث b عدد طبيعي .

التمرين الثاني

سأل أستاذ التربية البدنية تلاميذه حول تكهن نتيجة المقابلة في كرة القدم بين فريقين شبيبة القبائل و اتحاد الجزائر لخصت النتائج في الجدول التالي ، حيث :

النتائج	1	x	2
التكرارات	15	7	13

- الرمز 1 يعني فوز فريق شبيبة القبائل .
 الرمز 2 يعني فوز فريق اتحاد الجزائر .
 الرمز x يعني تعادل الفريقين .
- 1 - ما هو التكرار الكلي لهذه السلسلة ؟
 - 2 - أحسب تواتر كل قيمة و التواترات المجمع الصاعدة .

التمرين الثالث

- المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .
 f هي الدالة الخطية التي تمثيلها البياني (d) يشمل النقطة $A(3;3)$
 و g هي الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني (T) يشمل النقطتين $B(5;-3)$ و $C(2;-4)$.
- 1 - عين الدالتين f و g .
 - 2 - علم النقط A, B, C .
 - 3 - أرسم التمثيلين البيانيين (d) و (T) في المعلم السابق .

التمرين الرابع

- $A(3;5)$, $B(5;-3)$, $C(2;-4)$ نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس .
- 1 - أحسب الأعداد AB^2 ; BC^2 ; AC^2 .
 - 2 - استنتج طبيعة المثلث ABC .

المسألة

يقول رضا لسمير : إذا أعطيتني 6 كريات فيصبح عندنا نفس عدد الكريات و إذا أعطيتني 10 يصبح عندك نصف ما يصبح عندي من الكريات .
 ما هو عدد الكريات عند كل من رضا و سمير ؟ .

التمرين الأول

- 1 - عين القاسم المشترك d للعددين 102 و 119 .
- 2 - تحقق أن العددين $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$ أوليان فيما بينهما .

التمرين الثاني

- 1 - B هو عدد حيث : $B = (\sqrt{-3} + \sqrt{-6})^2 - 4$.
برهن أن B يكتب على الشكل : $a + b\sqrt{-2}$ حيث a و b عدنان طبيعيين .
- 2 - أحسب العدد B^2 ثم أكتبه على الشكل : $C + d\sqrt{-2}$ حيث C و d عدنان طبيعيين .

التمرين الثالث

- 1 - أرسم دائرة مركزها O طول قطرها [AB] هو 4 cm .
C هي نقطة من الدائرة بحيث : $\widehat{BOC} = 70^\circ$.
 - 2 - ما نوع المثلث ABC ؟
 - 3 - أحسب طول الوتر [BC] .
 - 2 - أحسب طول الوتر [AC] .
- يأخذ : $\cos 55^\circ \approx 0.57$ و $\sin 55^\circ \approx 0.82$.

التمرين الرابع

- (C) هي دائرة مركزها O و نصف قطرها 2 cm .
[AB] هو وترها طوله 3 cm و I منتصف [AB] .
- 1 - أنشئ صورة القطعة [AB] بالدوران الذي مركزه O و زاويته \widehat{BOA} .
و في الاتجاه المباشر .
- 2 - J هي صورة I بنفس الدوران .
ماذا تمثل J بالنسبة إلى صورة [AB] ؟ أنشئ النقطة J .

المسألة

لاقتناء مجلة ثقافية دفعت المتوسطة 290_{DA} دينار جزائري (و هو ثمن المجلات و تكاليف الإرسال) للحصول على 3 إصدارات .
و دفعت 450_{DA} دينار جزائري في مرة ثانية (و هو ثمن المجلات و تكاليف الإرسال) للحصول على 5 إصدارات .
أحسب ثمن المجلة الواحدة و تكاليف الإرسال علما أن تكاليف الإرسال ثابتة .

الموضوع السابع 7

النصوص

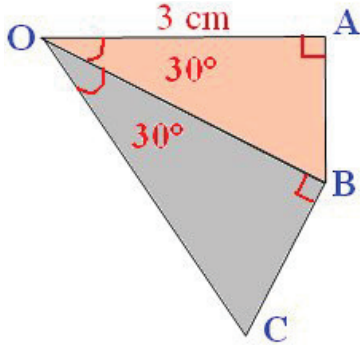
التمرين الأول

- 1 - أنشر و بسط العبارة A حيث : $A = (x - 5)(x + 12)$.
- 2 - حل المعادلة : $x^2 + 7x - 60 = 0$.
- 3 - مثلث أطوال أضلاعه (بالسنتيمترات) هي x ؛ $x + 7$ ؛ 13 .
عين العدد x علما أن هذا المثلث قائم و طول وتره هو 13 cm .

التمرين الثاني

- f هي الدالة الخطية ذات المعامل -1.5 .
- 1 - أحسب $f(0.5)$ ؛ $f(-2)$ ؛ $f(\frac{2}{3})$.
 - 2 - أحسب العدد الذي صورته بالدالة f هي -2 .
 - 3 - أرسم التمثيل البياني (D) للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه النقطة O .

التمرين الثالث



- 1 - لاحظ الشكل المقابل ثم أحسب OC .
- 2 - أعد الرسم و واصل للحصول على مثلث OCD قائم في C بحيث :
و $\widehat{COD} = 30^\circ$ و ليست نقطة من المستقيم (OB) .
أحسب OD .

التمرين الرابع

- المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه النقطة O .
- 1 - علم النقط $A(-5 ; -1)$ ، $B(3 ; -1)$ ، $C(1 ; 5)$ نقط من المستوي .
 - 2 - برهن أن النقطة $D(-1 ; 1)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
 - 3 - عين B' نظيرة B بالنسبة إلى المركز D .

المسألة

ساحة مستطيلة الشكل طولها 9.75 m و عرضها 7.28 m نريد تبليطها بواسطة بلاطات مربعة الشكل ضلع كل منها أصغر ما يمكن .

- 1 - بيّن أن هذا التبليط ممكن .
- 2 - أحسب عدد البلاطات اللازمة .

التمرين الأول

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

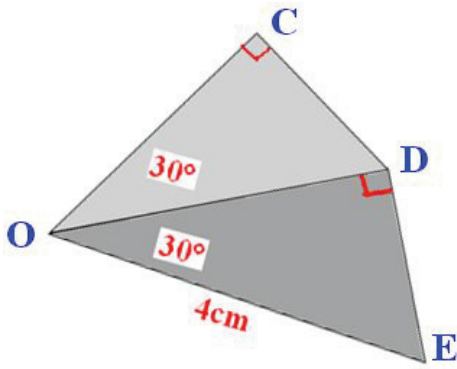
حل جملة المعادلتين التالية :

التمرين الثاني

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كما يلي : $f(x) = 4x - \frac{1}{2}$ و $g(x) = -2x + \frac{5}{2}$

- 1 - عين معاملي كل من الدالتين f و g ؟ .
- 2 - أحسب صورة العدد 0 بكل من الدالتين f و g .
- 3 - حل المعادلة : $f(x) = g(x)$. فسّر بيانها هذه النتيجة .
- 4 - (d) و (T) هما التمثيلان البيانيان للدالتين f و g على الترتيب في معلم متعامد و متجانس مبدؤه النقطة O .
أرسم (d) و (T) .

التمرين الثالث



لاحظ الشكل المقابل :

- 1 - أحسب OC .
- 2 - واصل الرسم للحصول على مثلث OCB .
- قائم في B بحيث : $\widehat{COB} = 30^\circ$.
- أحسب : OB .

التمرين الرابع

- المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .
- نقط من المستوي : $A(-2 ; 2)$; $B(-3 ; -1)$; $C(0 ; -2)$.
- 1 - برهن أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين .
 - 2 - عين إحداثيتي I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

المسألة

يبلغ عمر ولد 6 سنوات و عمر أمه 28 سنة .
بعد كم سنة يصبح عمر الأمر ضعف عمر ابنها ؟
ما هو حينئذ عمر كل من الأم و ابنها ؟ .

الموضوع التاسع 9

النصوص

التمرين الأول

- 1 - أكتب كلا من العددين a و b على الشكل : $C + d\sqrt{3}$.
حيث C و d عدنان طبيعيان .
. $b = 4\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ ؛ $a = 2(1+\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 6$
- 2 - أكتب $\frac{a}{b}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

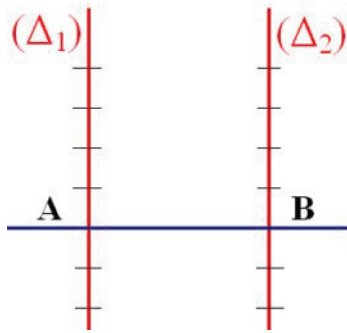
التمرين الثاني

- $f(x) = x\sqrt{3}$: الدالة الخطية المعرفة كما يلي :
- 1 - عيّن معامل الدالة الخطية f .
 - 2 - عيّن صورة كل من الأعداد التالية : $\sqrt{3}$ ؛ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ؛ 1 ؛ 3 .
 - 3 - عيّن الأعداد التي صورتها بالدالة f هي : $\sqrt{2}$ ؛ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ؛ -3 على الترتيب .

التمرين الثالث

- هذه العلامات تحصلت عليها ليلي خلال الفصل الأول في الرياضيات .
13 ؛ 14 ؛ 9 ؛ 7 ؛ 10 ؛ 12 ؛ 10 ؛ 14 .
- 1 - أحسب معدل علامات ليلي في الرياضيات بتقريب 0.01 بالزيادة .
 - 2 - أحسب وسيط سلسلة هذه العلامات .

التمرين الرابع



في الشكل المقابل ، المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) متوازيان و مدرّجان تدريجا منتظما و بنفس الوحدة .

- 1 - أنشئ النقطة M من القطعة $[AB]$.
بحيث : $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. برّر كيفية الإنشاء .
- 2 - أنشئ النقطة N من المستقيم (AB) تختلف عن M
بحيث : $\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3}$.

المسألة

- اشترى صانع صفيحة من الزجاج عرضها 81 cm و طولها 108 cm .
يريد تقطيعها إلى مربعات متماثلة ذات مساحة أكبر ما يمكن .
ما هو طول ضلع كل مربع و ما هو عدد المربعات التي يمكن تقطيعها ؟

الموضوع العاشر 10

النصوص

التمرين الأول

- 1 - حلل إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى كلا من العبارتين التاليتين :
- $$F = (5x - 3)^2 + 4(25x^2 - 9) , \quad E = (3x - 2)^2 - (x + 1)(3x - 2)$$
- 2 - أحسب قيمة E من أجل : $x = \frac{3}{2}$. أحسب قيمة F من أجل : $x = \frac{3}{5}$.

التمرين الثاني

- $ABCD$ مربع مركزه O و قطره $4cm$.
- 1 - أنشئ النقط E, F, G, H و صور النقط A, B, C, D على الترتيب . بالدوران الذي مركزه O و زاويته 45° و في الاتجاه غير المباشر .
- 2 - ما هو نوع الرباعي $EFGH$ ؟ .

التمرين الثالث

- المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .
- $A(0; -2); B(-6; -5); C(-3; 1)$ نقط من المستوي .
- 1 - علم النقط A, B, C .
- 2 - برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين .
- 3 - ليكن I منتصف القطعة $[AC]$.
- عيّن إحداثيتي I .
- عيّن إحداثيتي D نظيرة B بالنسبة إلى I .
- ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟ .

التمرين الرابع

- 1 - عيّن الدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين $E\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ و $F(-6; -5)$.
- 2 - عيّن صورة العدد -1 بالدالة f .
- 3 - ما هو العدد الذي صورته بالدالة f هو -1 ؟ .

المسألة

- ثمن 4 كيلو غرام من البطاطا و 3 كيلو غرام من الطماطم هو 305_{DA} ديناراً . و ثمن كيلو غرامين من البطاطا و 5 كيلو غرام من الطماطم هو 345_{DA} ديناراً . ما هو ثمن الكيلو غرام الواحد من البطاطا و ثمن الكيلو غرام الواحد من الطماطم ؟ .

التمرين الأول

- 1 - أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1020 و 3468 .
- 2 - أوجد الكسر غير قابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{3468}{1020}$.

التمرين الثاني

حل جملة المعادلتين التاليتين :

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$$

التمرين الثالث

f هي الدالة التآلفية المعرفة كما يلي : $f(x) = -\frac{5}{2}x + 4$ و (d) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

- 1 - هل النقطة $A(-2;3)$ تنتمي إلى (d) ؟ .
- 2 - برهن أن النقطتين $B(2;-1)$ و $C(4;-6)$ تنتميان إلى (d) .
- 3 - أرسم المستقيم (d) .

التمرين الرابع

- ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساس A .
- 1 - أنشئ النقطة E بحيث : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$.
 - 2 - برهن أن المثلث ABE متساوي الساقين .
 - 3 - لتكن I منتصف $[AC]$ و J منتصف $[BE]$. برهن أن $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JB}$.

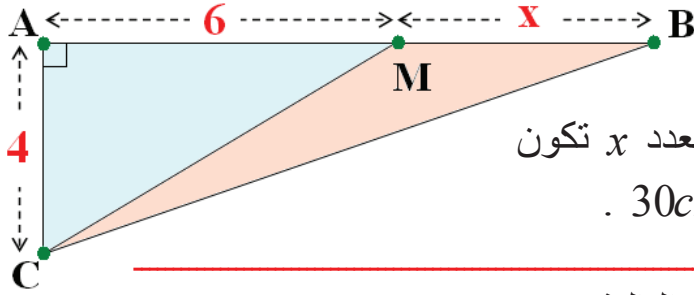
المسألة

يقترح نادي رياضي في كرة القدم صيغتين لمشاهدة 20 مقابلة تجرى على ملعبه خلال الموسم الرياضي .

- الصيغة الأولى : دفع 55 ديناراً لتذكرة الدخول .
- الصيغة الثانية : اشتراك قدره 600 ديناراً و دفع في كل مرة 5 دنائير عند الدخول .

ابتداء من أي عدد من المقابلات تكون الصيغة الثانية هي الأفضل للجماهير ؟ .

التمرين الأول



في الشكل المقابل M

هي نقطة من القطعة $[AB]$. وحدة

الطول هي السنتيمتر. من أجل أية قيم للعدد x تكون مساحة المثلث ABC أصغر من $30cm^2$.

التمرين الثاني

1- حطّل إلى جداء عاملين العبارة E التالية :

$$E = (3x - 2)(x + 2) - (9x^2 - 4)$$

2- حل المعادلة : $E = 0$

التمرين الثالث

f هي الدالة التآلفية المعرفة كما يلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$.

(d) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

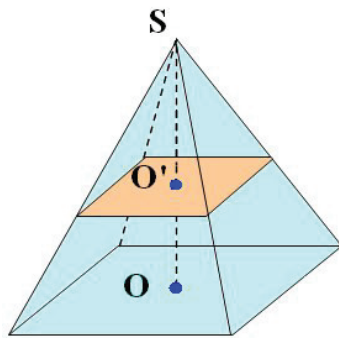
1- هل النقطتان $A(-2; 2)$ و $B(2; 0)$ تنتميان إلى (d) ؟

2- أرسم المستقيم (d).

3- هل النقطة $C\left(1; \frac{1}{3}\right)$ تنتمي إلى (d) ؟

التمرين الرابع

هرم منتظم حجمه $0.576dm^3$ قاعدته مربعة الشكل مساحتها $1.44dm^2$ (أنظر الشكل).



1- S' هو رأس الهرم ، O مركز قاعدته .

2- أحسب ارتفاع الهرم .

3- يقطع هذا الهرم بمستوي يوازي قاعدته

و في منتصف ارتفاعه ، فينتج هرم مصغر

مركز قاعدته O' و جذع هرم .

أحسب حجم جذع الهرم .

المسألة

أقلعت طائرة لأداء مهمة مراقبة ، من قاعدتها على الساعة $8h$. و بعد قطع مسافة عادت

إلى قاعدتها متبعة نفس الخط ، فحطت على الساعة $11h30min$.

إذا كانت سرعتها المتوسطة في الذهاب $960km/h$ و في الإياب $720km/h$

فما هي مدة قطع المسافة في الذهاب و مدة قطعها في الإياب ؟

التمرين الأول

أكتب العدد $\frac{5.6}{2.45}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين الثاني

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

نقطتان من المستوي و $A \left(-3; \frac{1}{2} \right)$ و $B (1; 4)$ شعاع $\vec{V} (2; -1)$ شعاع .

1 - علم النقطتين A و B .

2 - لتكن A' صورة A و B' صورة B بالانسحاب الذي شعاعه \vec{V} .

- عين إحداثيي A' و B' .
- علم النقطتين A' و B' في المعلم السابق .
- ما هي طبيعة الرباعي $AA'B'B$ ؟

التمرين الثالث

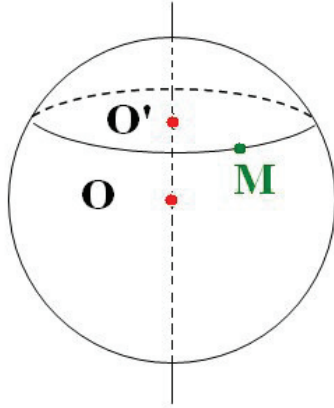
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

f دالة تألفية معرفة كما يلي : $f(x) = -3x + 2$ ،

1 - عين صورة كل من العددين 1 و 0 بالدالة f .

2 - أنشئ (D) التمثيل البياني للدالة f في المعلم السابق .

التمرين الرابع



يمثل الشكل المقابل كرة مركزها O و قطرها $4cm$

مقطوعة بمستو وفق دائرة مركزها O'

بحيث $OO' = 1.6cm$.

1 - M نقطة من هذه الدائرة .

• ما نوع المثلث $OO'M$ ؟

• مثّل بالقياسات الحقيقية المثلث $OO'M$.

2 - أحسب نصف قطر هذه الدائرة .

المسألة

اشترى رضا كراسين و 3 أقلام بثمن 45 ديناراً ، و اشترى سمير 4 كراسات و قلما

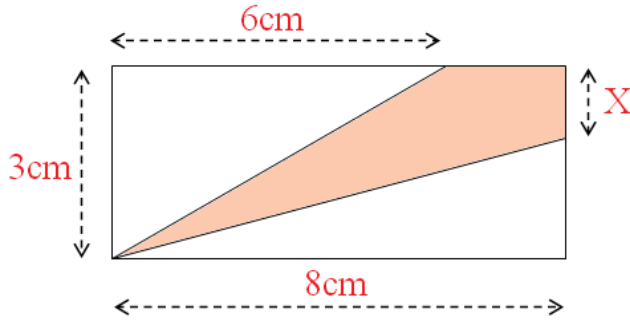
واحداً من نفس النوع بثمن 55 ديناراً .

ما هو ثمن الكراس الواحد و ما هو ثمن القلم الواحد ؟ .

النصوص

الموضوع الرابع عشر 14

التمرين الأول



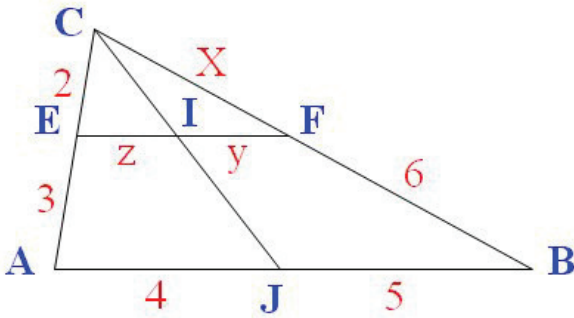
لاحظ الشكل المقابل .
من أجل أية قيم للعدد x
تكون المساحة $\frac{1}{3}$ للجزء
الملون أصغر من
ثلث مساحة المستطيل ؟ .

التمرين الثاني

$$\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

حل جملة المعادلتين التاليتين :

التمرين الثالث



في الشكل المقابل القطعتان
[EF] و [AB] متوازيتان .
الوحدة هي نصف السننيمتر .
● أحسب كلا من :
 x ، y و z .

التمرين الرابع

الجدول التالي يبيّن توزيع 50 شخصا حسب قاماتهم (بالأمتار) .

القامات (بالأمتار)	[1.5 0;1.6 0[[1.60;1.7 0[[1.7 0;1.8 0[[1.80;1.90[
التكرار	4	16	20	10

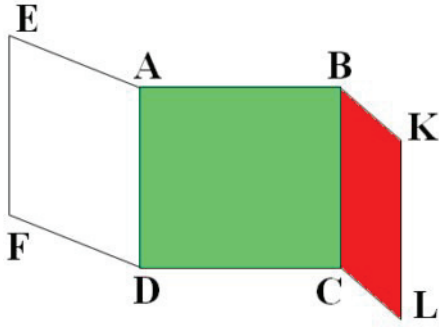
- 1- أحسب تواتر كل فئة .
- 2- أحسب معدل القامات .
- 3- أنجز المدرج التكراري لهذه السلسلة .

المسألة

يريد فلاح وضع سياج حول حقله المستطيل الشكل طوله $276m$ و عرضه $192m$.
لذلك قرر وضع أعمدة بحيث يكون نفس البعد بين كل عمودين متتاليين حول الحقل مع
وضع عمود في كل ركن .

- يريد هذا الفلاح استعمال أصغر عدد ممكن من الأعمدة .
- 1- ما هي المسافة بين كل عمودين متتاليين ؟ .
 - 2- ما هو عدد الأعمدة التي يجب أن يستعملها هذا الفلاح ؟ .

التمرين الأول



في الشكل المقابل كل من الرباعيات $ABCD$ ،
 $AEFD$ و $BCLK$ متوازي الأضلاع .

1 - برهن أن :

$$\left(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} \right) + \overrightarrow{BK} = \left(\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DC} \right) + \overrightarrow{CL}$$

2 - برهن أن الرباعي $EKLK$ متوازي الأضلاع .

التمرين الثاني

أكتب كل عدد من الأعداد التالية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

$$c = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} ; \quad a = \frac{4}{3 - \sqrt{2}} ; \quad b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$$

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

1 - $A(1, -1); B(-2, -1); C(3, 1)$ نقط من المستوي . علّم النقط A و B و C .

2 - هل النقطة C تنتمي إلى الدائرة التي تشمل B و مركزها A ؟ .

3 - لتكن D نظيرة النقطة C بالنسبة إلى A . عيّن إحداثيي النقطة D .

4 - F هي النقطة ذات الإحداثيين $(-4; 4)$ ، بيّن أن F تنتمي إلى محور القطعة $[CD]$.

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

f هي الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني (d) يشمل النقطتين $E(-2; -1)$ و $F(3; 1)$

و g الدالة الخطية التي تمثيلها البياني (L) يشمل $G(1; -1)$.

1 - عيّن الدالتين f و g ، ثم ارسم المستقيمين (d) و (L) .

2 - حل المعادلة : $f(x) = g(x)$. ماذا يمثل هذا الحل بالنسبة إلى المستقيمين (d)

و (L) ؟ .

المسألة

نريد إدارة متوسطة تنظيم مسابقة علمية بين أفواج من التلاميذ .

ترشح 124 بنتا و 93 ولدا للمشاركة في هذه المسابقة .

1 - أحسب أكبر عدد من الأفواج التي يمكن تشكيلها بحيث تشمل كل الأفواج نفس عدد البنات و نفس عدد الأولاد ؟ .

2 - ما هو عدد البنات و عدد الأولاد في كل فوج ؟ .

التمرين الأول

1- نضع $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. أحسب a^2 و $\frac{1}{a}+1$.

2- تحقق أن $a^2 = a+1$ و $a = \frac{1}{a}+1$.

التمرين الثاني

1- عين الدالة التآلفية f حيث $f(4)=1$ و $f(-3)=2$.

2- عيّن صورة 11 بالدالة f .

3- عيّن العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{10}{7}$.

التمرين الثالث

$ABCD$ متوازي أضلاع بحيث : $AB = 2cm$ و $BC = 2.5cm$ ، و $BD = 1.5cm$. K هي نظيرة C بالنسبة إلى D و L نظيرة A بالنسبة إلى D .

1- أنجز شكلاً .

2- برهن أن L هي صورة K بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{AC} .

التمرين الرابع

إليك السلسلة الإحصائية لعلامات رضا في الرياضيات خلال الفصل الثاني .

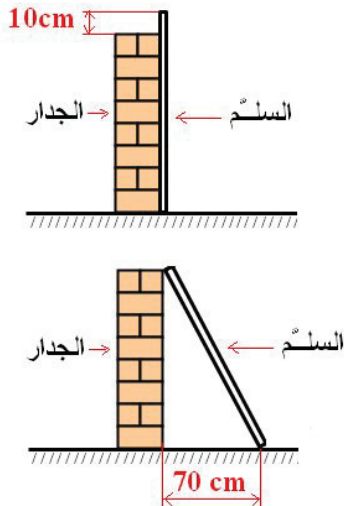
11 ; 10 ; 16 ; 7 ; 9 ; 15 ; 19 ; 12 ; 17 ;

1- أحسب معدل رضا في الرياضيات خلال هذا الفصل .

2- أحسب وسيط هذه السلسلة .

3- ما هي العلامة التي ينبغي أن يتحصل عليها رضا فرض إضافي حتى يصير معدله 13 ؟ .

المسألة



إذا وضعت سلماً ضد جدار ،
ففيقو الجدار بـ $10cm$
و إذا وضعناه مائلاً بحيث
يبعد عن قاعدة الجدار بـ $70cm$ ،
فيصل بالضبط إلى قمة الجدار
(أنظر الشكلين) .

ما هو ارتفاع الجدار
و ما هو طول السلم ؟ .

التمرين الأول

1 - حل كلا من المتراجحتين التاليتين :

$$2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$$

$$5(1 - x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$$

2 - مثّل مجموعة حلول كل من المتراجحتين على مستقيم عددي .

التمرين الثاني

1 - عين الدالة الخطية f علما أن صورة $-\frac{3}{2}$ بالدالة f هي : -3 .

2 - المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

أرسم التمثيل البياني (T) للدالة f .

التمرين الثالث

1 - (\mathcal{C}) هي دائرة مركزها O و نصف قطرها $2cm$.

أرسم سداسيا $ABCDEF$ منتظما حيث رؤوسه هي نقط من الدائرة .

2 - يتقاطع المستقيمان (BA) و (EF) في I . ما هو نوع المثلث IAF ؟ .

التمرين الرابع

1 - أحسب بتقريب $0.1cm$ ، قياسات مقطع

المستوي (P) مع المكعب الممثل في الشكل

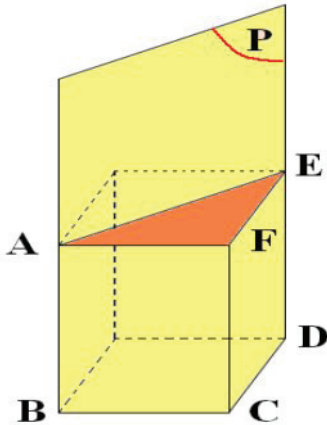
علما أن المستوي (P) يشمل الحرفين

$[AB]$ و $[ED]$.

و أن طول حرف المكعب هو $3cm$.

● أرسم هذا المقطع بالقياسات الحقيقية .

2 - أحسب حجم الموشور $ABCDEF$.



المسألة

وضع تاجر $20kg$ من القهوة في 56 علبة ، بعضها تزن $250g$ و البعض الآخر

$500g$.

ما هو عدد العلب من كل نوع ؟ .

التمرين الأول

بيّن أن للمعادلتين التاليتين حلين متعاكسين :

$$1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x \quad \text{و} \quad \frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$$

التمرين الثاني

المستوى مزود بمعلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

. ثلاث نقط من المستوي . $C (-1; -2); B (7; 2); A (1; 6)$

1 - علم النقط $C; B; A$.

2 - عيّن إحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع.

3 - أرسم الرباعي $ABDC$.

4 - عيّن إحداثيي مركزه I .

التمرين الثالث

. ABC مثلث قائم في A بحيث : $BC = 5cm$ و $AC = 2cm$

. F هي منتصف $[BC]$

. E نقطة من $[AB]$ بحيث : $\widehat{EFB} = 90^\circ$

1 - أرسم الشكل .

2 - ما نوع المثلث ABC ؟ أحسب AB .

3 - عبر عن $\tan \widehat{B}$ في كل من المثلثين ABC و EFB ، ثم أحسب EF .

التمرين الرابع

. $B; A$ و C ثلاث نقط من مستقيم بحيث : $AB = 2cm$ و $BC = 3cm$

. و B نقطة من القطعة $[AC]$

1 - أنشئ \overrightarrow{CE} ممثلاً للشعاع $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$ مبدؤه C

• ما هو طول الشعاع \overrightarrow{CE} ؟

2 - أنشئ الشعاع \overrightarrow{KA} ممثلاً للشعاع $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$ نهايته A

• ما هو طول الشعاع \overrightarrow{KA} ؟

المسألة

. حقل مستطيل الشكل محيطه هو $456m$ و ينقص عرضه عن طوله بـ $18m$

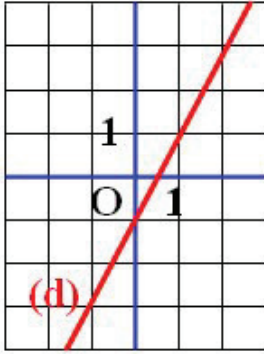
. ما هو طول و عرض هذا الحقل ؟

التمرين الأول

1 - حل كلا من المعادلتين $\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$

و $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$

التمرين الثاني



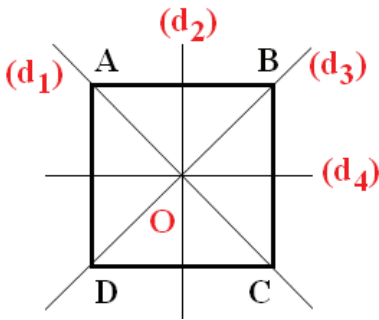
(D) هو التمثيل البياني للدالة التآلفية f . (الشكل).

1 - أحسب المعاملين a و b للدالة f .
عيّن الدالة التآلفية f .

2 - عيّن صورة العدد -4 بالدالة f .

3 - عيّن العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{1}{2}$.

التمرين الثالث



لاحظ الشكل الموالي : $ABCD$

هو مربع مركزه O . المستقيمات :

(d_1) و (d_2) و (d_3) و (d_4)

هي محاور المربع $ABCD$.

1 - عيّن E و F إذا علمت أن :

$$\widehat{AOE} = \widehat{BOF} = 135^\circ$$

و $OA = OE = OF$ و النقط A ، B ، E و F .

مرتبة بهذا الترتيب .

2 - أنشئ صورة $ABCD$ بالدوران الذي مركزه O بحيث صورة A هي E .

التمرين الرابع

حجم مجسم هو $12m^3$. أنجز تصغير له بنسبة 0.3 .

1 - أحسب حجم النموذج المصغر .

2 - أنجز تصغيراً آخر له حجمه $0.096m^3$. أحسب نسبة هذا التصغير .

المسألة

باع فلاح 40% من منتوجه من القمح في المرة الأولى . ثم باع 15 طناً في المرة الثانية و

بقي عنده 17.4 طناً .

ما هي كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح ؟ .

التمرين الأول

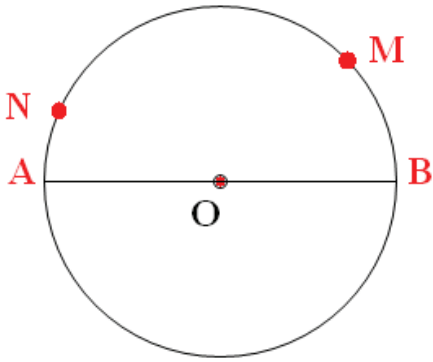
- 1- بيّن أن الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال .
- 2- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 768 .
- 3- أكتب الكسر $\frac{264}{768}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين الثاني

ABC مثلث .

- 1- أنشئ المثلث T_1 صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{AB} . و المثلث T_2 صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{BC} .
- 2- لاحظ أن T_2 هو صورة T_1 بانسحاب حدّ شعاع هذا الانسحاب .

التمرين الثالث



لاحظ الشكل المقابل : O هو مركز الدائرة و $[AB]$ قطر لها .

- 1- أثبت أن : $\widehat{AIN} = \widehat{MIB}$.
- 2- ما نوع كل من المثلثين INA و IMB .
- 3- برهن أن : $\frac{AN}{IN} = \frac{BM}{IM}$.

التمرين الرابع

- المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .
- f الدالة الخطية التي تمثيلها البياني (d) يشمل النقطتين $B(4;4)$.
- g الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني (T) يشمل النقطتين $A(0;6)$ و $D(2;-4)$.
- 1- أحسب معامل الدالة f ثم عيّن الدالة الخطية f .
- 2- أحسب معاملي الدالة g ثم عيّن الدالة التآلفية g .
- 3- أرسم (d) و (T) في المعلم السابق .

المسألة

- في متوسطة بلغت نسبة النجاح 80° من المترشحين لشهادة التعليم المتوسط .
- ما هو عدد الناجحين إذا كان عدد المترشحين هو : 140 ؟
 - ما هو عدد المترشحين إذا كان عدد الناجحين هو : 104 ؟

الحلول

الموضوع الأول 1

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 - حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085
استعمال خوارزمية إقليدس .

$$2085 = 837 \times 2 + 411 \quad \text{لدينا :}$$

$$837 = 411 \times 2 + 15$$

$$411 = 15 \times 27 + 6$$

$$15 = 6 \times 2 + 3$$

$$6 = 3 \times 2 + 0$$

ينتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085 هو 3 .

$$\text{أي : } p \gcd(837; 2085) = 3 .$$

2 - اختزال الكسر: $\frac{837}{2085}$.

$$\text{لدينا : } 2085 = 3 \times 695 \text{ و } 837 = 3 \times 279$$

$$\text{إذن : } \frac{837}{2085} = \frac{3 \times 279}{3 \times 695} = \frac{279}{695} \text{ و بالتالي : } \frac{837}{2085} = \frac{279}{695}$$

$$\text{الكسر } \frac{279}{695} \text{ هو كسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي } \frac{837}{2085} .$$

التمرين الثاني (الحساب الحرفي - المتطابقات الشهيرة)

1 - نشر و تبسيط A .

$$\text{لدينا : } (4x - 5)^2 = (4x)^2 - 2 \times (4x)(5) + 5^2$$

$$= 16x^2 - 40x + 25$$

$$\text{و بالتالي : } (4x - 5)^2 = 16x^2 - 40x + 25$$

$$\text{إذن : } A = 40x - 50 + (4x - 5)^2 = 40x - 50 + 16x^2 - 40x + 25$$

$$= 16x^2 - 25$$

$$\text{ينتج أن : } A = 16x^2 - 25$$

2 - حساب قيم A من أجل : $x = 2; x = 0; x = -1$.

$$\bullet \text{ من أجل : } x = -1 \text{ لدينا : } A = 16(-1)^2 - 25$$

$$= 16 - 25 = -9$$

$$\text{إذن : } A = -9 \text{ من أجل } x = -1$$

• من أجل : $x = 0$ لدينا : $A = 16(0)^2 - 25$

$$= 0 - 25 = -25$$

• إذن : $A = -25$ من أجل $x = 0$.

• من أجل : $x = 2$ لدينا : $A = 16(2)^2 - 25$

$$= 16 \times 4 - 25$$

$$= 64 - 25 = 39$$

• إذن : $A = 39$ من أجل $x = 2$.

التمرين الثالث (الجنور التربيعية)

1 - a, b, c هي أعداد تحقق : $a > 0; b > 0; c > 0$. و $c^2 = a^2 + b^2$

حساب c . $c^2 = [\sqrt{3}(1 + \sqrt{6})]^2 + (3 - \sqrt{6})^2$

$$= 3(1 + \sqrt{6})^2 + 3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2$$

$$= 3[1 + 2 \times 1 \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2] + 9 - 6\sqrt{6} + 6$$

$$= 3(1 + 2\sqrt{6} + 6) + 15 - 6\sqrt{6}$$

$$= 3(7 + 2\sqrt{6}) + 15 - 6\sqrt{6}$$

$$= 21 + 6\sqrt{6} + 15 - 6\sqrt{6}$$

• $c^2 = 36$ و بالتالي :

• إذن : $c = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$ أي : $c = 6$.

2 - حساب المحيط L للمثلث :

لدينا : $L = a + b + c$

$$= \sqrt{3}(1 + \sqrt{6}) + (3 - \sqrt{6}) + 6$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{18} + 3 - \sqrt{6} + 6$$

$$= \sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 9 - \sqrt{6}$$

$$= 9 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$$

• إذن : $L = 9 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$

و بالتالي : محيط المثلث هو : $9 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ وحدة طول .

التمرين الرابع (خاصية طالس)

1 - الرباعيات $AEJC$; $BIJC$; $AEIB$ هي متوازيات أضلاع .

2 - EJG و EIF مثلثات في وضعية طالس .

$$\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG} \text{ أي } \frac{EI}{EJ} = \frac{EF}{EG}$$

لأن : $EI = AB$ و $EJ = AC$.

3 - حساب EF .

لدينا : $AC = AB + BC$. إذن : $AC = 5cm$.

$$\frac{2}{5} = \frac{EF}{EF + 2.5} \text{ أي } \frac{2}{5} = \frac{EF}{EF + FG} \text{ يعني } \frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$$

و هذا يعني أن : $5EF = 2(EF + 2.5) = 2EF + 5$ ينتج أن : $3EF = 5$

$$\text{إذن : } EF = \frac{5}{3} \text{ أي : } EF \approx 1.6cm$$

المسألة

1 - نضع x هو مبلغ الفاتورة و y الزيادة الناتجة عن التأخر في التسديد .

$$\text{لدينا : } y = \frac{10}{100}x \text{ أي : } y = \frac{1}{10}x$$

الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هي : $\left(1000 \times \frac{1}{10}\right)$ دينار جزائري .

$$\text{لدينا : } \frac{1}{10} \times 1000 = 100$$

إذن الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هي : 100 دينار جزائري .

2 - لتكن x مبلغ الفاتورة .

$$\text{لدينا : } 1430 = \frac{11}{10}x \text{ أي } 1430 = x + \frac{1}{10}x = \left(1 + \frac{1}{10}\right)x$$

$$\text{نبحث عن العدد } x \text{ حيث : } 1430 = \frac{11}{10}x$$

$$\text{إذن : } x = \frac{1430 \times 10}{11}$$

$$\text{ينتج أن : } x = \frac{14300}{11} = 1300$$

و بالتالي : مبلغ الفاتورة هو : 1300 دينار جزائري .

الحلول

الموضوع الثاني 2

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 - تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513 .

نستعمل خوارزمية إقليدس : $729 = 513 \times 1 + 216$

$$513 = 216 \times 2 + 81$$

$$216 = 81 \times 2 + 54$$

$$81 = 54 \times 1 + \boxed{27}$$

$$54 = 27 \times 2 + 0$$

نلاحظ أن آخر باق غير منعدم هو $\boxed{27}$.

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513 هو 27 .

أي : $\text{pgcd}(729 ; 513) = 27$

2 - اختزال الكسر $\frac{513}{729}$

لدينا : $513 = 27 \times 19$ و $729 = 27 \times 27$

إذن : $\frac{513}{729} = \frac{27 \times 19}{27 \times 27} = \frac{19}{27}$ و بالتالي : $\frac{513}{729} = \frac{19}{27}$

أي : $\frac{19}{27}$ هو كسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي الكسر $\frac{513}{729}$

التمرين الثاني (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

• حل المعادلة : $3x - 5 = -7 + x$

$3x - 5 = -7 + x$ بمعنى : $3x - x = -7 + 5$

(عندما ننقل عددا أو عبارة من طرف إلى طرف آخر من معادلة ، نغير إشارته) بعد

التبسيط نجد : $2x = -2$. و بالتالي : $x = -\frac{2}{2}$ أي : $x = -1$.

ينتج أن : **المعادلة : $3x - 5 = -7 + x$ تقبل حلا واحدا هو -1**

• حل المعادلة : $x + 6 = 3 - 2x$

$x + 6 = 3 - 2x$ بمعنى : $x + 2x = 3 - 6$

بعد التبسيط نجد : $3x = -3$. و بالتالي : $x = -\frac{3}{3}$ أي : $x = -1$.

إذن : **المعادلة : $x + 6 = 3 - 2x$ تقبل حلا واحدا هو -1**

ينتج أن : **للمعادلتين نفس الحل و هو -1**

التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 - صورة 0 بالدالة f هي $f(0)$.

$$f(0) = -2 \times 0 + 3 \quad \text{أي : } f(0) = 3$$

2 - العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو العدد x بحيث : $f(x) = 0$.

$$f(x) = 0 \text{ يعني } -2x + 3 = 0 \text{ أي } -2x = -3 \text{ إذن } x = \frac{3}{2}$$

لدينا : $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ و بالتالي : العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو $\frac{3}{2}$.

3 - الدالة الخطية المرفقة بالدالة التآلفية f هي الدالة g المعرفة كما يلي :

$$g(x) = -2x$$

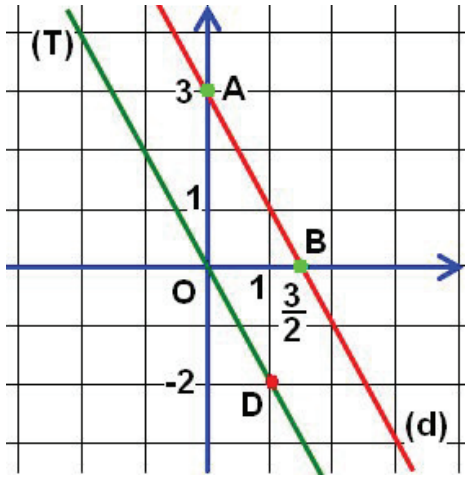
$$g(1) = (-2) \times 1 \text{ إذن } : g(1) = -2$$

و بالتالي : النقطة $D(1; -2)$ تنتمي إلى المستقيم (T) الممثل للدالة g .

$$\text{لدينا : } f(1) = 1 \text{ و } f(1) \neq -2$$

إذن : $D(1; -2)$ لا تنتمي إلى (d) .

4 - رسم (d) و (T) .



(d) يشمل النقطتين $A(0; 3)$ و $B\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

إذن المستقيم (d) هو المستقيم (AB) .

(T) يشمل النقطتين $O(0; 0)$ و $D(1; -2)$

و المستقيم (T) هو المستقيم (OD) .

التمرين الرابع (حساب المثلثات في المثلث القائم)

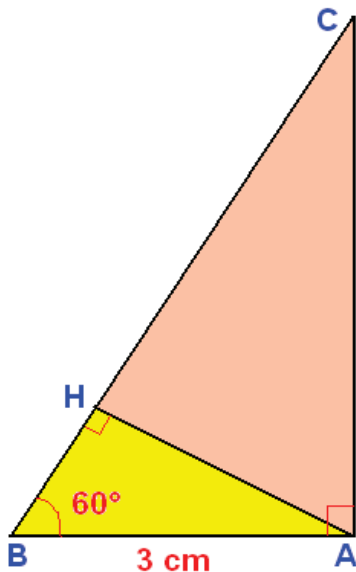
1 - للمثلث القائم BAC زاوية قياسها 60°

فهو نصف مثلث متقايس الأضلاع .

إذن : $BC = 6cm$ أي $BC = 2AB$

لدينا أيضا للمثلث القائم ABH زاوية قياسها 60°

فهو أيضا نصف مثلث متقايس الأضلاع



$$\text{إذن : } BH = \frac{1}{2} AB$$

أي : $BH = 1.5cm$.

و $HC = BC - BH = 6 - 1.5 = 4.5$ أي $HC = 4.5cm$

إذن : $HC = 4.5cm$.

2 - المثلث ABH قائم في H .

حسب نظرية فيثاغورث : $AB^2 = AH^2 + BH^2$.

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 \quad \text{إذن :}$$

$$= 9 - 2.25 = 6.75$$

ينتج أن : $AH = \sqrt{6.75}$ أي : $AH \approx 2.6cm$.

3 - لدينا : $H\hat{A}C + H\hat{A}B = 90^\circ$ و $H\hat{A}B = 30^\circ$ إذن : $H\hat{A}C = 60^\circ$.

المثلث HAC قائم في H إذن : $\frac{HC}{AH} = \tan H\hat{A}C$

$$HC = AH \times \tan 60^\circ \quad \text{أي:}$$

$$= \sqrt{6.75} \times \sqrt{3} = \sqrt{20.25}$$

إذن : $HC = \sqrt{20.25}$ أي : $HC = 4.5cm$.

ملاحظة : لقد استعملنا طريقتين لحساب HC .

المسألة

نضع x طول الحقل و y عرضه مع أن : $x > 0$ و $y > 0$.

محيط الحقل هو : $2(x + y)$ و مساحته : $x \times y$.

إذن : $2(x + y) = 280$ أي : $x + y = 140$.

ينتج أن : $(x - 10)(y + 10) = x \times y + 100$.

$$xy + 10x - 10y - 100 = xy + 100$$

$$10x - 10y = 200$$

$$x - y = 20$$

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ x - y = 20 \end{cases} \quad \text{لتعيين } x \text{ و } y \text{ نحل الجملة :}$$

بالجمع طرف لطرف المعادلتين نجد : $2x = 160$.

إذن : $x = 80$.

بتعويض x بالعدد 80 في المعادلة : $x + y = 140$.

ينتج أن : $y = 60$.

إذن : طول الحقل هو : $80m$ و عرضه هو : $60m$.

الحلول

الموضوع الثالث 3

التمرين الأول (الحساب الحرفي - المتطابقات الشهيرة)

1 - • نشر و تحليل العبارة A .

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 &= x^2 + 4x + 4 \\ (2x + 4)(x - 3) &= 2x^2 - 6x + 4x - 12 \\ &= 2x^2 - 2x - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= (x + 2)^2 - (2x + 4)(x - 3) \\ &= x^2 + 4x + 4 - (2x^2 - 2x - 12) \\ &= x^2 + 4x + 4 - 2x^2 + 2x + 12 \end{aligned}$$

و بالتالي : $A = -x^2 + 6x + 16$

• نشر و تحليل العبارة B .

$$\begin{aligned} (4x - 1)^2 &= 16x^2 - 8x + 1 \\ (x - 4)^2 &= x^2 - 8x + 16 \\ B &= (4x - 1)^2 - (x - 4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 16x^2 - 8x + 1 - (x^2 - 8x + 16) \\ &= 16x^2 - 8x + 1 - x^2 + 8x - 16 \\ &= 15x^2 - 15 \end{aligned}$$

و بالتالي : $B = 15x^2 - 15$

2 - • حساب قيمة A من أجل $x = -2$.

من أجل $x = -2$. نجد : $A = (x + 2)^2 - (2x + 4)(x - 3)$

$$\begin{aligned} A &= (-2 + 2)^2 - [2(-2) + 4][(-2) - 3] \\ &= (0)^2 - (-4 + 4)(-2 - 3) \\ &= 0 - 0(-5) = 0 \end{aligned}$$

إذن : $A = 0$ من أجل $x = -2$

• حساب قيمة B من أجل $x = 1$.

من أجل $x = 1$. نجد : $B = 15x^2 - 15 = 15(1)^2 - 15 = 0$

إذن : $B = 0$ من أجل $x = 1$

التمرين الثاني (جمل معادلتين من الدرجة الأولى لمجهولين)

ليكن a و b العددين المطلوبين حيث $a > b$.

$$\begin{cases} a + b = 2007 \\ a = 2b + 338 \end{cases}$$

لدينا :

نحل هذه الجملة باستعمال طريقة التعويض :

بتعويض a بالعدد $2b + 338$ في المعادلة $a + b = 2007$.

$$2b + 338 + b = 2007$$

ينتج أن :

$$3b = 1665 \quad \text{إذن : } b = \frac{1665}{3} \quad \text{أي : } b = 555$$

بتعويض b بالعدد 555 في العبارة $a = 2b + 338$

$$a = 2(555) + 338$$

$$a = 1448$$

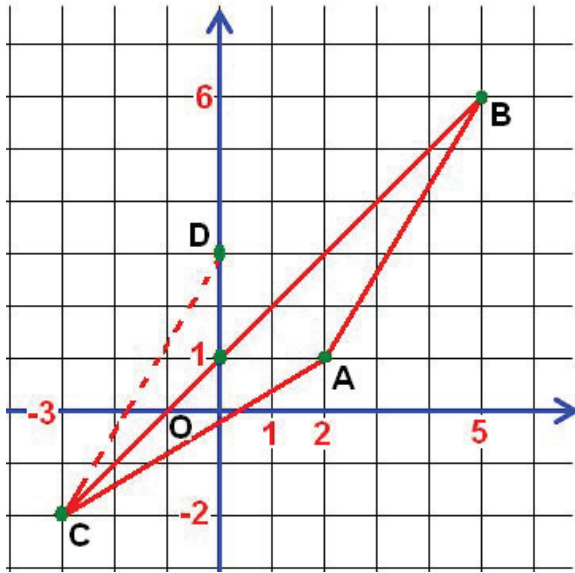
و بالتالي الجملة تقبل حلا واحداً و هو (1448 ; 555) .

إذن : **$a = 1448$ و $b = 555$**

التمرين الثالث (المعالم)

1 - تعليم النقط A, B, C .

(لاحظ الشكل) .



2 - البرهان على أن المثلث ABC

متساوي الساقين .

حساب الطولين AB و AC .

$$\text{لدينا : } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(5 - 2)^2 + (6 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$$

$$AB = \sqrt{34} \quad \text{إذن :}$$

$$\text{و لدينا : } AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(-3 - 2)^2 + (-2 - 1)^2}$$

$$AC = \sqrt{34} \quad \text{إذن :}$$

نلاحظ أن $AB = AC$.

إذن : **المثلث ABC متساوي الساقين**

3 - البرهان على أن صورة D بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} .

صورة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} يعني أن $\vec{CD} = \vec{AB}$.

$$\text{لدينا : } x_B - x_A = 9 - 2 = 3 \quad \text{و} \quad y_B - y_A = 6 - 1 = 5$$

$$\text{إذن : } \vec{AB}(3 ; 5)$$

$$\text{و لدينا : } x_D - x_C = 0 - (-3) = 3 \quad \text{و} \quad y_D - y_C = 3 + 2 = 5$$

$$\text{إذن : } \vec{CD}(3 ; 5)$$

ينتج أن : $\vec{CD} = \vec{AB}$

و بالتالي : **D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB}**

التمرين الرابع (الدوران)

1 - \widehat{BAD} هي زاوية محيطية و \widehat{BOD} زاوية مركزية .

الزاويتان : \widehat{BAD} و \widehat{BOD} تحصران نفس القوس \widehat{BD} .

إذن : $\widehat{BOD} = 2\widehat{BAD} = 150^\circ$.

و بالتالي : **$\widehat{BOD} = 150^\circ$**

2 - لدينا : $\widehat{BOC} = \widehat{BOD} - \widehat{COD}$ أي : $\widehat{BOC} = 150^\circ - 75^\circ = 75^\circ$.

ينتج أن : **$\widehat{BOC} = 75^\circ$**

المسألة

1 - حساب ثمن بيع بضاعة ثمن شرائها هو : 120_{DA} دينار جزائري .

هو : $DA [120 + \frac{25}{100}(120)]$ دينار جزائري .

لدينا : $120 + \frac{25}{100} \times 120 = 120 + 30$

$= 150$

إذن : **إذا كان ثمن شراء البضاعة هو 120_{DA} دينار جزائري**

فإن ثمن بيعها هو 150_{DA} دينار جزائري .

2 - حساب ثمن شراء البضاعة إذا كان ثمن بيعها هو 240_{DA} دينار جزائري .

ليكن x هو ثمن الشراء .

لدينا : $240 = x + \frac{25}{100}x = (1 + \frac{25}{100})x = \frac{125}{100}x$

إذن : $240 = \frac{25}{100}x$

$x = \frac{240 + 100}{125} = 192$

و بالتالي :

إذن : **إذا كان ثمن بيع البضاعة هو 240_{DA} دينار جزائري**

فإن ثمن شرائها هو 192_{DA} دينار جزائري .

الحلول

الموضوع الرابع 4

التمرين الأول (المعادلات و المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

1 - تحليل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$\begin{aligned} \text{لدينا : } (2x+4)^2 - (5x-1)^2 &= [(2x+4)-(5x-1)] [(2x+4) + (5x-1)] \\ &= (2x+4 - 5x + 1) (2x+4 + 5x-1) \\ &= (-3x + 5) (7x + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{إذن : } (2x+4)^2 - (5x-1)^2 &= (-3x + 5) (7x + 3) \\ \text{و لدينا : } 3x - 5 &= -(-3x+5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{إذن : } A &= (-3x+5) (7x+3) - (-3x+5) \\ &= (-3x+5) (7x+3 - 1) \\ &= (-3x+5) (7x+2) \end{aligned}$$

و بالتالي : $A = (-3x+5) (7x+2)$

2- حل المعادلة : $A = 0$

$$\begin{aligned} A = 0 \text{ يعني أن : } (-3x+5) (7x+2) &= 0 \\ \text{أي : } 7x + 2 = 0 \text{ أو } -3x+5 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3x+5 = 0 \text{ يعني : } -3x = -5 \text{ إذن : } x &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x + 2 = 0 \text{ يعني : } 7x = -2 \text{ إذن : } x &= -\frac{2}{7} \end{aligned}$$

ينتج أن : المعادلة $A = 0$ تقبل حلين هما : $\frac{5}{3}$ و $-\frac{2}{7}$

التمرين الثاني (الدوال الخطية - التناسبية)

1 - فواصل و تراتيب النقط A , B , C هي في الجدول التالي :

النقطة	A	B	C
الفاصلة	1	3	4
الترتيب	5	15	20

$$\text{لدينا : } 5 = 1 \times 5 \text{ ؛ } 15 = 3 \times 5 \text{ ؛ } 20 = 4 \times 5$$

إذن تراتيب النقط A , B , C متناسبة مع فواصلها .

● معامل التناسبية هو 5 .

2 - الدالة الخطية هي الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = 5x$

التمرين الثالث (الإحصاء)

1 - حساب التكرارات المجمعّة الصاعدة :

فئات الأعمار (بالسنوات)	[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[
التكرار	13	25	28	17
التكرارات المجمعّة الصاعدة	13	28	56	73

2 - حساب تواتر كل فئة و التواترات المجمعّة الصاعدة . التكرار الكلي هو 73 .

فئات الأعمار (بالسنوات)	[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[
التكرارات	13	25	28	17
التواترات	$\frac{13}{73}$	$\frac{25}{73}$	$\frac{28}{73}$	$\frac{17}{73}$
التواترات المجمعّة الصاعدة	$\frac{13}{73}$	$\frac{28}{73}$	$\frac{56}{73}$	1

3 - حساب وسط الأعمار . ليكن \bar{x} وسط الأعمار .

مراكز الفئات	25	35	45	55
التكرارات	13	25	28	17

$$\bar{x} = \frac{25 \times 13 + 35 \times 25 + 45 \times 28 + 55 \times 17}{73}$$

$$\bar{x} = \frac{325 + 875 + 1260 + 935}{73} = \frac{3395}{73} \approx 46.50$$

إذن : $\bar{x} \approx 46.50$

أي : **وسط الأعمار هو 46.50 سنة (أي ستة و أربعون سنة و نصف).**

التمرين الرابع (الدوران)

1 - بما أن المثلث EFG متساوي الساقين رأسه الأساسي F .

فإن : $FE = FG$.

نعلم أن : $\widehat{GFE} = 90^\circ$.

ينتج أن صورة E بالدوران الذي مركزه F و زاويته 90° و في الاتجاه المباشر هي النقطة G .

2 - لدينا المثلث IFJ متساوي الساقين رأسه F و $\widehat{IFJ} = 90^\circ$.

إذن صورة J بالدوران السابق هي I .

لدينا صورة E هي G و صورة J هي I .

إذن صورة [EJ] هي [GI] .

بما أن الدوران يحفظ المسافات . إذن : **$EJ = GI$** .

المسألة

نضع x الأجرة الشهرية لهذا البائع و y الأرباح الشهرية .

$$x = 15000 + \frac{10}{100}y$$

لدينا : $y = 50000$. **1 -** نعلم أن :
إذن :

$$x = 15000 + \frac{10}{100} \times 50000 \\ = 20000$$

و بالتالي : الأجرة الشهرية هي : 20000_{DA} دينار جزائري .
إذا بلغت الأرباح : 50000_{DA} دينار جزائري .

2 - لدينا : $x = 15000 + \frac{10}{100}y$ و $x = 18000$.

$$y \frac{10}{100} = 18000 - 15000 = 3000$$

إذن : أي $y = 3000$.

و بالتالي : بلغت الأرباح : 30000_{DA} دينار جزائري .
إذا كانت أجرته الشهرية : 18000_{DA} دينار جزائري .

التمرين الأول (الجذور التربيعية)

1 - كتابة العدد $\sqrt{72}$ على الشكل $a\sqrt{2}$.

لدينا : $72 = 36 \times 2$.

إذن : $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6 \times \sqrt{2}$

و بالتالي : $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

2 - كتابة العدد $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32}$ على الشكل $b\sqrt{2}$.

لدينا : $4\sqrt{72} = 4 \times 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$

و $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

و $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

إذن : $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 4(6\sqrt{2}) - 3(5\sqrt{2}) + 2(4\sqrt{2})$

$= 24\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$

$= (24-15+8)\sqrt{2}$

$= 17\sqrt{2}$

إذن : $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 17\sqrt{2}$

التمرين الثاني (الإحصاء)

1 - حساب التكرار الكلي لهذه السلسلة :

لدينا : $15+7+13 = 35$. إذن التكرار الكلي لهذه السلسلة هو 35 .

عدد التلاميذ الذين اقترحوا نتيجة للمقابلة هو 35 .

2 - حساب تواتر كل قيمة و التواترات المجمعة الصاعدة ز

نلخص النتائج في الجدول التالي :

النتائج	1	×	2
التكرارات	15	7	13
التواترات	$\frac{15}{35}$	$\frac{7}{35}$	$\frac{13}{35}$
التواترات المجمعة الصاعدة	$\frac{15}{35}$	$\frac{22}{35}$	1

التمرين الثالث (الدوال الخطية)

1 - تعيين الدالتين f و g .

- بما أن f دالة خطية فإن f معرفة كما يلي : $f(x) = ax$
- التمثيل البياني (d) للدالة f يشمل $A(3;3)$.

إذن : $f(3) = 3$ أي $a \times 3 = 3$ و بالتالي : $a = 1$.

ينتج أن : **الدالة الخطية f معرفة كما يلي : $f(x) = x$**

- نعلم أن الدالة g دالة تآلفية

و نعلم أن التمثيل البياني (T) للدالة g يشمل $B(5;-3)$ و $C(2;-4)$.

إذن : $g(5) = -3$ و $g(2) = -4$

الدالة g معرفة كما يلي : $g(x) = mx + p$

حيث :

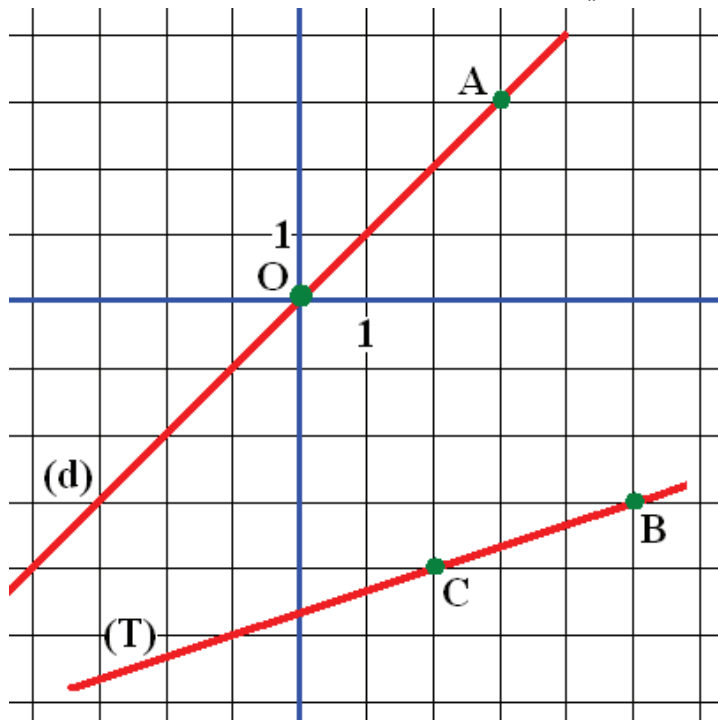
$$m = \frac{g(5) - g(2)}{5 - 2} = \frac{-3 - (-4)}{3} = \frac{1}{3}$$

و $g(5) = -3$ أي $m \times 5 + p = -3$

أي : $\frac{5}{3} + p = -3$ إذن : $p = -\frac{14}{3}$

و بالتالي : الدالة التآلفية g معرفة كما يلي : **$g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$**

2 - تعليم النقط A , B , C . لاحظ الشكل التالي :



3 - رسم (d) و (T).

(d) يشمل المبدأ O

و النقطة $A(3;3)$

إذن (d) هو المستقيم (OA)

(T) يشمل النقطتين B و C

إذن (T) هو المستقيم (BC).

التمرين الرابع (المعالم)

1 - حساب الأعداد AC^2 ; BC^2 ; AB^2

$$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 \quad \text{لدينا :}$$

$$= (5-3)^2 + (-3-3)^2 = 4 + 36 = 40$$

إذن : $AB^2 = 40$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

لدينا :

$$= (2-5)^2 + (-4+3)^2 = 9 + 1 = 10$$

إذن : $BC^2 = 10$

$$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$$

لدينا :

$$= (2-3)^2 + (-4-3)^2 = 1 + 49 = 50$$

إذن : $AC^2 = 50$

2 - استنتاج طبيعة المثلث ABC .

لدينا : $AB^2 + BC^2 = AC^2$ أي : $(40 + 10 = 50)$.

إذن : **المثلث ABC قائم في B** .

المسألة

نضع x عدد كريات رضا و y عدد كريات سمير ؛ حيث x و y عدنان طبيعيان

لدينا : $x + 6 = y - 6$ و $x + 10 = (y - 10)2$.

لتعيين x و y نحل الجملة :

$$\begin{cases} x + 10 = (y - 10)2 \\ x + 6 = y - 6 \end{cases}$$

أي :

$$\begin{cases} x - y = -12 \\ x - 2y = -30 \end{cases}$$

بالطرح طرف لطرف المعادلتين نجد : $y = 18$.

بتعويض y بالعدد 18 في المعادلة الأولى نجد : $x = 6$.

و بالتالي : **عند رضا 6 كريات و عند سمير 18 كرية** .

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية)

1 - تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119 .
نستعمل خوارزمية إقليدس .

$$119 = 102 \times 1 + 17 \quad \text{لدينا :}$$

$$102 = 17 \times 6 + 0$$

ينتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119 هو 17 .
إذن : **$d = 17$**

2 - حساب العددين

$$\frac{119}{d} \text{ و } \frac{102}{d}$$

لدينا : $\frac{119}{d} = \frac{119}{17} = 7$ و $\frac{102}{d} = \frac{102}{17} = 6$

1 هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 7 و 6 .

و بالتالي : العددين $\frac{119}{d}$ و $\frac{102}{d}$ أوليان فيما بينهما .

التمرين الثاني (الجزور التربيعية)

1 - حساب العدد : $B = (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 - 4$

لنحسب العدد : $(\sqrt{3} + \sqrt{6})^2$

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 &= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\ &= 3 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{6} + 6 = 9 + 2 \times 3\sqrt{2} = 9 + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{إذن : } (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = 9 + 6\sqrt{2}$$

$$B = (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 - 4 = 9 + 6\sqrt{2} - 4 = 5 + 6\sqrt{2}$$

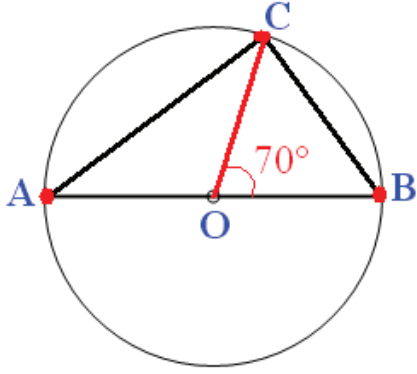
$$\text{أي : } B = 5 + 6\sqrt{2}$$

2 - حساب B^2 . $B^2 = (5 + 6\sqrt{2})^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 6\sqrt{2} + (6\sqrt{2})^2$

$$= 25 + 60\sqrt{2} + 72 = 97 + 60\sqrt{2}$$

$$\text{و بالتالي : } B^2 = 97 + 60\sqrt{2}$$

التمرين الثالث (حساب المثلثات في مثلث قائم)



1 - إنجاز الرسم .

2 - [AB] قطر ؛ و C نقطة من دائرة .

إذن : $\widehat{ACB} = 90^\circ$. المثلث ACB قائم في C .

3 - لدينا المثلث OBC متساوي الساقين

رأسه الأساسي O . إذن : $\widehat{OCB} = \widehat{OBC}$

أي $2\widehat{OBC} + 70^\circ = 180^\circ$ أي $\widehat{OBC} = 55^\circ$.

في المثلث القائم ABC ، لدينا : $\cos \widehat{B} = \frac{BC}{AB}$ أي $\cos 55^\circ = \frac{BC}{4}$

إذن : $BC = 4 \cos 55^\circ$ أي $BC \approx 4 \times 0.57$ أي $BC \approx 2.28$ cm بتقريب 0.01 cm .

4 - $\sin \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$ أي $\sin 55^\circ = \frac{AC}{4}$

و بالتالي : $AC = 4 \times \sin 55^\circ$

لدينا : $\sin 55^\circ \approx 0.82$. إذن : $AC \approx 3.28$ cm .

التمرين الرابع (الدوران)

1 - لدينا $OA = OB$.

صورة A بالدوران الذي مركزه O و زاويته \widehat{AOB}

في الاتجاه المباشر هي النقطة B .

إذا كانت D هي صورة B فإن : $OB = OD$.

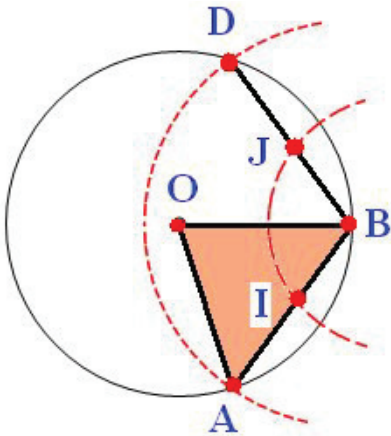
إذن : D نقطة من الدائرة (C) .

و بالتالي : صورة الوتر [AB] هو الوتر [BD] .

لدينا : $BD = AB$.

للحصول على D يكفي رسم قوس دائرة مركزها B .

و نصف قطرها طول [AB] أي 3 cm .



2 - صورة منتصف قطعة بدوران هي منتصف صورة هذه القطعة .

إذا كانت J صورة I بالدوران السابق فإن : J هي منتصف صورة [AB] .

أي J هي منتصف [BD] .

ننشئ النقطة J بحيث $BJ = BI$.

المسألة

نضع x ثمن المجلة الواحدة و b تكاليف إرسالها .

حيث : $x > 0$ و $b > 0$.

لدينا $290 = 3x + b$ و $450 = 5x + b$.

لتعيين x و b نحل الجملة

$$\begin{cases} 5x + b = 450 \\ 3x + b = 290 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} 450 = 5x + b \\ 290 = 3x + b \end{cases}$$

ب طرح طرفي المعادلتين طرف لطرف نجد : $2x = 160$ أي $x = 80$.

بتعويض x بالعدد 80 في إحدى المعادلتين نجد : $b = 50$.

إذن : ثمن المجلة الواحدة هو 80_{DA} دينار جزائري .

و تكاليف الإرسال هي : 50_{DA} دينار جزائري .

التمرين الأول (المعادلات و المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

1 - نشر و تبسيط العبارة A .

$$\begin{aligned} A &= (x-5)(x+12) \quad \text{لدينا :} \\ &= x^2 + 12x - 5x - 60 \\ &= x^2 + 7x - 60 \end{aligned}$$

و بالتالي : $A = x^2 + 7x - 60$

2 - حل المعادلة $x^2 + 7x - 60 = 0$

لدينا : $x^2 + 7x - 60 = 0$ يعني : $(x-5)(x+12) = 0$.
أي : $x - 5 = 0$ أو $x + 12 = 0$.

لدينا : $x - 5 = 0$ إذن : $x = 5$.

و لدينا : $x + 12 = 0$ إذن : $x = -12$.

ينتج أن : المعادلة $x^2 + 7x - 60 = 0$ تقبل حلين هما : 5 و -12 .

3 - تعيين x علما أن المثلث قائم و وتره 13 cm .

طول وتر المثلث القائم هو 13 .

إذن : $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$ (حسب نظرية فيثاغورث) .

لتعيين x نحل المعادلة : $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$.

$x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169$ يعني : $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$

أي : $2x^2 + 14x - 120 = 0$ أي : $x^2 + 7x - 60 = 0$.

حسب السؤال 2 نحصل على : $x = 5$ أو $x = -12$.

بما أن x عدد موجب فإن : $x = 5$.

و بالتالي : أضلاع المثلث هي : 5 cm ؛ 12 cm و 13 cm .

التمرين الثاني (الدوال الخطية - التناسبية)

1 - حساب $f(0.5)$ ؛ $f(-2)$ ؛ $f(\frac{2}{3})$.

معامل الدالة الخطية f هو -1.5 ، إذن الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = -1.5x$.

لدينا : $f(0.5) = (-1.5) \times (0.5) = -0.75$.

إذن : $f(0.5) = -0.75$.

لدينا : $f(-2) = (-1.5) \times (-2) = 3$.

إذن : $f(-2) = 3$.

لدينا :

$$f(\frac{2}{3}) = (-1.5) \times (\frac{2}{3})$$

$$= (-\frac{3}{2}) \times (\frac{2}{3}) = -1$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = -1$$

إذن :

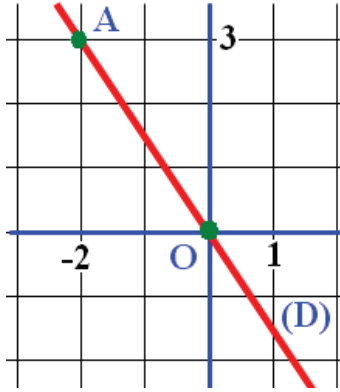
2- حساب العدد الذي صورته بالدالة f هي -2 .

العدد الذي صورته -2 هو x بحيث : $f(x) = -2$.

$$f(x) = -2 \text{ يعني : } -1.5x = -2 \text{ أي : } -\frac{3}{2}x = -2$$

$$\text{و بالتالي : } x = \frac{4}{3}$$

ينتج أن : العدد الذي صورته هي -2 بالدالة f هو العدد $\frac{4}{3}$



3- رسم التمثيل الدياني (D) .

(D) هو المستقيم الذي يشمل النقطة O .

و النقطة $A(-2 ; 3)$.

التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

$$1- \text{ لدينا : } \cos \widehat{AOB} = \frac{OA}{OB} \text{ بالتالي : } OB = \frac{OA}{\cos 30^\circ} = \frac{3}{\cos 30^\circ}$$

$$\text{و لدينا : } \cos \widehat{BOC} = \frac{OB}{OC} \text{ إذن : } OC = \frac{OB}{\cos 30^\circ}$$

$$\text{أي : } OC = \frac{3}{\cos 30^\circ} \times \frac{1}{\cos 30^\circ}$$

$$\text{أي : } OC = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\text{ينتج أن : } OC = 4 \text{ cm}$$

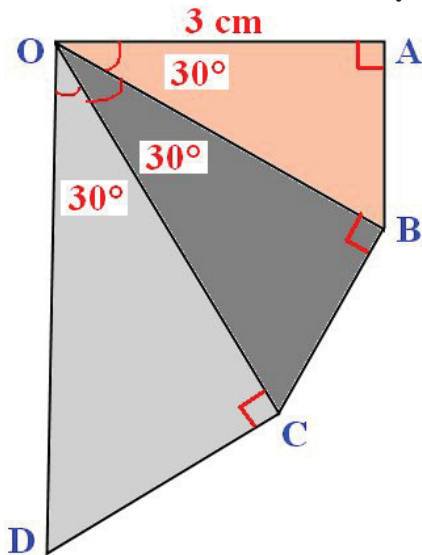
$$2- \text{ لدينا : } \cos \widehat{COD} = \frac{OC}{OD}$$

$$\text{و } OD = \frac{OC}{\cos 30^\circ}$$

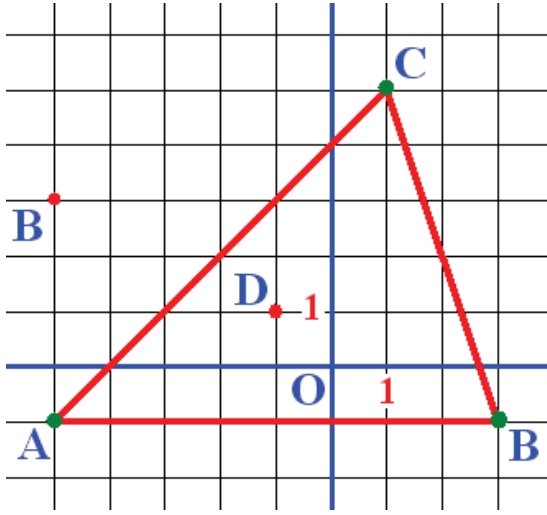
$$OD = 4 \times \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 4.61$$

إذن :

$$\text{أي : } OD \approx 4.6 \text{ cm}$$



التمرين الرابع (المعالم)



1 - تعليم النقط A , B , C (لاحظ الشكل) .

2 - نبرهن أن D(-1 ; 1) هي مركز

الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

حساب الأطوال DA , DB , DC .

لدينا : $DA = \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2}$

$$DA = \sqrt{(-5+1)^2 + (-1-1)^2}$$

$$= \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

إذن : **DA = 2√5**

$$DB = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-1)^2}$$

$$= \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

إذن : **DB = 2√5**

$$DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(1+1)^2 + (5-1)^2}$$

$$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

إذن : **DC = 2√5**

نلاحظ أن : DA = DB = DC

إذن D مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

3 - تعيين B' نظيرة B بالنسبة إلى المركز D يعني D منتصف [BB'] .

$$\text{إذن : } x_D = \frac{x_{B'} - x_B}{2} \text{ و } y_D = \frac{y_{B'} - y_B}{2} \text{ إذن : } -1 = \frac{x_{B'} + 3}{2} \text{ و } 1 = \frac{y_{B'} - 1}{2}$$

إذن : $x_{B'} = -5$ و $y_{B'} = 3$. أي : **B'(-5 ; 3)**

المسألة

1 - لدينا : 7.28 m = 728 cm و 9.75 m = 975 cm

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 728 و 975 .

$$975 = 728 \times 1 + 247 \quad \text{لدينا :}$$

$$728 = 247 \times 2 + 234$$

$$247 = 234 \times 1 + 13$$

$$234 = 13 \times 18 + 0$$

$$\text{إذن : } \mathbf{Pgcd(728 ; 975) = 13}$$

$$\text{لدينا : } 975 = 13 \times 75 \quad \text{و} \quad 728 = 13 \times 56$$

إذن : يمكن استعمال بلاطات مربعة ضلعها 13 cm و هو أصغر ضلع ممكن .

2 - عدد البلاطات وفق الطول هو 75 و وفق العرض هو 56 .

إذن عدد البلاطات اللازمة هو 75×56 أي **4200 بلاطة** .

الموضوع الثامن 8

الحلول

التمرين الأول (جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين)

باستعمال طريقة الجمع نحل الجملة :

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\sqrt{2}x + \sqrt{3}y) \times \sqrt{2} = 5 \times \sqrt{2} \\ (\sqrt{3}x + \sqrt{2}y) \times (-\sqrt{3}) = 2\sqrt{6} \times (-\sqrt{3}) \end{cases} \quad \text{أي الجملة :}$$

$$\begin{cases} 2x + \sqrt{6}y = 5\sqrt{2} \\ -3x - \sqrt{6}y = -6\sqrt{2} \end{cases}$$

بعد التبسيط نجد :

بجمع طرفا لطرف المعادلتين نجد :

$$(2x + \sqrt{6}y) + (-3x - \sqrt{6}y) = 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$$

و بعد تبسيط هذه المعادلة نجد : $-x = -\sqrt{2}$ أي $x = \sqrt{2}$.

نعوض x بالعدد $\sqrt{2}$ في المعادلة

$$\sqrt{2}(\sqrt{2}) + \sqrt{3}y = 5$$

و نجد :

$$\sqrt{3}y = 3 \quad \text{أي :}$$

$$2 + \sqrt{3}y = 5$$

أي :

$$y = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

إذن :

$$y = \sqrt{3} \quad \text{أي :}$$

$$\text{الجملة : } \begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6} \end{cases} \text{ تقبل حلا واحدا هو } (\sqrt{2}, \sqrt{3})$$

ينتج أن :

التمرين الثاني (الدوال التآلفية)

1 - معاملا الدالة f هما : 4 و $-\frac{1}{2}$ ، و معاملا الدالة g هما : -2 و $\frac{5}{2}$.

2 - صورة العدد 0 بالدالة f هي : $f(0)$.

$$f(0) = 4 \times 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{إذن : } f(0) = -\frac{1}{2}$$

صورة العدد 0 بالدالة g هي : $g(0)$.

$$g(0) = -2 \times 0 + \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{إذن : } g(0) = \frac{5}{2}$$

3 - حل المعادلة : $f(x) = g(x)$.

$$4x - \frac{1}{2} = -2x + \frac{5}{2} \quad \text{يعني : } f(x) = g(x)$$

$$\text{أي : } 4x + 2x = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \quad \text{أي : } 6x = 3$$

$$\text{إذن : } x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

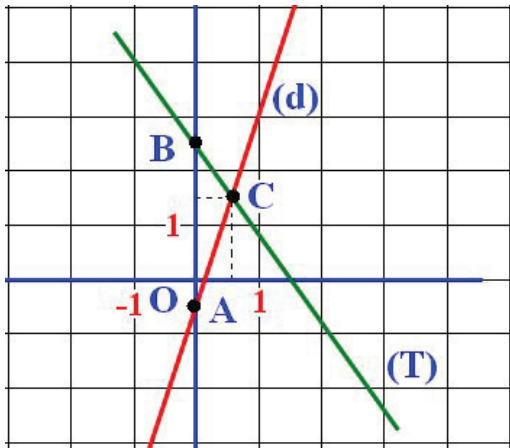
و بالتالي : المعادلة : $f(x) = g(x)$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{1}{2}$

التفسير البياني : العدد $\frac{1}{2}$ هو فاصلة نقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة f و التمثيل البياني للدالة g .

ترتيب هذه النقطة هو $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و هو أيضا $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

$$\text{لدينا : } f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

و بالتالي : المستقيمان (T) و (d) يتقاطعان في النقطة : $C\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.



4 - رسم (d) و (T) .

النقطة $A\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى (d) .

النقطة $B\left(0; \frac{5}{2}\right)$ تنتمي إلى (T) .

النقطة $C\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (d) و (T) .

(d) هو المستقيم (AC) .

و (T) هو المستقيم (BC) .

التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

1 - لدينا : $\cos \widehat{EOD} = \frac{OD}{OE}$ و $\cos \widehat{DOC} = \frac{OC}{OD}$ و $OE = 4 \text{ cm}$.

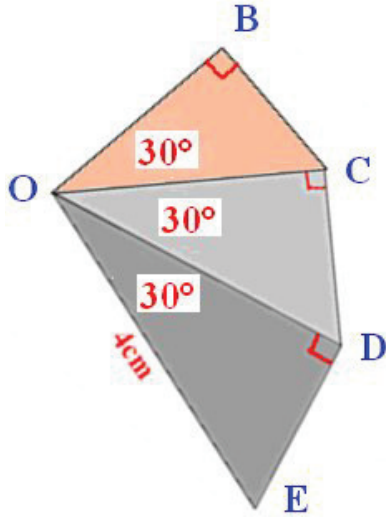
إذن : $OD = OE \times \cos \widehat{EOD}$. و بالتالي : $\cos \widehat{DOC} = \frac{OC}{OE \times \cos \widehat{EOD}}$

ينتج أن : $OC = \cos \widehat{DOC} \times \cos \widehat{EOD} \times OE$

إذن : $OC = \cos 30^\circ \times \cos 30^\circ \times 4$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 3$$

أي : **OC = 3 cm** .



2- لدينا : $\cos \widehat{COB} = \frac{OB}{OC}$

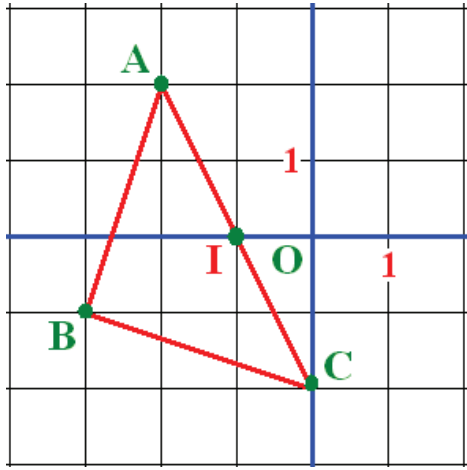
إذن : $OB = OC \times \cos \widehat{COB}$

أي : $OB = OC \times \cos 30^\circ$

أي : $OB = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

ينتج أن : $OB \approx 2.6 \text{ cm}$

التمرين الرابع (المعالم)



1- البرهان على أن المثلث ABC

قائم و متساوي الساقين .

تعلم النقاط A , B , C و

و رسم المثلث ABC . (الشكل)

حساب الأطوال AB ; AC ; BC .

• لدينا : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{(-3-1)^2 + (-1-2)^2}$

$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$

• $AB = 5$ إذن :

• لدينا : $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

$= \sqrt{(0-1)^2 + (-2-2)^2}$

$= \sqrt{1+16} = \sqrt{17} = \sqrt{17}$

• $AC = \sqrt{17}$ إذن :

• لدينا : $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$

$= \sqrt{(0+3)^2 + (-2+1)^2}$

$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

• $BC = \sqrt{10}$ إذن :

نلاحظ أن : $AB = BC$. إذن : **المثلث ABC متساوي الساقين** .

• حساب : AB^2 ; AC^2 ; BC^2 .
لدينا : $AB^2 = 10$; $AC^2 = 20$; $BC^2 = 10$.
نلاحظ أن : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

ينتج حسب النظرية العكسية لثاغورث أن : **المثلث ABC قائم في B** .

2 - تعيين إحداثيتي I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
بما أن المثلث ABC قائم في B فإن مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث هو منتصف الوتر [AC] .

$$x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2 + 0}{2} = -1 \quad \text{لدينا :}$$
$$y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 - 2}{2} = 0 \quad \text{و}$$

إذن : **I(-1 ; 0) هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC** .

المسألة

نضع x عدد السنوات التي يصبح بعدها عمر الأم ضعف عمر ابنها .
حيث : x عدد طبيعي .

لإيجاد x نحل المعادلة : $28 + x = 2(6+x)$
 $28 + x = 12 + 2x$ يعني : $28 + x = 2(6+x)$
ينتج أن : $x = 16$.

و بالتالي يصبح عمر الأم ضعف عمر ابنها بعد 16 سنة .
لدينا : $28 + 16 = 44$ و $6 + 16 = 22$

و بالتالي **بعد 16 سنة يكون عمر الأم 44 سنة و عمر الابن 22 سنة** .

التمرين الأول (الجذور التربيعية)

$$a = 2(1 + \sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 6 \quad \bullet \text{ لدينا : } -1$$

$$= 2(1 + 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2) - 2\sqrt{3} + 6$$

$$= 2(1 + 3 + 2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 6$$

$$= 2(4 + 2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 6$$

$$= 8 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 6$$

$$= 14 + 2\sqrt{3}$$

$$a = 14 + 2\sqrt{3} \quad \text{إذن :}$$

$$b = 4\sqrt{3}(1 + \sqrt{3}) \quad \bullet \text{ لدينا :}$$

$$= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} + 4 \times 3$$

$$= 12 + 4\sqrt{3}$$

$$b = 12 + 4\sqrt{3} \quad \text{إذن :}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{14 + 2\sqrt{3}}{12 + 4\sqrt{3}} = \frac{2(7 + \sqrt{3})}{2(6 + 2\sqrt{3})} \quad \bullet \text{ لدينا : } -2$$

$$= \frac{7 + \sqrt{3}}{6 + 2\sqrt{3}} = \frac{(7 + \sqrt{3})(6 - 2\sqrt{3})}{(6 + 2\sqrt{3})(6 - 2\sqrt{3})}$$

$$= \frac{42 - 14\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2 \times (\sqrt{3})^2}{6^2 - (2\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{42 - 8\sqrt{3} - 6}{36 - 12} = \frac{36 - 8\sqrt{3}}{24}$$

$$= \frac{4(9 - 2\sqrt{3})}{4 \times 6} = \frac{9 - 2\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{9 - 2\sqrt{3}}{6}$$

إذن :

التمرين الثاني (الدوال الخطية - التناسبية)

1- معامل الدالة الخطية f هو $\sqrt{3}$.

2- تعيين صورة الأعداد :

• صورة $\sqrt{3}$ هي $(: f) \sqrt{3}$ أي $(: \sqrt{3}) f[BD] = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$

$$f(\sqrt{3}) = 3$$

إذن :

• صورة $\frac{1}{\sqrt{3}}$ هي $(: f) \frac{1}{\sqrt{3}}$ أي $(: \frac{1}{\sqrt{3}}) f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1$$

إذن :

• صورة 1 هي $(: f) 1$ أي $(: 1) f(1) = \sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$

$$f(1) = \sqrt{3}$$

إذن :

• صورة 3 هي $(: f) 3$ أي $(: 3) f(3) = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$

$$f(3) = 3\sqrt{3}$$

إذن :

3- تعيين سوابق الأعداد :

• سابقة $\sqrt{2}$ هي العدد x بحيث $(: \sqrt{2}) f(x) = \sqrt{2}$

$$f(x) = \sqrt{2} \quad \text{يعني} \quad x\sqrt{3} = \sqrt{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

إذن :

و بالتالي : سابقة $\sqrt{2}$ هي $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

• سابقة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ هي العدد x بحيث $(: \frac{1}{\sqrt{2}}) f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{يعني} \quad x\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{6}} \quad \text{أي} \quad x = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

إذن :

و بالتالي : $\frac{1}{\sqrt{2}}$ سابقة هي $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

● سابقة -3 هي العدد x بحيث : $f(x) = -3$.
 $f(x) = -3$ يعني : $\sqrt{3}x = -3$

إذن : $x = -\frac{3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$.

و بالتالي : سابقة -3 هي $-\sqrt{3}$.

التمرين الثالث (الإحصاء)

1 - حساب معدل علامات ليلي في الرياضيات :
 عدد العلامات هو 8 . (أي التكرار الكلي لهذه السلسلة هو 8) .
 معدل العلامات هو الوسيط \bar{x} لهذه السلسلة .
 تكرار كل قيمة يبينه الجدول التالي :

العلامة	7	9	10	12	13	14
التكرار	1	1	2	1	1	2

إذن : $\bar{x} = \frac{7 \times 1 + 9 \times 1 + 10 \times 2 + 12 \times 1 + 13 \times 1 + 14 \times 2}{8}$

إذن : $\bar{x} = \frac{89}{8}$ أي : $\bar{x} \approx 11.13$.

و بالتالي : معدل علامات ليلي هو : 11.13 .
2 - حساب وسيط السلسلة .

عدد القيم زوجي و وسيط السلسلة هو وسيط القيمتين
 المركزيتين . القيمتان المركزيتان هما 10 و 12 .

وسيط القيمتين 10 و 12 هو : $\frac{10+12}{2}$ أي : 11 .

إذن : **وسيط السلسلة هو 11** .

التمرين الرابع (الخاصية طالس)

1 - نختار نقطة E من (Δ_1) بحيث $AE = 2$ و F نقطة من (Δ_2) بحيث :

$BF = 3$. المستقيم (EF) يقطع القطعة $[AB]$ في M .

نحصل على مثلثين MAE و MBF في وضعية طالس .

ينتج أن : $\frac{MA}{MB} = \frac{AE}{BF} = \frac{2}{3}$.

إذن : النقطة M المحصل عليها هي النقطة الوحيدة من $[AB]$

$$\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3} \quad \text{بحيث :}$$

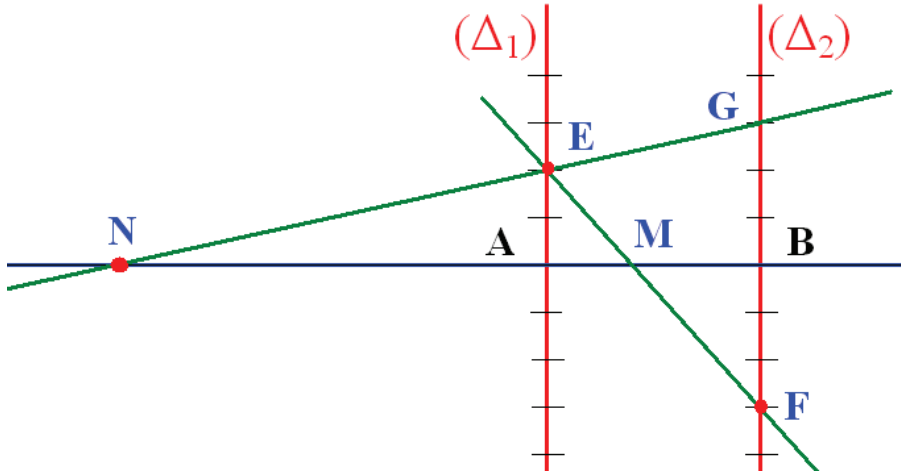
2- للحصول على النقطة N ، نعين النقطة G نظيرة F بالنسبة إلى B .
المستقيم (EG) يقطع المستقيم (AB) في N .

$$\frac{NA}{NB} = \frac{AE}{BG} \quad \text{إذن :}$$

$$\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3} \quad \text{أي :}$$

إذن : النقطة N هي النقطة الوحيدة من (AB) التي تختلف عن M

$$\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3} \quad \text{و تحقق :}$$



المسألة

حساب $p \gcd(108; 81)$

نستعمل خوارزمية إقليدس .

لدينا : $108 = 81 \times 1 + 27$ و $81 = 27 \times 3 + 0$

إذن : $p \gcd(108; 81) = 27$

بما أن : $p \gcd(108; 81) = 27$

فإن أكبر ضلع للمربع هو 27 cm

لدينا : $81 = 27 \times 3$ و $108 = 27 \times 4$

إذن يمكن تقطيع 3 مربعات وفق عرض الصفحة و 4 مربعات وفق طول الصفحة .
و بالتالي : عدد المربعات التي يمكن تقطيعها هو 3×4 أي 12 مربعا .

الموضوع العاشر 10

الحلول

التمرين الأول (الحساب الحرفي - المتطابقات الشهيرة)

1- • تحليل العبارة E .

$$E = (3x - 2)^2 - (x + 1)(3x - 2) \quad \text{لدينا :}$$

$$= (3x - 2)[(3x - 2) - (x + 1)] \quad \text{عامل مشترك } (3x - 2)$$

$$= (3x - 2)(3x - 2 - x - 1)$$

$$\cdot E = (3x - 2)(2x - 3) \quad \text{و بالتالي :}$$

$$F = (5x - 3)^2 + 4(25x^2 - 9) \quad \text{• تحليل العبارة } F .$$

$$25x^2 - 9 = (5x)^2 - 3^2 = (5x - 3) \times (5x + 3) \quad \text{لدينا :}$$

$$F = (5x - 3)^2 + 4(25x^2 - 9) \quad \text{إذن :}$$

$$= (5x - 3)^2 + 4(5x - 3)(5x + 3)$$

$$= (5x - 3)[(5x - 3) + 4(5x + 3)]$$

$$= (5x - 3)(25x + 9)$$

$$\cdot F = (5x - 3)(25x + 9) \quad \text{و بالتالي :}$$

2- • حساب قيمة E من أجل $x = \frac{3}{2}$.

$$E = \left(2 \times \frac{3}{2} - 2\right) \left(2 \times \frac{3}{2} - 3\right) \quad \text{نعوض } x \text{ بالعدد } \frac{3}{2} \text{ في } E \text{ فينتج :}$$

$$\cdot E = 0 \quad \text{أي } E = \left(2 \times \frac{3}{2} - 2\right) \times 0 = 0 \quad \text{، ينتج أن : } E = 0 \text{ من أجل } x = \frac{3}{2} .$$

• حساب قيمة F من أجل $x = \frac{3}{5}$.

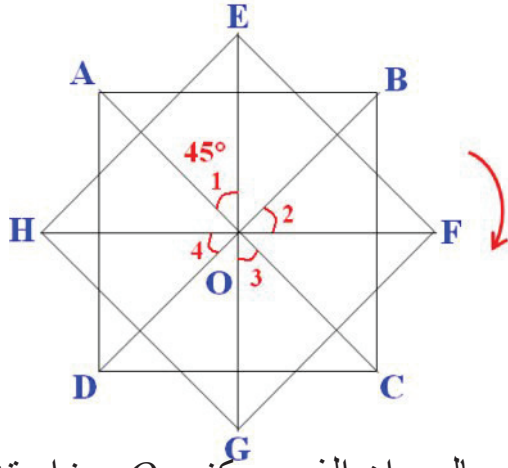
$$F = \left(5 \times \frac{3}{5} - 3\right) \left(25 \times \frac{3}{5} + 9\right) \quad \text{نعوض } x \text{ بالعدد } \frac{3}{5} \text{ في } F \text{ فينتج :}$$

$$F = 0 \quad \text{أي } F = 0 \times \left(25 \times \frac{3}{5} + 9\right) = 0 \quad \text{إذن : } F = 0$$

من أجل $x = \frac{3}{5}$.

التمرين الثاني (الدوران)

1- ● النقط E, F, G, H هي صور النقط A, B, C, D على الترتيب .



بالدوران المذكور .

إذن : $OE = OA$

$OF = OB$

$OG = OC$

$OH = OD$

و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 = 45^\circ$

(لاحظ النقط H و G, F, E)

على الشكل المقابل) .

2- ● $EFGH$ هو صورة المربع $ABCD$ بالدوران الذي مركزه O وزاويته 45° و في الاتجاه غير المباشر . (أي اتجاه عقارب الساعة) .

نعلم أن الدوران يحافظ على نوع الشكل إذن : $EFGH$ هو مربع .

التمرين الثالث (المعالم)

1- ● تعليم النقط A, B, C و D .

(لاحظ الشكل) .

2- البرهان على أن المثلث ABC

متساوي الساقين .

لدينا :

$$\begin{aligned} AB^2 &= (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \\ &= (-6 - 0)^2 + (-5 + 2)^2 \\ &= 36 + 9 = 45 \end{aligned}$$

إذن : $AB^2 = 45$ أي : $AB = 3\sqrt{5}$.

لدينا : $BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$

$$\begin{aligned} &= (-3 + 6)^2 + (1 + 5)^2 \\ &= 9 + 36 = 45 \end{aligned}$$

إذن : $BC^2 = 45$ و بالتالي : $BC = 3\sqrt{5}$.

في المثلث ABC لدينا $AB = AC$ إذن : المثلث ABC متساوي الساقين .

3- ● تعيين إحداثيتي I منتصف $[AC]$.

$$x_1 = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0 + (-3)}{2} = -\frac{3}{2}$$

لدينا :

$$y_1 = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2} \quad \text{و}$$

إذن إحداثيتا I هما: $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ أي $I\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

• تعيين إحداثيتي D نظيرة B بالنسبة إلى I .

D نظيرة B بالنسبة إلى I يعني I منتصف $[BD]$.

$$\text{لدينا: } x_I = \frac{x_B + x_D}{2} \quad \text{أي: } -\frac{3}{2} = \frac{-6 + x_D}{2}$$

$$\text{إذن: } -3 = -6 + x_D \quad \text{و بالتالي: } x_D = 3$$

$$\text{و لدينا: } y_I = \frac{y_B + y_D}{2} \quad \text{أي: } -\frac{1}{2} = \frac{-5 + y_D}{2}$$

$$\text{إذن: } -1 = -5 + y_D \quad \text{و بالتالي: } y_D = 4$$

ينتج أن إحداثيتا D نظيرة B بالنسبة إلى I هما: $(3; 4)$. أي: $D(3; 4)$.

• تعيين طبيعة الرباعي $ABCD$.

لدينا: $AB = BC$ و $CD = DA$ و للقطرين $[AC]$ و $[BD]$ نفس المنتصف I .

إذن: **الرباعي $ABCD$ معين.**

التمرين الرابع (الدوال التآلفية)

1 - • تعيين الدالة التآلفية f .

لدينا التمثيل البياني (d) للدالة f يشمل $E\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ و $F(-6; -5)$.

$$\text{يعني: } f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad f(-6) = -5$$

الدالة f معرفة بعلاقة من الشكل: $f(x) = ax + b$.

$$\text{لدينا: } a = \frac{f(-6) - f\left(-\frac{3}{2}\right)}{-6 + \frac{3}{2}} = \frac{-5 + \frac{1}{2}}{-\frac{9}{2}} = \frac{-\frac{9}{2}}{-\frac{9}{2}} = 1$$

$$\text{إذن: } a = 1$$

$$\text{لدينا: } f(-6) = -5 \quad \text{إذن: } -6a + b = -5$$

$$\text{و بالتالي: } (-6) \times 1 + b = -5 \quad \text{ينتج: } b = 1$$

الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = x + 1$

2- ● صورة العدد -1 هي : $f(-1)$. لدينا : $f(-1) = -1 + 1 = 0$

إذن : $f(-1) = 0$

3- ● تعيين العدد الذي صورة بالدالة f هي : -1

نبحث عن x حيث : $f(x) = -1$

$f(x) = -1$. يعني : $x + 1 = -1$. إذن : $a = -2$

ينتج أن : $f(-2) = -1$

المسألة

نضع x ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطا و y ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم .

لدينا : $4x + 3y = 305$ و $2x + 5y = 345$

لتعيين x و y نحل الجملة :

$$\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ 2x + 5y = 345 \end{cases}$$

نستعمل طريقة الجمع : لدينا :

$$\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ 2x + 5y = 345 \end{cases}$$

يعني :

$$\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ -2(2x - 5y) = -2(345) \end{cases}$$

أي :

$$\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ -4x - 10y = -690 \end{cases}$$

بجمع طرفا لطرف المعادلتين نجد :

$$-7y = -385$$

و بالتالي : $y = \frac{-385}{-7}$ أي : $y = 55$

بتعويض y بالعدد 55 في المعادلة $4x + 3y = 305$ نجد : $4x + 165 = 305$

أي : $4x = 140$ إذن : $x = \frac{140}{4}$ أي : $x = 35$

و بالتالي الجملة : $\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ 2x + 5y = 345 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو $(35; 55)$

إذن ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطا هو 35 دينارا .
و ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم هو 55 دينارا .

الحلول

الموضوع الحادي عشر 11

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 - حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020 .
نستعمل خوارزمية إقليدس .

$$3468 = 1020 \times 3 + 408 \quad \text{لدينا :}$$

$$1020 = 408 \times 2 + 204$$

$$408 = 204 \times 2 + 0$$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020 هو 204

$$\text{أي : } p \operatorname{gcd}(3468; 1020) = 204$$

2 - اختزال الكسر $\frac{3468}{1020}$

$$\text{لدينا : } 3468 = 207 \times 17 \quad \text{و} \quad 1020 = 204 \times 5$$

$$\text{إذن : } \frac{3468}{1020} = \frac{204 \times 17}{204 \times 5} = \frac{17}{5}$$

و بالتالي الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{3468}{1020}$ هو $\frac{17}{5}$

التمرين الثاني (جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين)

نحل الجملة التالية : $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$ باستعمال طريقة الجمع .

$$\text{لدينا : } \begin{cases} (2x - 3y) \times 2 = -1 \times 2 \\ (-7x + 2y) \times 3 = 2 \times 3 \end{cases} \text{ أي : } \begin{cases} 4x - 6y = -2 \\ -21x + 6y = 6 \end{cases}$$

بجمع المعادلتين طرفاً لطرف نجد : $(4x - 6y) + (-21x + 6y) = -2 + 6$

$$\text{ينتج أن : } -17x = 4 \quad \text{إذن : } x = -\frac{4}{17}$$

نعوض x بالعدد $(-\frac{4}{17})$ في المعادلة : $2x - 3y = -1$

$$\text{فنحصل على المعادلة : } 2\left(-\frac{4}{17}\right) - 3y = -1 \quad \text{أي} \quad -3y = -1 + \frac{8}{17}$$

$$\text{أي : } -3y = -\frac{9}{17} \quad \text{إذن : } y = \frac{3}{17}$$

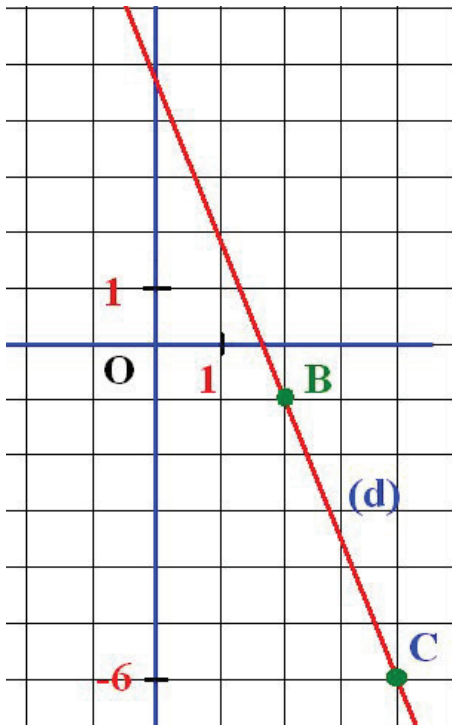
$$\text{ينتج أن الجملة : } \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases} \text{ تقبل حلا واحدا هو : } \left(-\frac{4}{17}; \frac{3}{17} \right)$$

التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 - لدينا : $f(-2) = -\frac{5}{2}(-2) + 4 = 5 + 4 = 9$

إذن : $f(-2) = 9$.

نلاحظ أن : $f(-2) \neq 3$. إذن : النقطة $A(-2; 3)$ لا تنتمي إلى (d)



2 - لدينا : $f(2) = -\frac{5}{2}(2) + 4 = -5 + 4 = -1$

$f(2) = -5 + 4 = -1$

إذن : $f(2) = -1$.

ينتج أن : النقطة $B(2; -1)$ تنتمي إلى (d)

و لدينا : $f(4) = -\frac{5}{2}(4) + 4 = -10 + 4 = -6$

$f(4) = -10 + 4 = -6$

إذن : $f(4) = -6$.

ينتج أن : النقطة $C(4; -6)$ تنتمي إلى (d)

3 - تعليم النقطتين $B; C$ و رسم (d) .

التمثيل البياني (d) للدالة التآلفية f يشمل النقطتين B و C .

التمرين الرابع (الأشعة و الانسحاب)

1 - إنشاء النقطة E .

لدينا : $\overline{AE} = \overline{CB}$ إذن : $ACBE$ متوازي الأضلاع .

يكفي إتمام رسم متوازي الأضلاع $ACBE$.

للحصول على النقطة E ، و هي الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع $ACBE$.

2 - $ACBE$ متوازي الأضلاع إذن :

$$AC = EB$$

$$\text{و بما أن : } AC = AB$$

فإن : $AB = EB$

و بالتالي :

المثلث ABE متساوي الساقين رأسه الأساسي B

3- للرباعي $AIBJ$ ضلعان متوازيان و متقايسان هما : $[AI]$ و $[BJ]$. إذن

الرباعي $AIBJ$ متوازي الأضلاع . ينتج أن : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JB}$.

المسألة

نضع x عدد المقابلات التي سيشاهدها عناصر لهذا الفريق في الموسم .

حسب الصيغة الأولى ، يدفع هذا العناصر $55x$ ديناراً .

و حسب الصيغة الثانية ، يدفع $(600 + 5x)$ ديناراً .

تكون الصيغة الثانية هي الأفضل إذا كان : $(600 + 5x) < 55x$.

لتعيين x نحل المتراجحة : $(600 + 5x) < 55x$.

هذه المتراجحة تبسط كما يلي : $600 < 50x$

و بالتالي $x > \frac{600}{50}$ أي : $x > 12$

إذن :

تكون الصيغة الثانية هي الأفضل ابتداء من 13 مقابلة يحضرها هذا العناصر .

الحلول

الموضوع الثاني عشر 12

التمرين الأول (المعادلات و المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) —

مساحة المثلث ABC هي : $S = \frac{1}{2}(4 \times (6 + x)) cm^2$.

أي : $S = (12 + 2x) cm^2$ حيث : $x \geq 0$.

مساحة المثلث ABC أصغر من $30 cm^2$ يعني : $12 + 2x < 30$.

أي : $2x < 18$ و بالتالي : $x < 9$.

إذن : تكون مساحة المثلث ABC أصغر من $30 cm^2$ إذا كان : $0 \leq x < 9$

التمرين الثاني (المعادلات و المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) —

1 - تحليل العبارة E .

لدينا : $E = (3x - 2)(x + 2) - (9x^2 - 4)$

$= (3x - 2)(x + 2) - (3x - 2)(3x + 2)$

$= (3x - 2)[(x + 2) - (3x + 2)]$

$= (3x - 2)(x + 2 - 3x - 2)$

إذن : $E = (3x - 2)(-2x + 1)$

2 - حل المعادلة : $E = 0$.

$E = 0$. يعني أن : $(3x - 2)(-2x + 1) = 0$.

أي : $(3x - 2) = 0$ أو $(-2x + 1) = 0$.

$3x - 2 = 0$ يعني : $3x = 2$ إذن : $x = \frac{2}{3}$.

$-2x + 1 = 0$ يعني : $2x = 1$ إذن : $x = \frac{1}{2}$.

و بالتالي : المعادلة : $E = 0$ تقبل حلين هما : $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{3}$.

التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 - حساب صورة -2 و صورة 2 بالدالة f .

لدينا $f(-2) = -\frac{1}{2}(-2) + 1$

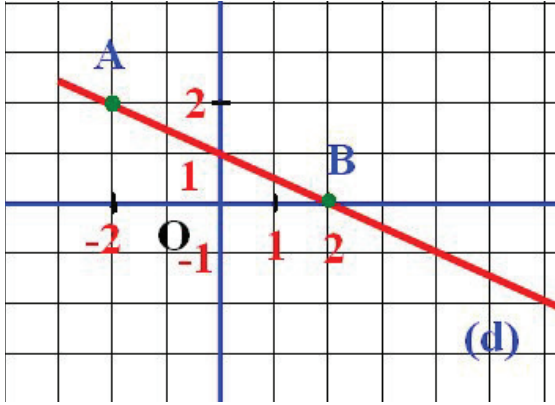
$= 1 + 1 = 2$

إذن : $f(-2) = 2$

$$\begin{aligned} \text{لدينا} \quad & f(2) = -\frac{1}{2}(2) + 1 \\ & = -1 + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{إذن:} \quad f(2) = 0$$

بما أن: $f(-2) = 2$ فإن: النقطة $A(-2; 2)$ تنتمي إلى (d) .
بما أن: $f(2) = 0$ فإن: النقطة $B(2; 0)$ تنتمي إلى (d) .



2 - رسم المستقيم (d) .

المستقيم (d) هو المستقيم (AB) .

$$\text{3 -} \quad \text{لدينا:} \quad f(1) = -\frac{1}{2}(1) + 1$$

$$= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{إذن:} \quad f(1) = \frac{1}{2}$$

بما أن: $f(1) \neq \frac{1}{3}$ فإن: النقطة $C(1; \frac{1}{3})$ لا تنتمي إلى (d) .

التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء - الكرة و الجلة - المقاطع المستوية)

$$\text{1 -} \quad \text{حساب الارتفاع } OS \text{ حيث: } 0.576 = \frac{1}{3} \times 1.44 \times OS$$

$$\text{إذن:} \quad OS = \frac{3 \times 0.576}{1.44} = 1.2$$

و بالتالي: ارتفاع الهرم هو: $1.2dm$.

2 - حجم جذع الهرم هو فرق حجم الهرم الأصلي و حجم الهرم المصغر .

$$\text{ارتفاع الهرم المصغر هو } \frac{1}{2}OS$$

و نسبة التصغير هي نسبة الارتفاعين (أي نسبة الارتفاعين هي $\frac{1}{2}$) .

$$\text{نسبة حجم الهرم المصغر على حجم الهرم الأصلي هي: } \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

نسمي V حجم الهرم المصغر .

$$\frac{V}{0.576} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \text{ : لينا}$$

$$\cdot V = \frac{0.576}{8} = 0.072 \text{ : ينتج أن}$$

حجم جذع الهرم هو : $0.576 - 0.072$ أي : 0.504 .

إذن : حجم جذع الهرم هو : $0.504 dm^3$.

المسألة

نضع x هي مسافة الذهاب و هي أيضا مسافة الإياب . و نضع t_1 مدة قطع هذه المسافة عند الذهاب و t_2 مدة قطعها عند الإياب .

لدينا : $x = 960t_1$ و $x = 720t_2$ أي : $960t_1 = 720t_2$.

لدينا أيضا $t_1 + t_2 = 3h30 \text{ min}$ أي : $t_1 + t_2 = 210 \text{ min}$.

$$\begin{cases} 960t_1 = 720t_2 \\ t_1 + t_2 = 210 \end{cases} \text{ لتعيين } t_1 \text{ و } t_2 \text{ نحل الجملة :}$$

$$\begin{cases} 4t_1 = 3t_2 \\ t_1 + t_2 = 210 \end{cases} \text{ هذه الجملة تبسط على الشكل :}$$

$$\begin{cases} 4t_1 - 3t_2 = 0 \\ 3t_1 + 3t_2 = 630 \end{cases} \text{ هذه الجملة تكتب أيضا :}$$

بجمع طرفا لطرف المعادلتين نجد : $7t_1 = 630$.

و بالتالي : $t_1 = 90$.

بتعويض t_1 بالعدد 90 في المعادلة $t_1 + t_2 = 210$.

نجد : $t_2 = 120$.

و بالتالي : مدة الذهاب هي : 90 min أي : $1h30 \text{ min}$.

و مدة الإياب هي : 120 min أي : $2h$.

الحلول

الموضوع الثالث عشر 13

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

$$\frac{5.6}{2.45} = \frac{560}{245} \text{ لدينا}$$

- حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 560 و 245 .
نستعمل خوارزمية إقليدس .

$$\cdot 560 = 245 \times 2 + 70$$

$$\cdot 245 = 70 \times 3 + 35$$

$$\cdot 70 = 35 \times 2 + 0$$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 560 و 245 هو 35 .

$$\cdot \text{أي : } p \gcd(560; 245) = 35$$

- اختزال الكسر : $\frac{560}{245}$

$$\cdot \text{لدينا : } 245 = 35 \times 7 \text{ و } 560 = 35 \times 16$$

$$\cdot \text{إذن : } \frac{560}{245} = \frac{35 \times 16}{35 \times 7} = \frac{16}{7}$$

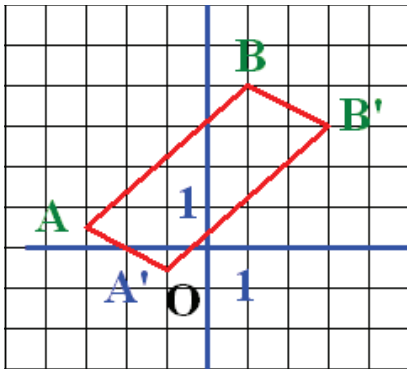
$$\cdot \frac{560}{245} = \frac{16}{7} \text{ ينتج أن :}$$

و بالتالي : $\frac{16}{7}$ هو الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي العدد $\frac{5.6}{2.45}$

التمرين الثاني (المعالم)

1 - تعليم النقطتين A و B (لاحظ الشكل)

2 - تعيين إحداثيي A' و B' .



A' صورة A بالانسحاب الذي شعاعه \vec{V} .

$$\cdot \overrightarrow{AA'} = \vec{V} \text{ يعني أن :}$$

$$\cdot x_{A'} - x_A = x_{A'} + 3 \text{ لدينا :}$$

$$\cdot y_{A'} - y_A = y_{A'} - \frac{1}{2} \text{ و}$$

$$x_{A'} + 3 = 2 \text{ يعني : } \overrightarrow{AA'} = \vec{V}$$

$$\cdot y_{A'} - \frac{1}{2} = -1 \text{ و}$$

$$\cdot y_{A'} = -\frac{1}{2} \text{ و } x_{A'} = -1 \text{ ينتج أن :}$$

$$\text{أي : } A' \left(-1; -\frac{1}{2} \right)$$

B' صورة B بالانسحاب الذي شعاعه \vec{V} . يعني : $\overrightarrow{BB'} = \vec{V}$.
لدينا :

$$x_{B'} - x_B = x_{B'} - 1$$

$$y_{B'} - y_B = y_{B'} - 4 \quad \text{و}$$

$$\overrightarrow{BB'} = \vec{V} \quad \text{يعني : } x_{B'} - 1 = 2 \quad \text{و} \quad y_{B'} - 4 = -1$$

$$\text{ينتج أن : } x_{B'} = 3 \quad \text{و} \quad y_{B'} = 3$$

$$\text{أي : } B'(3;3)$$

• تعليم النقطتين A' و B' في المعلم السابق (لاحظ الشكل).

• تعيين طبيعة الرباعي $AA'B'B$.

لدينا : $\overrightarrow{AA'} = \vec{V}$ و $\overrightarrow{BB'} = \vec{V}$. إذن : $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$.

و بالتالي : الرباعي $AA'B'B$ متوازي أضلاع.

التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 - تعيين صورة كل من العددين 1 و 0 بالدالة f .

$$\text{لدينا : } f(x) = -3x + 2$$

$$f(1) = -3(1) + 2$$

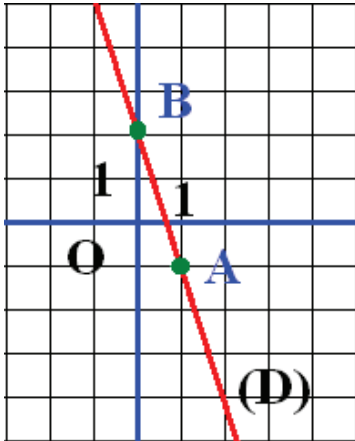
$$= -3 \times 1 + 2 = -3 + 2 = -1$$

$$\text{إذن : } f(1) = -1$$

$$\text{و لدينا : } f(0) = -3(0) + 2$$

$$\text{إذن : } f(0) = 2$$

$$\text{إذن : } f(0) = 2 \quad \text{و} \quad f(1) = -1$$



2 - أنشاء التمثيل البياني (D) للدالة f في المعلم السابق.

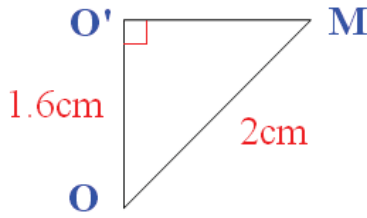
$$f(1) = -1 \quad \text{إذن : النقطة } A(1; -1) \text{ تنتمي إلى } (D)$$

$$f(0) = 2 \quad \text{إذن : النقطة } B(0; 2) \text{ تنتمي إلى } (D)$$

التمثيل البياني (D) للدالة f هو المستقيم (AB) .

لإنشاء (D) نعلم النقطتين $A(1; -1)$ و $B(0; 2)$ ، و نرسم (AB) .

التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء - الكرة و الجلة - المقاطع المستوية)



1- المثلث $OO'M$ قائم في O' .

$OM = 2cm$ هو نصف قطر الكرة أي

لرسم المثلث $OO'M$ نرسم زاوية قائمة رأسها O' .

نعين O على أحد أضلاعها بحيث: $OO' = 1.6cm$.

ثم نستعمل المدور لتعيين M على الضلع الثاني

للزاوية القائمة بحيث: $OM = 2cm$.

2- في المثلث القائم $OO'M$

$$OM^2 = OO'^2 + O'M^2$$

لدينا:

$$O'M^2 = OM^2 - OO'^2$$

$$O'M^2 = 4 - (1.6)^2 = 1.44$$

$$O'M = \sqrt{1.44}$$

إذن:

$$O'M = 1.2$$

أي:

و بالتالي: **نصف قطر الكرة هو: 1.2cm**

المسألة

نضع x ثمن الكراس الواحد و y ثمن القلم الواحد حيث: $x > 0$ و $y > 0$.

لدينا: $2x + 3y = 45$ و $4x + y = 55$.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 45 \\ 4x + y = 55 \end{cases}$$

لتعيين x و y نحل الجملة:

$$\begin{cases} 4x + 6y = 90 \\ 4x + y = 55 \end{cases}$$

هذه الجملة تكتب أيضا:

$$5y = 35$$

$$y = 7$$

و بالتالي

بتعويض y بالعدد 7 في المعادلة الأولى نجد: $2x + 3 \times 7 = 45$.

$$2x = 45 - 21$$

و بالتالي:

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

إذن:

إذن: ثمن الكراس الواحد هو: 12 ديناراً و ثمن القلم الواحد هو: 7 دنائير.

الحلول

الموضوع الرابع عشر 14

التمرين الأول (المعادلات و المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) —————

- حساب المساحة \mathcal{A} للجزء الملون . وحدة الطول هي $1cm$.
مساحة المستطيل هي : $(3 \times 8)cm^2$ أي $24cm^2$.
الجزءان غير الملونين من المستطيل هما مثلثان قائمان مساحتهما على الترتيب هما :
 $(\frac{1}{2} \times 8 \times (3-x))cm^2$ و $9cm^2$ أي $(\frac{1}{2} \times 3 \times 6)cm^2$
 $(12-4x)cm^2$.

و بالتالي : $\mathcal{A} = 24 - (9 + (12 - 4x))$

$$= 24 - (21 - 4x)$$

$$= 24 - 21 + 4x = 3 + 4x$$

إذن : $\mathcal{A} = (3 + 4x)cm^2$

- تعيين قيم العدد الموجب x حيث : $\mathcal{A} < \frac{1}{3}(24)$.

$$\mathcal{A} < \frac{1}{3}(24) \text{ يعني : } 3 + 4x < 8 \text{ أي : } 4x < 5 \text{ إذن : } x < \frac{5}{4}$$

$x < 1.25$ و بالتالي قيم x التي من أجلها تكون المساحة \mathcal{A} للجزء الملون أصغر من ثلث مساحة المستطيل هي كل الأعداد x بحيث : $0 \leq x < 1.25$.

التمرين الثاني (جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين) —————

نحل الجملة باستعمال طريقة التعويض .

$$\begin{cases} y = 10 - 5x \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \text{ يعني : } \begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \text{ لدينا :}$$

لدينا : $2x - 3y = 6$ و $y = 10 - 5x$.

إذن : $2x - 3(10 - 5x) = 6$ أي : $2x - 30 + 15x = 6$

أي : $17x = 36$ و بالتالي : $x = \frac{36}{17}$.

لدينا : $y = 10 - 5x$ و $x = \frac{36}{17}$.

إذن : $y = 10 - 5\left(\frac{36}{17}\right) = -\frac{10}{17}$ أي : $y = -\frac{10}{17}$.

ينتج أن : الجملة : $\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو : $\left(\frac{36}{17}; \frac{-10}{17}\right)$.

التمرين الثالث (خاصية طالس)

• المثلثان ECI و CAJ في وضعية طالس (وحدة الطول هي : $0.5cm$).

إذن : $\frac{CE}{CA} = \frac{EI}{AJ} = \frac{CI}{CJ}$ أي $\frac{2}{5} = \frac{z}{4} = \frac{CI}{CJ}$.

ينتج أن : $z = \frac{4 \times 2}{5}$ أي $z = \frac{8}{5}$ أي $z = 1.6$ أي $z = 0.8cm$.

• المثلثان CIF و CJB في وضعية طالس إذن : $\frac{CI}{CJ} = \frac{CF}{CB} = \frac{IF}{JB}$.

بما أن : $\frac{CI}{CJ} = \frac{2}{5}$ فإن $\frac{2}{5} = \frac{x}{x+6} = \frac{y}{5}$.

نحل المعادلة : $\frac{2}{5} = \frac{y}{5}$ و نجد : $y = 2$ أي $y = 1cm$.

و للحصول على x نحل المعادلة : $\frac{2}{5} = \frac{x}{x+6}$

$\frac{2}{5} = \frac{x}{x+6}$ يعني : $5x = 2x + 12$

أي : $3x = 12$ و بالتالي : $x = 4$ أي $x = 2cm$.

التمرين الرابع (الإحصاء)

1 - حساب تواتر كل قيمة :

التكرار الكلي لهذه السلسلة هو 50 .

القمامات (بالأمتار)	[1.5 0;1.6 0[[1.60;1.7 0[[1.7 0;1.8 0[[1.80;1.90[
التكرار	4	16	20	10
التواتر	$\frac{4}{50}$	$\frac{16}{50}$	$\frac{20}{50}$	$\frac{10}{50}$

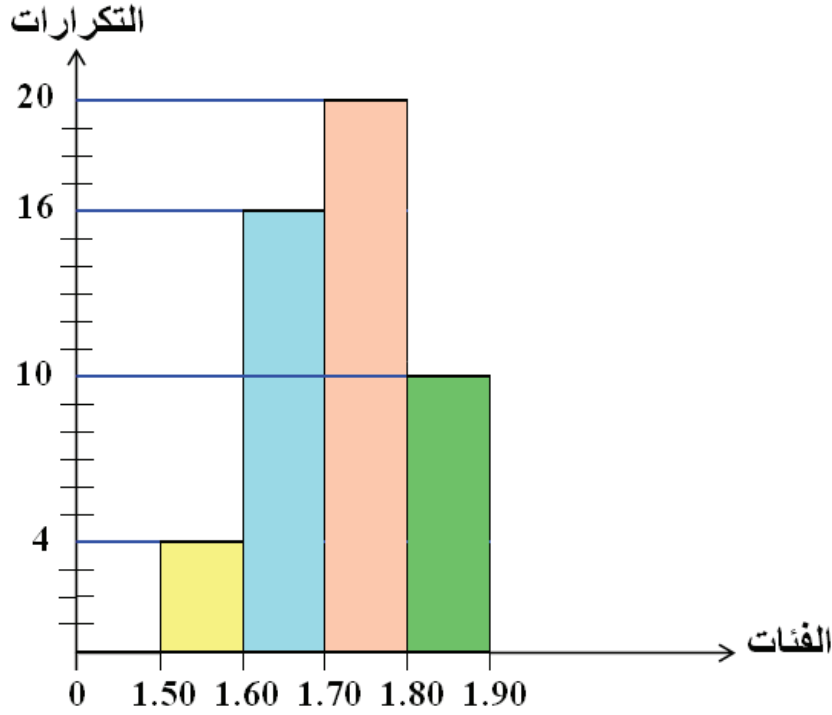
2 - حساب معدل القمامات : معدل القمامات هو الوسط x لهذه السلسلة .

مراكز الفئات	1.55	1.65	1.75	1.85
التكرار	4	16	20	10

لدينا : $x = \frac{1.55 \times 4 + 1.65 \times 16 + 1.75 \times 20 + 1.85 \times 10}{50}$

$$= \frac{7.20 + 26.40 + 35 + 18.5}{50} = \frac{87.10}{50} = 1.742$$

إذن : $\bar{x} = 1.742$ أي : معدل القامات هو : $1.74m$.



المسألة

1 - حساب المسافة بين كل عمودين متتاليين :
بما أن المسافة بين كل عمودين متتاليين هي نفسها فإن هذه المسافة قاسم مشترك لطول و عرض الحقل .

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 192 و 276 .
نستعمل خوارزمية إقليدس . لدينا : $276 = 192 \times 1 + 84$.
 $192 = 276 \times 2 + 24$.

$$24 = 12 \times 2 + 0$$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 192 و 276 هو : 12 .

$$أي : pgcd = (192; 276) = 12$$

و بالتالي : أكبر مسافة بين كل عمودين متتاليين هي : $12m$.

2 - حساب عدد الأعمدة التي يجب استعمالها .

محيط الحقل هو : $(276 + 192) \times 2$ أي $936m$ و لدينا $936 = 12 \times 78$.

إذن : أصغر عدد ممكن من الأعمدة هو : 78 .

التمرين الأول (الأشعة و الانسحاب)

- 1 - $\overline{EA} = \overline{FD}$ متوازي الأضلاع إذن :
 $\overline{AB} = \overline{DC}$ متوازي الأضلاع إذن :
 $\overline{BK} = \overline{CL}$ متوازي الأضلاع إذن :
 ينتج أن : $\overline{EA} + \overline{AB} = \overline{FD} + \overline{DC}$
 إذن : $(\overline{EA} + \overline{AB}) + \overline{BK} = (\overline{FD} + \overline{DC}) + \overline{CL}$

- 2 - من المساواة السابقة نستنتج أن $\overline{EB} + \overline{BK} = \overline{FC} + \overline{CL}$
 أي : $\overline{EK} = \overline{FL}$ و بالتالي :
 الرباعي $EKLF$ متوازي أضلاع .

التمرين الثاني (الجزور التربيعية)

• لدينا :

$$a = \frac{4}{3 - \sqrt{2}} = \frac{4(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{3^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{12 + 4\sqrt{2}}{9 - 2} = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{7}$$

إذن : $a = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{7}$

• لدينا :

$$b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{2 + \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - 1} = \frac{2 + \sqrt{2}}{1} = 2 + \sqrt{2}$$

إذن : $b = 2 + \sqrt{2}$

• لدينا :

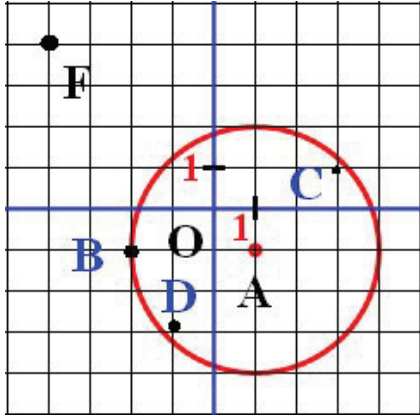
$$c = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{7})^2 + 2\sqrt{7}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{7 - 3} = \frac{7 + 2\sqrt{21} + 3}{4} = \frac{10 + 2\sqrt{21}}{4}$$

$$= \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$$

$$. c = \frac{5 + 2\sqrt{21}}{2} \quad \text{إذن :}$$

التمرين الثالث (المعالم)



1- تعليم النقط $A; B; C$. (لاحظ الشكل) .

2- التحقق إن كانت النقطة C تنتمي إلى

الدائرة التي تشمل B و مركزها A .

C تنتمي إلى الدائرة مركزها A و تشمل B .

يعني : $AC = AB$.

$$. \text{ لدينا } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\text{ بما أن : } x_B - x_A = -2 - 1 = -3$$

$$\text{ و } y_B - y_A = -1 + 1 = 0$$

$$. \text{ فإن : } AB = \sqrt{(-3)^2 + (0)^2} = \sqrt{9} = 3 \quad \text{إذن : } AB = 3$$

$$. \text{ لدينا } AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$\text{ بما أن : } x_C - x_A = 3 - 1 = 2 \quad \text{ و } y_C - y_A = 1 + 1 = 2$$

$$. \text{ فإن : } AC = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad \text{إذن : } AC = 2\sqrt{2}$$

نلاحظ أن : $AC \neq AB$.

إذن : النقطة C لا تنتمي إلى الدائرة التي مركزها A و تشمل B .

3- تعيين إحداثيي النقطة D .

D هي نظيرة النقطة C بالنسبة إلى A : إذن : A منتصف $[CD]$.

$$. \text{ وبالتالي : } x_A = \frac{x_C + x_D}{2} \quad \text{ و } y_A = \frac{y_C + y_D}{2}$$

$$. \text{ أي : } -1 = \frac{3 + x_D}{2} \quad \text{ و } -1 = \frac{1 + y_D}{2}$$

$$. \text{ إذن : } x_D = -1 \quad \text{ و } y_D = -3$$

و بالتالي : إحداثيتا D هما : $(-1; -3)$. أي : $D(-1; -3)$.

4- نبين أن النقطة $F(-4; 4)$ تنتمي إلى محور القطعة $[CD]$.

F تنتمي إلى محور القطعة $[CD]$. يعني : $CF = DF$.

لدينا : $CF \sqrt{(x_F - x_C)^2 + (y_F - y_C)^2}$.

$$y_F - y_C = 4 - 1 = 3 \quad \text{و} \quad x_F - x_C = -4 - 3 = -7$$

و بالتالي : $CF \sqrt{(-7)^2 + (3)^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$. إذن : $CF = \sqrt{58}$.

لدينا : $DF \sqrt{(x_F - x_D)^2 + (y_F - y_D)^2}$.

$$y_F - y_D = 4 + 3 = 7 \quad \text{و} \quad x_F - x_D = -4 + 1 = -3$$

و بالتالي : $DF \sqrt{(-3)^2 + (7)^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$.

بما أن : $CF = DF$ فإن F تنتمي إلى محور القطعة $[CD]$.

التمرين الرابع (الدوال الخطية - الدوال التآلفية)

1 - تعيين الدالتين f و g .

• دالة تآلفية إذن f معرفة بعباراة من الشكل : $f(x) = ax + b$.

(d) يشمل النقطتين $E(-2; -1)$ و $F(3; 1)$ يعني : $f(-2) = -1$ و $f(3) = 1$.

لدينا : $a = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{5} = \frac{2}{5}$. إذن : $a = \frac{2}{5}$.

لدينا $f(-2) = -1$ يعني : $a(-2) + b = -1$. أي : $\frac{2}{5}(-2) + b = -1$.

أي : $b = -1 + \frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$. أي : $b = -\frac{1}{5}$.

ينتج أن الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$.

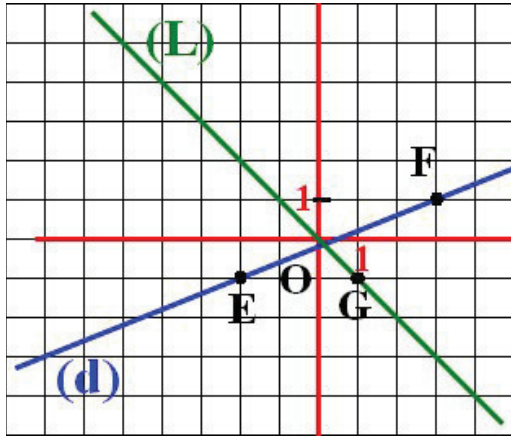
• دالة خطية إذن g معرفة بعباراة من الشكل : $g(x) = mx$.

(L) يشمل $G(1; -1)$ يعني $g(1) = -1$.

أي : $m \times 1 = -1$ إذن : $m = -1$.

ينتج أن الدالة g معرفة كما يلي : $g(x) = -x$.

• رسم (d) و (L) (أنظر الشكل) .



. (d) هو المستقيم (EF)

. (L) هو المستقيم (OG)

. 2 - حل المعادلة: $f(x) = g(x)$

لدينا: $f(x) = g(x)$

. يعني: $\frac{2}{5}x - 1 = -x$

: أي: $\frac{2}{5}x + x = 1$

و بالتالي: $\frac{7}{5}x = 1$ أي: $7x = 5$

ينتج أن: $x = \frac{5}{7}$. و بالتالي: المعادلة $f(x) = g(x)$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{5}{7}$

العدد $\frac{5}{7}$ هو فاصلة نقطة تقاطع (L) و (d)

ترتيب هذه النقطة هو $f\left(\frac{5}{7}\right)$ أي $\frac{3}{35}$

المسألة

1 - عدد الأفواج هو قاسم مشترك لعدد البنات و لعدد الأولاد المشاركين في المسابقة ، و

أكبر عدد من الأفواج هو $p \gcd(124; 93)$

لنحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 124 و 93 .
نستعمل خوارزمية إقليدس .

لدينا: $124 = 93 \times 1 + 31$ و $93 = 31 \times 3 + 0$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 124 و 93 هو 31 .

أي: $p \gcd(124; 93) = 31$

إذن: أكبر عدد من الأفواج التي يمكن تشكيلها هو 31

2 - عدد البنات و عدد الأولاد في كل فوج .

لدينا $124 = 31 \times 4$ و $93 = 31 \times 3$

و بالتالي: عدد البنات في كل فوج هو 4 و عدد الأولاد هو 3

التحقق: عدد التلاميذ المشاركين هو $124 + 93$ أي 217 .

كل الأفواج متكونة من 7 تلاميذ و عدد الأفواج هو 31 .

إذن عدد التلاميذ المشاركين الموزعين في الأفواج هو: 31×7 أي: 217 .

الحلول

الموضوع السادس عشر 16

التمرين الأول (الجزور التربيعية)

1- حساب a^2 .

$$\begin{aligned} \cdot a^2 &= \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{2^2} = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} && \text{لدينا :} \\ &= \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$\cdot a^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \text{إذن :}$$

• حساب $\frac{1}{a} + 1$.

$$\begin{aligned} \cdot \frac{1}{a} + 1 &= \frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} + 1 = \frac{2}{1+\sqrt{5}} + 1 && \text{لدينا :} \\ &= \frac{2+1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{a} + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \quad \text{إذن :}$$

$$a + 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1+\sqrt{5}+2}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \text{-2 لدينا :}$$

$$a + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \text{و} \quad a^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \text{نعلم أن :}$$

$$a^2 = a + 1 \quad \text{إذن :}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + 1 &= \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{(3+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})} = \frac{3-3\sqrt{5}+\sqrt{5}-5}{1-5} && \text{لدينا :} \\ &= \frac{-2-2\sqrt{5}}{-4} = \frac{-2(1+\sqrt{5})}{-4} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{a} + 1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{و} \quad a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{نعلم أن :}$$

$$a = \frac{1}{a} + 1 \quad \text{و بالتالي :}$$

ملاحظة : يمكن الحصول على هذه النتيجة بتقسيم طرفي المساواة $a^2 = a + 1$ على a .

التمرين الثاني (الدوال التآلفية)

1 - دالة تآلفية معرفة كما يلي : $f(x) = ax + b$.

تعيين المعاملين a و b .

$$a = \frac{f(4) - f(-3)}{4 - (-3)} = \frac{1 - 2}{7} = -\frac{1}{7} \quad \text{لدينا :}$$

$$f(x) = -\frac{1}{7}x + b \quad \text{و بالتالي :} \quad a = -\frac{1}{7} \quad \text{إذن :}$$

$$f(4) = -\frac{1}{7}(4) + b \quad \text{و} \quad f(4) = 1 \quad \text{لدينا :}$$

$$1 = -\frac{4}{7} + b \quad \text{أي :} \quad b = 1 + \frac{4}{7} = \frac{11}{7} \quad \text{و بالتالي :} \quad b = \frac{11}{7} \quad \text{إذن :}$$

$$f(x) = -\frac{1}{7}x + \frac{11}{7} \quad \text{ينتج أن الدالة التآلفية } f \text{ معرفة كما يلي :}$$

2 - تعيين صورة العدد 11 بالدالة f .

$$f(11) = -\frac{1}{7}(11) + \frac{11}{7} = 0 \quad \text{لدينا :} \quad f(11) = 0 \quad \text{إذن :}$$

و بالتالي : صورة العدد 11 بالدالة f هي 0.

3 - تعيين العدد الذي صورته بالدالة f هي $\frac{10}{7}$.

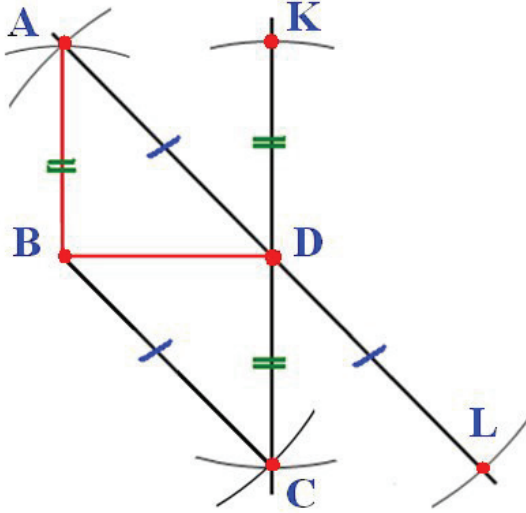
$$f(x) = \frac{10}{7} \quad \text{لذلك يكفي حل المعادلة :}$$

$$-\frac{1}{7}x + \frac{11}{7} = \frac{10}{7} \quad \text{يعني :} \quad f(x) = \frac{10}{7}$$

$$-\frac{1}{7}x = \frac{10}{7} - \frac{11}{7} \quad \text{و بالتالي :} \quad -\frac{1}{7}x = -\frac{1}{7} \quad \text{إذن :} \quad x = 1$$

و بالتالي : العدد الذي صورته $\frac{10}{7}$ بالدالة f هو 1 .

التمرين الثالث (الأشعة و الانسحاب)



1 - نرسم أولا $[BD]$ ثم نستعمل المدور

لتعيين كل من النقطتين A و C
و كذا النقطتين L و K .

2 - D هو منتصف كل من قطري الرباعي $AKLC$
إذن $AKLC$ متوازي الأضلاع .

و بالتالي : $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{AC}$.

إذن : L هي صورة K بالانسحاب
الذي شعاعه \overrightarrow{AC} .

التمرين الرابع (الإحصاء)

1 - عدد العلامات هو 9 .

ليكن \bar{x} وسط هذه السلسلة . معدل رضا هو وسط هذه السلسلة .

$$\text{لدينا } \bar{x} = \frac{10+11+17+12+19+15+9+7+16}{9} = \frac{116}{9}$$

إذن : $\bar{x} = \frac{116}{9}$ و بالتالي: معدل رضا هو 12.88 بتدوير إلى 0.01 بالنقصان .

2 - نرتب العلامات تصاعديا : 19; 17; 16; 15; 12; 11; 10; 9; 7

وسيط السلسلة هي العلامة ذات المرتبة 5 في سلسلة العلامات المرتبة تصاعديا . ينتج أن :
وسيط العلامات هي العلامة 12 .

3 - حساب العلامة n بحيث : $\bar{x} = 13$.

بعد إضافة فرض يصبح عدد العلامات 10 .

$$\bar{x} = 13 \text{ يعني } \frac{7+9+10+11+12+15+16+17+19+n}{10} = 13$$

$$\text{أي : } \frac{116+n}{10} = 13$$

$$\text{أي : } 116+n = 130$$

إذن : $n = 130 - 116$. و بالتالي : $n = 14$.

ينبغي أن يتحصل رضا على العلامة 14
في الفرض الإضافي حتى يصير معدله 13 .

المسألة

نضع x ارتفاع الجدار و y طول السلم حيث : x و y عدنان طبيعيان .
لدينا : $y = x + 10$.

نلاحظ أن الوضعية الثانية تبين وجود مثلث قائم . نطبق فيه نظرية فيثاغورث للتعبير عن y بدلالة x . ونجد : $y^2 = x^2 + (70)^2$.

$$\cdot \begin{cases} y = x + 10 \\ y^2 = x^2 + (70)^2 \end{cases} \text{ لتعيين } x \text{ و } y \text{ نحل الجملة :}$$

$$\cdot \begin{cases} y - x = 10 \\ y^2 - x^2 = (70)^2 \end{cases} \text{ هذه الجملة تبسط على الشكل :}$$

$$\begin{cases} y - x = 10 \\ 10(y + x) = 4900 \end{cases} \text{ أي : } \begin{cases} y - x = 10 \\ (y - x)(y + x) = 4900 \end{cases}$$

$$\cdot \begin{cases} y - x = 10 \\ y + x = 490 \end{cases} \text{ نتحصل على الجملة التالية :}$$

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد : $2y = 500$. إذن : $y = 250$.
بتعويض y بالعدد 250 في المعادلة الأولى .

ينتج أن : $x = 240$. و بالتالي :

طول السلم هو 250cm أي 2.50m و طول الجدار هو 240cm أي 2.40m .

$$\cdot \text{ملاحظة : يمكن حل الجملة } \begin{cases} y - x = 10 \\ y + x = 490 \end{cases} \text{ بطريقة التعويض .}$$

بتعويض y بالعبارة $x + 10$ في المعادلة $y^2 = x^2 + (70)^2$.

$$\cdot \text{نجد : } (x + 10)^2 = x^2 + (70)^2 \text{ أي : } x^2 + 20x + 100 = x^2 + 4900$$

$$\cdot \text{أي : } 20x = 4800 \text{ . إذن : } x = 240$$

و نستنتج أن : $y = 250$.

الحلول

الموضوع السابع عشر 17

التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) —————

● حل المتراجحة الأولى : $2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$

يعني : $2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$

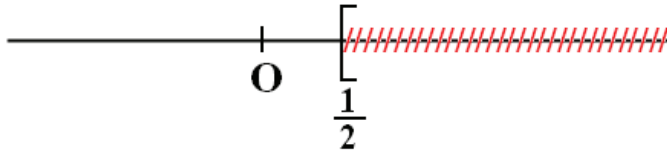
أي : $9x - 11 < -x - 6$ $6x - 8 + 3x - 3 < 3x - 4x - 6$

أي : $9x + x < -6 + 11$

بعد التبسيط نجد : $10x < 5$ و بالتالي : $x < \frac{5}{10}$ أي $x < \frac{1}{2}$. إذن :

مجموعة حلول المتراجحة $2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$

هي مجموعة الأعداد x التي تحقق $x < \frac{1}{2}$ (أي الأعداد الأصغر من $\frac{1}{2}$).



● مجموعة حلول هذه

المتراجحة ممثلة بالجزء غير

المشطوب من المستقيم العددي المقابل .

● حل المتراجحة الثانية : $5(1-x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$

يعني : $5(1-x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$

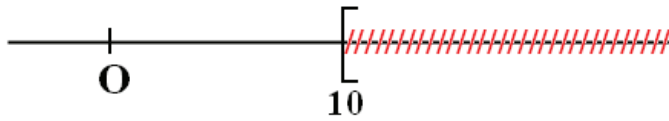
أي : $-4 + x > 3x - 24$ $5 - 5x + 6x - 9 > 3x - 24$

أي : $x - 3x > -24 + 4$

بعد التبسيط نجد : $-2x > -20$ و بالتالي : $x < \frac{-20}{-2}$ أي $x < 10$. إذن :

مجموعة حلول المتراجحة $5(1-x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$

هي مجموعة الأعداد x التي تحقق $x < 10$ (أي الأعداد الأصغر من 10).



● مجموعة حلول هذه

المتراجحة ممثلة بالجزء غير

المشطوب من المستقيم العددي المقابل .

التمرين الثاني (الدوال الخطية - التناسبية)

1- تعيين الدالة الخطية f .

f هي دالة خطية .

إذن : f معرفة كما يلي : $f(x) = ax$.

صورة $-\frac{3}{2}$ بالدالة f هي : -3 .

$$a\left(-\frac{3}{2}\right) = -3 \quad \text{أي} \quad f\left(-\frac{3}{2}\right) = -3$$

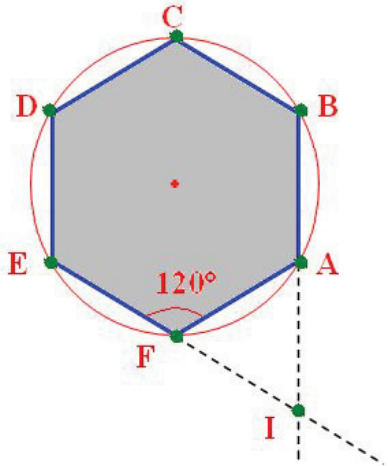
إذن : $a = 2$.

ينتج أن الدالة الخطية f معرفة كما يلي : $f(x) = 2x$.

2- (T) هو التمثيل البياني للدالة f .

(T) يشمل O و $B\left(-\frac{3}{2}; -3\right)$. (لاحظ الشكل) .

التمرين الثالث (الدوران - الزوايا و المضلعات المنتظمة)



1- طول الضلع السداسي المنتظم المطلوب

هو نصف قطر الدائرة (\mathcal{C}) .

نستعمل المدور لتحديد رؤوس هذا المضلع على الدائرة .
نختار النقطة A من (\mathcal{C}) كأحد رؤوس السداسي المنتظم
ثم نعين الرؤوس الأخرى .

2- قيس كل زوايا السداسي المنتظم هو 120° .

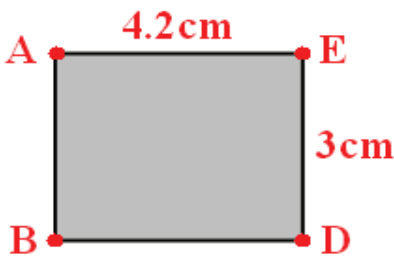
$$\widehat{AFI} = \widehat{FAI} = 180^\circ - 120^\circ$$

أي : $\widehat{AFI} = \widehat{FAI} = 60^\circ$. ينتج أن :

إذن : المثلث AFI متقايس الأضلاع .

التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء - الكرة و الجلاة - المقاطع المستوية)

1- المقطع هو مستطيل طوله AE و عرضه AB . المثلث AFE قائم في F و متساوي الساقين .



$$\text{لدينا : } AE^2 = AF^2 + FE^2$$

$$\text{أي : } AE^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

$$\text{إذن : } AE = 3\sqrt{2}$$

$$\text{أي : } AE \approx 4.2 \text{ cm}$$

و $AB = 3 \text{ cm}$ لأن $[AB]$ هو أحد أحرف المكعب .

● إنجاز الرسم :

2- وحدة الحجم هي 1 cm^3 . حجم المكعب هو 3^3 وحدة أي : 27 cm^3 .

و حجم الموشور $ABCDEF$ هو : 13.500 cm^3 .

المسألة

نضع x عدد العلب من نوع $250g$ و y عدد العلب من نوع $500g$.
حيث x و y عدنان طبيعيين . $20kg = 20000g$.

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ 250x + 500y = 20000 \end{cases} \text{ لدينا :}$$

لتعيين x و y نحل الجملة السابقة .

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ x + 2y = 80 \end{cases} \text{ هذه الجملة تبسط على الشكل :}$$

ب طرح طرف لطرف المعادلتين نجد : $y = 24$.

بتعويض y بالعدد 24 في المعادلة $x + y = 56$ نجد : $x = 32$.

ينتج أن :

عدد العلب من نوع $250g$ هو 32 و عدد العلب من نوع $500g$ هو 24 .

الحلول

الموضوع الثامن عشر 18

التمرين الأول (المعادلات و المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

• حل المعادلة : $\frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$

. $\frac{2}{5}x - \frac{1}{10}x = 3 - 1$: يعني $\frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$

. أي : $\frac{4}{10}x - \frac{1}{10}x = 2$. أي : $\frac{3}{10}x = 2$. إذن : $x = \frac{20}{3}$

ينتج أن : المعادلة : $\frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{20}{3}$

• حل المعادلة : $1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x$

. $-\frac{2}{5}x + \frac{1}{10}x = 3 - 1$: يعني $1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x$

. أي : $\frac{-4x + x}{10} = 2$. أي : $-3x = 20$. إذن : $x = -\frac{20}{3}$

ينتج أن : المعادلة : $1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x$ تقبل حلا واحدا هو $-\frac{20}{3}$

نلاحظ أن العددين $\frac{20}{3}$ و $-\frac{20}{3}$ متعاكسان .

ينتج أن : للمعادلتين حلان متعاكسان هما : $\frac{20}{3}$ و $-\frac{20}{3}$

التمرين الثاني (المعالم)

1- تعليم النقط $C; B; A$.

(لاحظ الشكل) .

2- إحداثي النقطة D $(x_D; y_D)$

الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع .

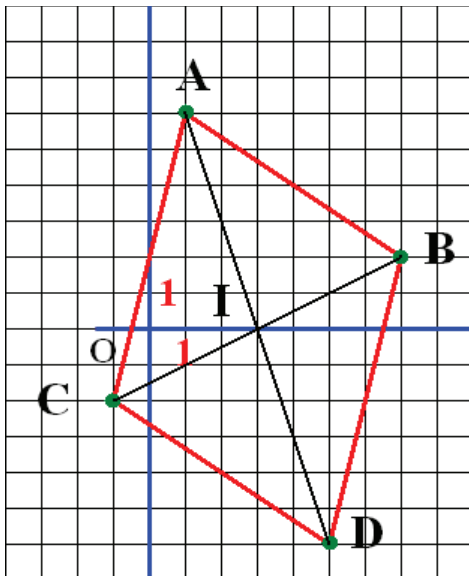
يعني : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

تعيين إحداثي كل من الشعاعين \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} .

لدينا $x_B - x_A = 7 - 1 = 6$

و $y_B - y_A = 2 - 6 = -4$

إذن : $\overrightarrow{AB} (6; -4)$.



$$\text{و لدينا: } x_D - x_C = x_D - (-1) = x_D + 1$$

$$\text{و } y_D - y_C = y_D - (-2) = y_D + 2$$

$$\text{إذن: } \overrightarrow{CD} (x_D + 1; y_D + 2)$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \text{ يعني } 6 = x_D + 1 \text{ و } -4 = y_D + 2$$

$$\text{ينتج أن: } x_D = 5 \text{ و } y_D = -6$$

أي: إحداثيا النقطة D حيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

$$\text{هما } (5; -6) \text{ أي: } D(5; -6)$$

3- رسم الرباعي $ABDC$ (لاحظ الشكل).

4- إحداثيا المركز I لمتوازي الأضلاع $ABDC$ هما إحداثيا منتصف القطرين

$$[AD] \text{ و } [BC]$$

تعيين إحداثيا I منتصف $[AD]$

$$\text{لدينا } x_I = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \text{ و } y_I = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{6 - 6}{2} = 0$$

إذن: إحداثيا مركز متوازي الأضلاع $ABDC$ هما: $x_I = 3$ و $y_I = 0$

$$\text{أي: } I(3; 0)$$

التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

1- نرسم $[BC]$ و نعين منتصفها F

نرسم نصف الدائرة مركزها F و

قطرها $[BC]$

نرسم نصف الدائرة مركزها C

و نصف قطرها 2cm

فقطع نصف الدائرة الأولى في A . العمود على (BC) في F يقطع $[AB]$ في E

2- نقطة من نصف الدائرة التي قطرها $[BC]$. إذن المثلث ABC قائم في A

$$\text{حسب نظرية فيثاغورث ينتج أن: } AB^2 = BC^2 - AC^2 = 25 - 4 = 21$$

$$\text{إذن: } AB = \sqrt{21}$$

$$\text{3- لدينا } \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \text{ و } \tan \hat{B} = \frac{EF}{BF}$$

$$\text{ينتج أن: } \frac{AC}{AB} = \frac{EF}{BF} \text{ و بالتالي: } \frac{2}{\sqrt{21}} = \frac{EF}{2.5} \text{ إذن: } EF = \frac{5}{\sqrt{21}}$$

$$\text{أي: } EF = 1.1\text{cm}$$

التمرين الرابع (الأشعة و الانسحاب)

1 - لدينا $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ و $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CE}$.

إذن : $\vec{AC} = \vec{CE}$.

و بالتالي E هي نظيرة A بالنسبة إلى C .

ينتج أن طول \vec{CE} هو طول \vec{AC} .

أي : طول \vec{AC} هو $5cm$.

2 - لدينا $\vec{KA} = \vec{BA} + \vec{CB}$

$= \vec{CB} + \vec{BA} = \vec{CA}$

إذن : $\vec{KA} = \vec{CA}$.

و بالتالي النقطة K هي النقطة C .

ينتج أن طول \vec{KA} هو طول \vec{CA} .

أي : طول \vec{KA} هو $5cm$.

المسألة

نضع x عرض الحقل و y طوله حيث x و y عدنان طبيعيين .

لدينا $x = y - 18$ و $2(x + y) = 456$.

لتعيين x و y نحل الجملة :

$$\begin{cases} x = y - 18 \\ 2(x + y) = 456 \end{cases}$$

هذه الجملة تكتب :

$$\begin{cases} x = y - 18 \\ x + y = 228 \end{cases}$$

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد : $2x = 210$. ينتج أن : $x = 105$.

بتعويض x بالعدد 105 في المعادلة الثانية نجد : $105 + y = 228$.

و بالتالي : $y = 123$. إذن : طول الحقل $123m$ و عرضه $105m$.

الحلول

الموضوع التاسع عشر 19

التمرين الأول (المعادلات و المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

• حل المعادلة : $\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$

• $\frac{x+2}{4} + \frac{2x+1}{3} = 4 - 1$: يعني $\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$

• أي : $\frac{3(x+2) + 4(2x+1)}{12} = 3$ أي : $x = \frac{26}{11}$

• إذن : المعادلة $\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{26}{11}$

• حل المعادلة الثانية : $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$

• $\frac{3x-5}{4} - \frac{x+1}{2} + x = 2$: يعني $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$

• أي : $\frac{3x-5-2(x+1)+4x}{4} = 2$ أي : $3x-5-2x+4x=8$

• أي : $5x-7=8$ أي : $5x=15$. إذن : $x=3$

• ينتج أن : المعادلة $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$ تقبل حلا واحدا هو 3

التمرين الثاني (الدوال التآلفية)

1 - تعيين المعاملين a و b للدالة f

f معرفة كما يلي : $f(x) = ax + b$

على الشكل : نقرأ $f(0) = -1$ و $f(2) = 3$

و هذا يعني : أن $a \times 0 + b = -1$ و $a \times 2 + b = 3$

لتعيين a و b نحل الجملة :

$$\begin{cases} a \times 0 + b = -1 \\ a \times 2 + b = 3 \end{cases}$$

بعد التبسيط نجد :

$$\begin{cases} b = -1 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$$

بتعويض b بالعدد -1 في المعادلة $2a + b = 3$ نجد : $2a - 1 = 3$

أي : $2a = 4$ إذن : $a = 2$

و بالتالي : المعاملين a و b للدالة التآلفية f هما : $a = 2$ و $b = -1$

ينتج أن : الدالة التآلفية : $f(x) = 2x - 1$ معرفة كما يلي :

2- تعيين صورة العدد -4 بالدالة f .

صورة -4 هي : $f(-4) = 2(-4) - 1$ أي :

إذن : $f(-4) = -9$.

3- تعيين العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{1}{2}$.

العدد x يحقق $f(x) = \frac{1}{2}$. يعني : $2x - 1 = \frac{1}{2}$ أي : $2x = \frac{3}{2}$.

إذن : $x = \frac{3}{4}$. و بالتالي : العدد x الذي صورته هي $\frac{1}{2}$ بالدالة f هو $\frac{3}{4}$.

التمرين الثالث (الدوران - الزوايا و المضلعات المنتظمة)

1- تكوّن المستقيمات الأربعة ثماني زوايا

قيس كل منها 45° .

(لأن $135^\circ = 45^\circ \times 3$).

إذن : E هي نقطة من (d_4) و

F نقطة من (d_2) .

2- صورة A هي E بهذا الدوران .

صورة C هي النقطة G نظيرة E

بالنسبة إلى O . إذن صورة B هي F ،

صورة D هي النقطة H نظيرة F

بالنسبة إلى O .

نعلم أن صورة مربع بدوران هي مربع .

ينتج أن : صورة المربع صورة $ABCD$ بهذا الدوران هي المربع $EFGH$.

التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء - الكرة و الجلة - المقاطع المستوية)

1- V_1 هو حجم النموذج المصغر و 0.3 هي نسبة التصغير

إذن : $V_1 = 12 \times (0.3)^3$

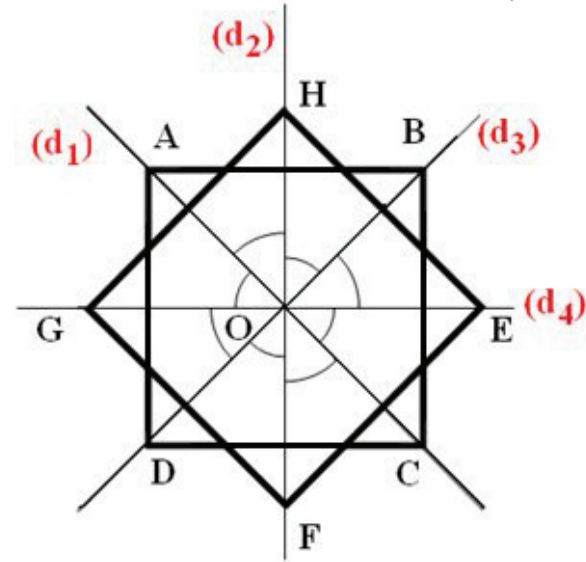
$= 12 \times (0.027)$

$= 0.324$

ينتج أن : حجم النموذج المصغر هو : $0.324m^3$.

2- لتكن x هي نسبة التصغير الثاني .

لدينا $0.096 = 12 \times x^3$.



$$\cdot x^3 = \frac{0.096}{12} = 0.008 = \frac{8}{1000} = \frac{2^3}{10^3} = \left(\frac{2}{10}\right)^3 : \text{ إذن}$$

$$\text{و بالتالي : } x^3 = \left(\frac{2}{10}\right)^3 = (0.2)^3 \text{ و بالتالي : } x = 0.2 \text{ أي } x = \frac{1}{5}$$

$$\cdot \frac{1}{5} : \text{ نسبة التصغير الثاني هي}$$

المسألة

لتكن x كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح (x بالأطنان) .

$$\cdot \text{ لدينا } x = \frac{40}{100}x + 15 + 17.4 \text{ أي : } x = \frac{40}{100}x + 32.4$$

$$\cdot \text{ أي : } x - \frac{40}{100}x = 32.4$$

$$\cdot \text{ نجد : } \left(1 - \frac{4}{10}\right)x = 32.4$$

$$\cdot \text{ أي : } \frac{3}{5}x = 32.4$$

$$\cdot \text{ و بالتالي : } x = 32.4 \times \frac{5}{3}$$

$$\cdot \text{ أي : } x = 54$$

ينتج أن : كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح هي 54 طنا

الحلول

الموضوع العشرون 20

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1- نبين أن الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال .

العدد 264 يقبل القسمة على 2 .

العدد 768 يقبل كذلك القسمة على 2 .

إذن العددين 264 و 768 يقبلان قاسما مشتركا يختلف عن 1 .

و بالتالي : العددين 264 و 768 ليسا أوليين فيما بينهما .

إذن : الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال .

2- حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 768 .

نستعمل خوارزمية إقليدس .

لدينا : $768 = 264 \times 2 + 240$ ؛ $264 = 240 \times 1 + 24$ ؛ $240 = 24 \times 10 + 0$ ؛

إذن : القاسم المشترك للعددين 264 و 768 هو 24 .

أي : $\text{gcd}(264; 768) = 24$.

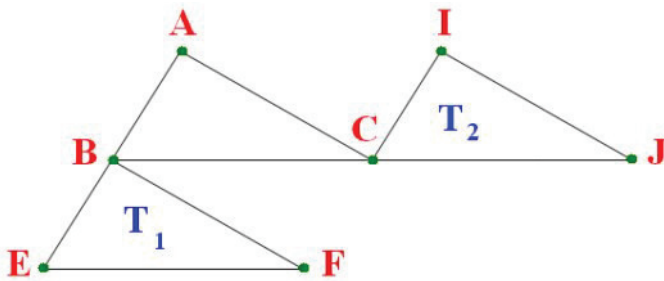
3- اختزال الكسر $\frac{264}{768}$.

لدينا : $264 = 24 \times 11$ ؛ $768 = 24 \times 32$ ؛ إذن : $\frac{264}{768} = \frac{24 \times 11}{24 \times 32} = \frac{11}{32}$.

و بالتالي :

الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{11}{32}$ هو $\frac{264}{768}$. أي : $\frac{264}{768} = \frac{11}{32}$.

التمرين الثاني (الأشعة و الانسحاب)



1- لدينا \overline{AB} و \overline{BE} .

إذن النقطة E هي

نظيرة A بالنسبة إلى B .

بما أن : $\overline{AB} = \overline{CF}$.

فإن : $ABFC$ متوازي الأضلاع .

لدينا $\overline{BC} = \overline{CJ}$. إذن النقطة J هي نظيرة B بالنسبة إلى C .

لدينا $\overline{BC} = \overline{AI}$. إذن الرباعي $BCIA$ متوازي الأضلاع .

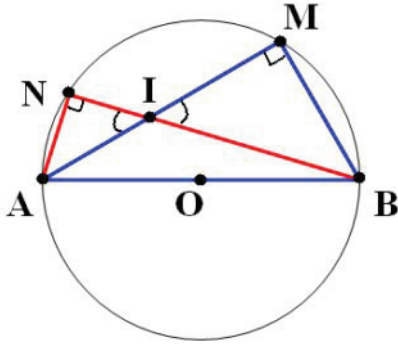
و بالتالي : T_1 هو المثلث BEF .

و T_2 هو المثلث ICJ .

2 - بما أن T_1 هو صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{AB} فإن ABC صورة T_1 بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{BA} .

ونعلم أن T_2 هو صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{BC} .
 إذن T_2 صورة T_1 بالانسحاب الذي هو مركب الانسحابين السابقين و شعاعه هو $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. بما أن الرباعي $BCIA$ متوازي الأضلاع ، فإن : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BI}$.
 إذن : T_2 صورة T_1 بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{BI} .

التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)



1 - الزاويتان \widehat{AIN} و \widehat{MIB} متقابلتان بالرأس .
 إذن : $\widehat{AIN} = \widehat{MIB}$.

2 - الزاوية المحيطية \widehat{AMB} تحصر نصف دائرة . إذن : $\widehat{AMB} = 90^\circ$
 أي : $\widehat{IMB} = 90^\circ$
 إذن المثلث IMB قائم في M .

الزاوية المحيطية \widehat{ANB} تحصر نصف دائرة كذلك .

إذن : $\widehat{ANB} = 90^\circ$ أي : $\widehat{INA} = 90^\circ$. وبالتالي المثلث INA قائم في N .
 ينتج أن : كل من المثلثين INA و IMB قائم .

3 - في المثلث IMB ، لدينا $\frac{BM}{IM} = \tan \widehat{MIB}$

و في المثلث INA ، لدينا $\frac{AN}{IN} = \tan \widehat{AIN}$

و بما أن : $\widehat{AIN} = \widehat{MIB}$ فإن : $\tan \widehat{AIN} = \tan \widehat{MIB}$

و بالتالي : $\frac{AN}{IN} = \frac{BM}{IM}$

التمرين الرابع (الدوال الخطية - الدوال التآلفية)

1 - تعيين معاملي الدالة f .

الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = ax$

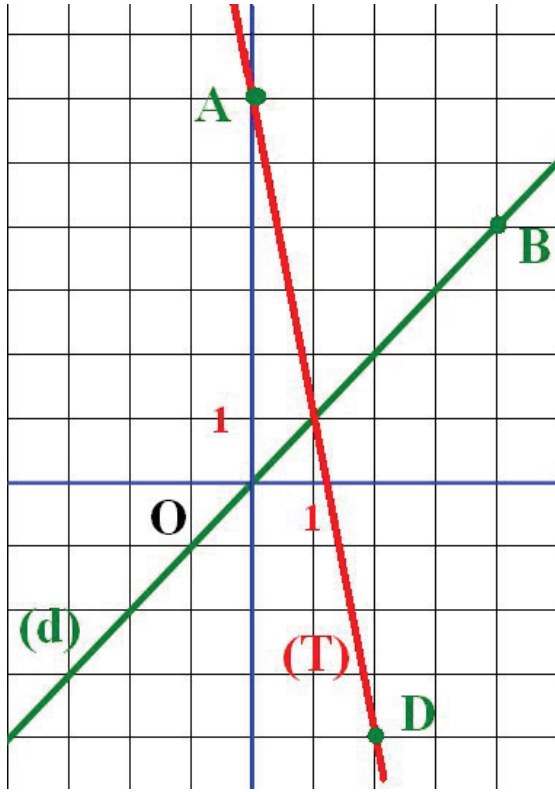
تمثيلها البياني : (d) يشمل النقطة $B(4;4)$.

إذن : $f(4) = 4$. أي : $a \times 4 = 4$.

إذن : $a = 1$.

و بالتالي : الدالة الخطية f معرفة كما يلي : $f(x) = x$.

2 - تعيين معاملي الدالة g .



الدالة g معرفة كما يلي: $g(x) = mx + p$.

تمثيلها البياني (T) يشمل النقطتين

$A(0;6)$ و $D(2;-4)$.

إذن: $g(0) = 6$ و $g(2) = -4$.

و بالتالي: $m = \frac{g(2) - g(0)}{2 - 0}$

$$= \frac{-4 - 6}{2} = -5$$

أي: $m = -5$.

لدينا: $g(0) = 6$

إذن: $-5 \times 0 + p = 6$. أي: $p = 6$.

لدينا: $m = -5$ و $p = 6$.

ينتج أن الدالة التآلفية g معرفة كما يلي: $g(x) = -5x + 6$.

3 - رسم (d) و (T) في المعلم السابق .

(d) هو المستقيم الذي يشمل النقطتين O و B .

(T) هو المستقيم الذي يشمل النقطتين A و D .

المسألة

● حساب عدد الناجحين إذا كان عدد المترشحين هو 140 في هذه المتوسطة .
ليكن x عدد الناجحين .

لدينا: $x = \frac{80}{100} \times 140$.

أي: $x = 112$.

و بالتالي: **عدد الناجحين هو 112 إذا كان عدد المترشحين هو 140** .

● حساب عدد المترشحين إذا كان عدد الناجحين هو 104 .
ليكن y عدد المترشحين .

لدينا: $\frac{80}{100} y = 104$.

إذن: $y = \frac{104 \times 100}{80}$. أي: $y = 130$.

و بالتالي: **عدد المترشحين هو 130 إذا كان عدد الناجحين هو 104** .