سلسلة استعد للبكالوريا رقم (04)

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية: 2010/2009

الشعبـــــة :علوم تجريبية + رياضيات

و تقني رياضي

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

{المحور: الدوال اللوغاريتمية}

التمكن من خواص دالة اللوغاريتم النيبيري

التمرين (01) عيّن في $\mathbb{R}$ أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=\ln(x^2+2x-3)$ — 2) $f(x)=\ln(x+2)^2$

3) $f(x)=\ln|x+1|$ — 4) $f(x)=\ln\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)$

5) $f(x)=\ln\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right|$ — 6) $f(x)=\ln(x+2)-\ln(x-1)$

7) $f(x)=\ln|x+1|-\ln|x|$ — 8) $f(x)=\ln(-2x+3)$

التمرين (02) عيّن في $\mathbb{R}$ أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=\dfrac{x}{\ln x-1}$ ، 2) $f(x)=\ln(\ln(x))$ ، 3) $f(x)=\sqrt{\ln(x)}$

4) $f(x)=\dfrac{\ln(x+2)}{\ln(x)-2}$ ، 6) $f(x)=\sqrt{1-(\ln x)^2}$ ، 7) $f(x)=\sqrt{1+\ln(x)}$

التمرين (03) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : **1)** $e^x=8$ ، **2)** $\ln x=1+\ln 3$

3) $2\ln^2 x-3\ln x-2=0$ ، **4)** $\ln(3-x)-\ln\sqrt{x+1}=\dfrac{1}{2}\ln(2x)$

5) $\ln(4x-10)+\ln(2x-2)^2-2\ln(4x-4)=0$

6) $2(\ln x)^3-7(\ln x)^2+3(\ln x)=0$

التمرين (04) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية : **1)** $\ln x<1$ ، **2)** $\ln 2x>-1$

3) $\ln(2x+3)<4$ ، **4)** $\ln(x-2)^2\geq 0$ ، **5)** $\ln\left(\dfrac{2x-1}{x+3}\right)\leq 0$ ، **6)** $2\ln(x-1)+3\geq 0$

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

التمرين (05) بسط ما يلي :

- $A=\ln e^{3}-\ln e^{2}$ ● $B=\ln\left(e\sqrt{e}\right)$ ●
- $C=\ln 2+\ln\left(8e\right)-\ln\left(4e^{2}\right)$ ● $D=\ln\left(\dfrac{1}{e}\right)^{2}-\ln^{2}\left(\dfrac{1}{e}\right)$ ●

التمرين (06) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بــ $f\left(x\right)=\ln\left(x+\sqrt{x^{2}+1}\right)$

- أثبت أن الدالة f فردية .

التمرين (07) ادرس إشارة العبارات الجبرية التالية :

1) $2\ln x-1$ ، 2) $\ln^{2}x-\ln x-6<0$ ، 3) $\left(\ln x-1\right)\ln x$

4) $\dfrac{2-\ln x}{1+\ln x}$ ، 5) $3+2\ln x$ ، 6) $2x\ln(1-x)$ ، 7) $2\ln(x-1)+3$

التمرين (08) حل في $\mathbb{R}^{2}$ الجمل التالية :

1) $\begin{cases} x^{2}+2y=16 \\ \ln\left(\dfrac{x}{y}\right)=-\ln 3 \end{cases}$ ، 2) $\begin{cases} \ln x+\ln y=\ln\sqrt{3}-2\ln 2 \\ 2(x+y)=\sqrt{3}+1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x.y=4 \\ (\ln x)^{2}+(\ln y)^{2}=\dfrac{5}{2}(\ln 2)^{2} \end{cases}$ ، 4) $\begin{cases} x+y=19 \\ \ln x+\ln y=2\ln 2+\ln 15 \end{cases}$

حساب النهايات ورفع حالات عدم التعيين بالرجوع للنهايات المرجعية

التمرين (09) احسب النهـــــــــــــايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\ln x\right)$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(2x+1)}{x}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{\ln x}$

4) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{3}{x}+5\ln x$ ، 5) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\sqrt{x}.\ln x$ ، 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln x-\ln(x-1)\right]$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^{2}+x+1)}{x}$ ، 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x+2-\ln(x+1)^{2}\right]$ ، 9) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

التمرين (10) احسب النهـــــــــــــايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-2\ln x}{x+\ln x}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^{2}-2}{x\ln x}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x-x^{2})}{x}$ ، 4) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{\frac{\ln x}{\ln x-1}}$

5) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{\ln(1+3x)}{\sqrt{x}}$ ، 6) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\dfrac{1}{x+1}+\ln(x+1)$ ، 7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، 8) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\sin x.\ln x$

التمرين (11) 1/ اعتمادا على النهاية : $\lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ برهن النهاية : $\lim_{u \to +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$

2/ استنتج النهاية : $\lim_{x \to 0} x \ln x$

3/ اعتمادا على النهاية : $\lim_{u \to +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$ ، احسب النهاية : $\lim_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$

التمرين (12) **1/** برهن أن : $\lim_{h \to 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1$

2/ **استنتج نهاية** $x \ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ **عندما** x **يؤول إلى** $+\infty$

التدريب على دراسة دوال و التمثيل البياني

التمرين (13) f الدالة العددية المعرفـــــة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x+\ln x}{x}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى C_f

3) بيّن أن المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_0 في المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$

4) ارسم المنحنى C_f.

التمرين (14) **1/** لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

أ) ادرس تغيرات الدالة g

ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x في المجال $]0;+\infty[$

2/ لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = 3 - x + \frac{\ln x}{x}$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) ادرس تغيرات الدالة f

ب) أثبت أن المنحنى C_f يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته

ج) ادرس وضعية المنحنى C_f بالنسبة للمستقيم (Δ).

د) بيّن أن المنحنى C_f يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_0 و x_1 حيث :

$\frac{1}{4} < x_0 < 1$ و $3 < x_1 < 4$ ثم ارسم المنحنى C_f

التمرين (15) **أ)** نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $g(x)=x^2-2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) تحقق أن $g(1)\succ 0$ ، استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

ب) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1+\ln x}{x}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$. ثم استنتج اتجاه تغيرات f

2) احسب نهايات الدالة f عند 0 و $+\infty$ ثم شكل جدول تغيرات f

3) ليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ ، احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)$

- فسر النتيجة هندسيا

4) ادرس الوضع النسبي للمستقيم (D) و المنحني (C_f)

5) أنشئ المستقيم (D) و المنحني (C_f). (الوحدة $2cm$)

التمرين (16) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ:

$$f(x)=(\ln x)^2-\ln x-2$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن المستقيم ذا المعادلة $x=0$ مقارب لــــ C_f

2) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

3) ادرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول التغيرات للدالة f

4) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع المحورين الإحداثيين .

5)ارسم المنحني C_f.

التمرين (17) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ

$$f(x)=x+2+\ln\left|\frac{x}{x+2}\right|$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عيّن D_f أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة D_f

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) اثبت أن المنحني الممثل C_f لها يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب إعطاء معادلته.

4) عيّن النقطة w تقاطع المنحني C_f مع المستقيم (Δ) و أثبت أنها مركز تناظر للمنحني C_f.

5) احسب : $f(-3)$ و $f\left(-\frac{5}{2}\right)$ و $f(-4)$ ثم ارسم المنحني C_f .

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (18) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x)=\frac{1+\ln(x^2)}{x}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس شفعية الدالة f

2) ادرس تغيرات الدالة f في المجال $]0;+\infty[$

3) اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني C_f.

4)عيّن احداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع محاور الإحداثيات ثم ارسم المنحني C_f

---

التمرين (19) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=-x+\frac{\ln x}{x}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) برهن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيينهما

2) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

3) نعتبر الدالة j المعرفة كما يلي : $j(x)=-x^2+1-\ln x$

أ) ادرس تغيرات الدالة j.

ب) احسب $j(1)$ ثم استنتج إشارة $j(x)$

4)ادرس تغيرات الدالة f .

5/ ارسم المنحني (C_f)

التمرين (20) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{x+3+2\ln(x+1)}{x+1}$$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و فسّر النتائج بيانيا.

2/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3/ استنتج عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ و بيّن أن المنحني C_f يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها α محصورة بين -1 و 0 ثم اوجد حصرا لها سعته 10^{-1}

4/ بيّن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

5/ ارسم المنحني (C_f)

6/ h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x معرفة على ¡ حيث : $f(x)=\frac{|x|+3+2\ln(|x|+1)}{|x|+1}$

أ) بيّن أن h زوجية

ب)دون دراسة تغيرات h ، ارسم (C_h) ، علل ذلك . .

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (21) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=[0;+\infty[$ كما يلي **:**

$$f(x)=\ln\left(e^{x}+e^{-x}\right)$$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1/ احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

2/أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من مجموعة تعريف الدالة f ، يمكن كتـــــــابة $f(x)$

على الشكل : $f(x)=x+\ln\left(1+e^{-2x}\right)$

3/ أثبت أن المنحني C_f يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته .

4/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

5/ ادرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول التغيرات للدالة f

6/ ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) (تؤخذ الوحدة : $3cm$)

التمرين (22) (I نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بــــ :

$$g(x)=2-x-2\ln(x-1)$$

1–ادرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها

2– بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا هو 2

3–استنتج إشارة $g(x)$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي **:** $f(x)=\dfrac{x^{2}-x+\ln(x-1)}{(x-1)^{2}}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ الوحدة : $2cm$

1- احسب : $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- أعط جدول قيم للدالة f ممثلا في صور الأعداد $\dfrac{3}{2}$; $\dfrac{11}{8}$; 4 ; 3 بالدالة f وقيم مقربة لهذه الصور

4- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]\dfrac{11}{8};\dfrac{3}{2}\right[$.

5- أنشئ المنحني (C_f)

التمرين (23) نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي **:** $f(x)=x+\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

1) أثبت أن الدالة f فردية . 2) ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]1;+\infty[$

3) تحقق ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحني C_f .

4) ادرس الوضع النسبي للمنحني C_f و (Δ) .

5) أنشئ (Δ) و C_f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (24) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = 3 - 2x + \dfrac{\ln(1+x^2)}{x} \\ f(0) = 3 \end{cases}$$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1/ اثبت أن f قابلة للاشتقاق عند القيمة $x_0 = 0$ و عين معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها 0

2/ بين أنه لكل عدد حقيقي x : $f(-x) = 6 - f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

3/ احسب : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

4/ بيّن أن الدالة f رتيبة تماما ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5/ بين أن المستقيم $(D): y = 3 - 2x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) ثم ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

6/ بين أن النقطة : $I(0;3)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f) ثم ارسم (C_f)

التمرين (25)I– نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = xe^{-x}$

1- ادرس تغيرات الدالة g. 2- استنتج أنه لكل $x \in [0;+\infty[$ فإن : $g(x) < 1$

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$: $f(x) = e^{-x} + \ln x$

1- احسب : $\lim_{x \to 0^{>}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

2- احسب : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثم ادرس طبيعة هذا الفرع اللانهائي

3- بيّن أن : $f'(x) = \dfrac{1 - g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_0 في المجال $]0.5;0.6[$

6- ارسم المنحني C الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

التمرين (26) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-1;1[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{1}{2}.\ln\left|\dfrac{1+x}{1-x}\right|$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- أ) عين مشتقة الدالة f ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب) احسب : $\lim_{x \to -1^{>}} f(x)$ و $\lim_{x \to 1^{<}} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

2- أ) بيّن أن مبدأ المعلم مركز تناظر

ب) أنشئ المنحني (C_f) و المماس لـــ عند النقطة التي فاصلتها 0

3- أ) انطلاقا من الدراسة ، بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي y ، المعادلة $f(x) = y$ تقبل حل واحد

ب) عبر بالحساب عن x بدلالة y

ج) نرمز (C') إلى المنحني الممثل للدالة ، ارسم المنحني (C') في نفس المعلم

التمرين (27) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=3\ln x-(\ln x)^2$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- بيّن أن المستقيم ذا المعادلة $x=0$ مقارب لــ (C).

2- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3- احسب $f'(x)$ ، حيث f' الدالة المشتقة للدالة f .

4- حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة : $3-2\ln x=0$ ثم المتراجحة $3-2\ln x \succ 0$

مستنتجا إشارة $f'(x)$ ثم اكتب جدول تغيرات الدالة f .

5-حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا. 6- أنشئ المنحني (C)

التمرين (28) الدالة العددية f معرفة على المجال I حيث $I=]-2;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=1+x\ ln(x+2)$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) أحسب $f'(x)$ و $f''(x)$ من أجل كلّ عدد من I.

ب) عيّن إشارة $f''(x)$ ثمّ استنتج وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $[-0,6;-0,5]$

بحيث $f'(\alpha)=0$.

2. أدرس تغيّرات الدالة f .

3. بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{\alpha+2-\alpha^2}{\alpha+2}$ ثمّ استنتج حصرا لــ $f(\alpha)$.

4. M_0 نقطة من (C) فاصلتها x_0 و (T_{x_0}) المماس للمنحني (C) في M_0.

أ) بيّن أنّ (T_{x_0}) يمرّ بالمبدأ O إذا وفقط إذا كان $f(x_0)=x_0 f'(x_0)$.

ب) استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمرّان بالمبدأ O. عيّن العددين a و b.

5. أرسم المماسين (T_a) و (T_b) ثمّ المنحني (C).

التمرين (29)

1. نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty;1[$ كما يلي: $g(x)=(1-x)e^x-1$

أ- ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات).

ب-استنتج إشارة $g(x)$ و بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x\le\dfrac{1}{1-x}$

2. نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty;1[$ كما يلي: $f(x)=e^x+\ln(1-x)$

أ- اشرح لماذا الدالة f معرفة على $]-\infty;1[$ ؟

ب- ادرس نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند 1 .

جـــ- ادرس تغيرات الدالة f. (يمكن استعمال نتائج السؤال1)

د- ارسم بدقة المنحني (C) الممثل للدالة f في معلم متعامد زمتجانس

التمرين (30) **1−** لتكن j الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـــ:

$$j(x)=x^2-4x+3+6\ln|x-2|$$

أ- احسب $j(1)$ و $j(3)$

ب- ادرس تغيرات الدالة j و استنتج إشارة $j(x)$

2- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كما يلي : $f(x)=x+2-\dfrac{5}{x-2}-\dfrac{6\ln|x-2|}{x-2}$

أ- بيّن أن : $f'(x)=\dfrac{j(x)}{(x-2)^2}$

ب- استنتج تغيرات الدالة f.

ليكن (Γ) المنحني البياني للدالة f في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

جــ- ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (Γ).

د- احسب $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(4)$ ، $f(-4)$ بالتقريب إلى $\dfrac{1}{10}$.

3- تحقق أن النقطة $w(2;4)$ مركز تناظر للمنحني (Γ) ثم ارسم المنحني (Γ).

التمرين (31) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. بالنسبة لكل دالة من الدوال التالية اشرح كيف يتم الحصول على منحنيها البياني (C) انطلاقا من التمثيل البياني (Γ) للدالة اللوغاريتمية النيبيرية ثم أرسم (C).

أ) $f(x)=1+\ln x$ ب) $g(x)=-\ln x$

جــ) $h(x)=\ln(x+2)$ د) $k(x)=1+\ln(x-1)$

2. نعتبر الدالتين j و y المعرفتين على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $j(x)=\ln(|x|)$ و $y(x)=|\ln(|x|)|$

نرمز إلى منحنييهما البيانيين على التوالي بــِ (C_j) و (C_y).

- بين أن المنحني (C_j) متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب ثم أرسمه.

أرسم المنحني (C_y) انطلاقا من المنحني (C_j).

اللوغارتم العشـــــــــري $\log(x)=\dfrac{\ln(x)}{\ln 10}$

التمرين (32) I- نعتبر العدد الطبيعي n حيث : $n=2^{1234}$

أ) عيّن بإستعمال حاسبة الجزء الصحيح للعدد $\log n$.

ب) استنتج الحصر التالي : $10^{371}\le n<10^{372}$ ثم حدد عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد n

II- 1 . ما قيمة pH محلول يحتوي على $5\times10^{-8}\,moles$ من شوارد H^+ في اللتر الواحد ؟

2. ما هو التركيز المولي بشوارد H^+ لمحلول متعادل $(pH=7)$ ؟

III- حل في $\mathbb{R}$ ما يلي : $\log(x)=5$ ، $\log(x)=-3$ ، $\log(x)\ge 0.1$ ، $\log(x)<\log(1-x)$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

{ التدريب على حل تمارين بكالــــــــــــوريات }

التمرين (01)

الجزء الأول

h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1. احسب: $\lim\limits_{x\to-1} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

و استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

3. احسب $h(0)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x.

الجزء الثاني : لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ) احسب $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

ب) باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن أن $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=0$.

جـ) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

د) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

هـ) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائـــــل .

2. بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $3,3$ و $3,4$

4. ارسم (C_f)

التمرين (02)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ:

$$g(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln(x)$$

1- ادرس تغيرات الدالة g.

2- استنتج أنه لكل $x\in\mathbb{R}_+^*$ فإن: $g(x)\geq\dfrac{1}{2}$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

الجزء الثاني : f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $x \to f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{\ln x}{x}$

(d) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أثبت أنه لكل $x\in\mathbb{R}_+^*$ فإن : $f'(x)=\frac{1+g(x)}{x^2}$

2) ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحنى (d)

3) ادرس وضعية المنحنى (d) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

4) أثبت أن المنحنى (d) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

5) (Δ) هو مماس للمنحنى (d) في النقطة ذات الفاصلة x_0 ، عيّن x_0 إذا كان ميل (Δ) هو $\frac{1}{2}$ ثم اكتب معادلة (Δ)

6) أثبت أن المنحنى (d) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها x_1 حيث : $\frac{1}{2}<x_1<1$

7) أنشئ (Δ) و (d) (تؤخذ $2cm$ وحدة للطول)

8) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m وجود وعدد حلول المعادلة : $f(x)=\frac{1}{2}x+m$

التمرين (03)

1. g دالة معرفة على $[1;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=2x+\ln x$

أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ج) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$ فإن $g(x)\neq 0$

2. لتكن f دالة معرفة على $[1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{6\ln x}{2x+\ln x}$

أ) بيّن أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\dfrac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x\in[1;+\infty[$

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f

د) شكل جدول تغيرات f ، ما هي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين؟

هـ)جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (C_f) يرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على $[1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=f(e^x)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

أ) شكل جدول تغيرات الدّالة h .

ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحني (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1.

ج) لرسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (C_f) و (C_h) في نفس المعلم

التمرين (04)

1/ لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x)=(3-2x)e^x+2$$

أ) ادرس تغيرات الدالة g

ب) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a حيث : $a\in]1.68;1.69[$

ج) استنتج إشارة $g(x)$.

2/ f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $f(x)=\dfrac{e^x+4x-1}{e^x+1}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث الوحدة : $2cm$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x)=\dfrac{2.g(x)}{(e^x+1)^2}$

ب) بيّن أن : $f(a)=4a-5$ ثم أعط حصرا للعدد $f(a)$

ج) ادرس تغيرات الدالة f

3/ أ) أثبت أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمز له بالرمز (Δ) .

ب)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4/ أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة التي فاصلتها $x_0=0$

5/ أرسم (T) و (Δ) ثم (C_f)

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $me^x-4x+m+2=0$

التمرين (05)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ حيث :

$$f(x)=1-\frac{\ln x^2}{x}$$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1/ احسب : $f(-x)+f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

2/ ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ وفسّر النهايات بيانيا.

3/ أكمل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^*$.

3/ أثبت ان المنحني (C_f) يقطع المستقيم $(\Delta):y=1$ في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما.

4/ بيّن أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a حيث : $a\in\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$.

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

5/ أثبت أن (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس المنحني (C_f) في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتها ، أوجد معادلة للمماس (T) .

6/ ارسم (T) و (C_f)

7/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$

8/ h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث : $h(x)=1+\dfrac{\ln x^2}{|x|}$

أ) بيّن أن h زوجية

دون دراسة تغيرات h ، ارسم (C_h) ، علل ذلك . .

التمرين (06)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة كما يلي :

$$f(x)=x+\ln\left|e^x-2\right|$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ عين D_f أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f

2/ ادرس تغيرات الدالة f على D_f

3/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من مجموعة تعريف الدالة f ، يمكن كتـــــــابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=2x+\ln\left|1-2e^{-x}\right|$

4/ بيّن أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') معادلتهما على التوالي :

$y=x+\ln 2$ ، $y=2x$

5/ عيّن نقاط تقاطع C_f مع محور الفواصل.

6/ أنشئ المنحني C_f.

التمرين (07)

الجزء الأول: لتكن الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي

$$h(x)=x-3+\ln x$$

1) ادرس تغيرات الدالة h

2) بيّن أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $]2;3[$

3) ادرس إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني: لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x}\right)(-2+\ln x)$ ، وليكن (y) بيانها الممثل في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول : $2cm$).

1) بيّن أنه لكل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$

2) ادرس تغيرات الدالة f

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

3) بيّن أن : $f(a)=-\frac{(a-1)^2}{a}$. استنتج قيمة تقريبية لـــ $f(a)$ بتقريب 10^{-2} .
4) ادرس إشارة $f(x)$.
5) عيّن فاصلتي نقطتي تقاطع البيان (y) مع حامل محور الفواصل واكتب معادلتي المماسين (T_1) و (T_2)
6) أنشئ (T_1) و (T_2) و (y)

التمرين (08)

نعتبر في كل التمرين المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I -نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{x^2}{2}+1$.

1 - ارسم المنحنيين البيانيين الممثلين للدالتين g و $\ln$. ("$\ln$" يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري)

2 - استنتج من السؤال السابق أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $\frac{x^2}{2}+1-\ln x \succ 0$.

II-نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1+\frac{2\ln x}{x}$

(C_f) منحني f .

1/ أ- احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2/ أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \succ 0$ ، فإن : $f'(x)=\frac{2(g(x)-\ln x)}{x^2}$

ب-استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3/ أ- أثبت ان المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x-1$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و المستقيم (D).

ج- أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

4/ ارسم (D) و (T) و (C_f) .

التمرين (09)

المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الأول -نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ :

$$g(x)=1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln x}{2x^2}$$

1/ ادرس تغيرات الدالة g ، احسب $g(\sqrt{e})$

2/ عين المستقيمين المقاربين وتقاطعهما مع المنحني (C_g)

3/ ارسم المنحني (C_g) . 4/ استنتج إشارة $g(x)$

5/ ناقش تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد حلول المعادلة : $4(m-1)x^2-3+6\ln x=0$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

الجزء الثاني: f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ حيث: $f(x)=x+\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}$

1/ بين أنه لكل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f

2/ اكتب معادلة لمماس المنحني (C_f) في النقطة التي احداثياها $(1;f(1))$

3/ بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

4/ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$

5/ بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

6/ ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

7/ مستعينا بالنتائج السابقة ارسم (Δ) و (C_f) .

التمرين (10)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ

$$g(x)=x+1+\ln x$$

1. عين نهايتي الدالة ل عند 0 و عند $+\infty$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $]0;+\infty[$.
4. اوجد حصرا للعدد a سعته 0.1
5. حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x\ln x}{x+1} & x\in]0;+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$$

ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.حيث وحدة الطول هي $4cm$.

1. بين أن الدالة f مستمرة على المجال $[0;+\infty[$.
2. هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند 0 ؟ فسر بيانيا النتيجة.
3. من اجل كل x من $]0;+\infty[$ ، بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$. استنتج اتجاه تغير الدالة f
4. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. تحقق أن $f(a)=-a$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
5. ليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\to\ln x$ في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

- ادرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C) و (Γ) .
- احسب النهاية $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$. فسر بيانيا النتيجة . ارسم المنحنيين (C) و (Γ)

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (11)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1.أ- ادرس تغيرات f على $]0;+\infty[$.

ب-عين نهايات f عند حدود مجموعة التعريف.

نرمز بـ T إلى المماس للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 1.

نريد دراسة وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المماس T.

2.اكتب معادلة للمستقيم T.

3.نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-1-f(x)$

أ - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$،

$$g'(x)=\frac{1}{2x\sqrt{x}}\left[\ln x+2\left(x\sqrt{x}-1\right)\right]$$

ب-احسب $g'(1)$ و ادرس إشارة $g'(x)$ كل من المجالين $]0;1[$ و $]1;+\infty[$.

جـ- احسب $g(1)$، وباستعمال اتجاه تغير الدالة g، ادرس إشارة $g(x)$.

د- استنتج وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المماس T.

4. ارسم T ثم (C).

التمرين (12)

I . نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{\frac{x}{2}}-e^{x}$

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1.ادرس تغيرات f،حدّد النهايات عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2.عين إشارة $f(x)$ حسب قيم x. 3.ارسم المنحني (C).

II . نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=\ln|e^{\frac{x}{2}}-e^{x}|$

نرمز بـ (Γ) إلى تمثيلها البياني.

1.حدد نهايات الدالة g عند $-\infty$، عند $+\infty$ و عند 0 .

2.احسب $g'(x)$، و عين إشارتها باستعمال إشارة $f(x)$ و إشارة $f'(x)$. شكل جدول تغيرات f.

3 أ.بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x، $g(x)-x=\ln\left(1-e^{-\frac{x}{2}}\right)$

ب. بين أن المستقيم D الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحني (Γ).

ج.ادرس وضعية (Γ) بالنسبة إلى D من أجل كل عدد حقيقي $x>0$.

4.أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي سالب تماما x، $g(x)-\frac{x}{2}=\ln\left(1-e^{\frac{x}{2}}\right)$

ب)بين أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=\frac{x}{2}$ مقارب للمنحني (Γ)

ج) ادرس وضعية (Γ) بالنسبة إلى Δ من أجل كل عدد حقيقي $x<0$.

5.ارسم (Γ)، D و Δ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

التمرين (13)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x)=\frac{x-1}{x+2}+\ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- بيّن أن أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f هي : $D=]-\infty;-2[\cup]0;+\infty[$

2- احسب النهايات عند حدود D وفسّر النتائج بيانيا.

3- ادرس تغيرات الدالة f

4- بيّن أن (C) يقبل عند نقطتين منه A و B مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، عيّن عندئذ إحداثيات نقطتي التماس A و B .

5- بيّن ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث $x_0\in\left]\frac{13}{4};\frac{7}{2}\right[$

6- احسب $f(2)$ ، $f(-5)$ ، $f(-3)$ ثم أنشئ (C)

7- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $(x+2)\ln\left(\frac{x}{x+2}\right)-mx-2m-3=0$

التمرين (14)

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ

$$g(x)=\ln(x+1)-\ln(x)-\frac{1}{x+1}+1$$

1-بيّن أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$

2-بيّن أن $g'(x)=\frac{-1}{x.(x+1)^2}$ لكل x من $]0;+\infty[$ واستنتج تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$

3-استنتج إشارة $g(x)$ لكل x من $]0;+\infty[$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)+x+1 & ;x\succ 0 \\ f(x)=(1-x)e^{x} & ;x\leq 0\end{cases}$$

/1 بيّن أن $\lim_{x\to+\infty} x.\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

/2 احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا

/3 بيّن أن f مستمرة عند 0

/4 ادرس قابلية اشتقاق f عند0 و فسّر النتيجة هندسيا

/5 ادرس تغيـــــرات الدالة f

/6 بيّن أن النقطة A ذات الفاصلة -1 نقطة انعطاف للمنحني (C)

/7 بيّن أن المستقيم ذا المعادلـــة $y=x+2$ مقارب مائـــل للمنحني (C)

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

8/ أنشئ المنحني (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

تعطى القيم: $e^{-3}\approx 0.05$, $e^{-2}\approx 0.14$, $e^{-1}\approx 0.37$, $\ln 3\approx 1.1$, $\ln 2\approx 0.7$

التمرين (15)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي: $f(x)=(x+2)-2\ln|2x+1|$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) 1- عيّن D أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالـــــة f.

2- ادرس تغيرات الدالة f

3- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه (-3). اكتب معادلة لـــ (Δ)

4- احسب إحداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=x$

5- **احسب** $f(-1)$ و $f(0)$.

6- ارسم المماس (Δ) و المنحنى (C_f).

7- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m وجود وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة كما يلي : $g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-\ln(2x+1)^2$

1- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x **يختلف عن** $\left(\frac{-1}{2}\right)$ **يكون لدينا** :

$$g(-1-x)=g(x) \quad \text{و} \quad -1-x\neq-\frac{1}{2}$$

2- استنتج أن (Γ) المنحنى الممثل للدالة g يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته

3- أثبت أن $g(x)=f(x)$ على مجال يطلب تعيينه.

4- استنتج إنشاء (Γ) انطلاقا من (C_f) . ارسم (Γ) في نفس المعلم السابق

التمرين (16)

الجزء1 1. ادرس تغيرات الدالة g المعرفة على ¡ كما يلي:

$$g(t)=e^t-t-1$$

ما هي القيمة الحدية الصغرى للدالة g على ¡

2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي t، $e^t\geq t+1$ و $e^t>t$

الجزء2: f هي الدالة المعرفة على ¡ كما يلي: $f(x)=x^2-2\ln\left(e^x-x\right)$

1. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x^2-2x-2\ln\left(1-xe^{-x}\right)$

ب- نقبل أن $\lim_{x\to+\infty}xe^{-x}=0$ ، احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

2. أ- اشرح لماذا f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x

$$f'(x)=\frac{2(x-1)(e^x-x-1)}{e^x-x}$$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f . (نقبل أن $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$)

3. .في معلم متعامد ومتجانس (الوحدة: $3cm$)، نعتبر القطع المكافئ P الذي معادلته $y=x^2-2x$ و(C) المنحني الممثل للدالة f .

أ- بين أن $f(x)-(x^2-2x)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$.

• **عندما يكون $\lim_{x\to+\infty} f_1(x)-f_2(x)=0$، نقول أن المنحنيين الممثلين للدالتين f_1 و f_2 متقاربان عند $+\infty$.**

ب- ادرس الوضعية النسبية لمنحنيين P و (C).

4.عين معادلة لكل من المماسين D و D' على الترتيب للمنحيين P و (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5.ارسم في نفس المعلم ، المنحنيين P و (C) و المماسين D و D' .

التمرين (17)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[-4;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=e^{2x}-2x$

1/ احسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

2/ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[-4;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\ln(e^{2x}-2x)$$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ لكل x من $[0;+\infty[$ ، تحقق من أن $1-\frac{2x}{e^{2x}} \succ 0$ و أن $f(x)=2x+\ln\left(1-\frac{2x}{e^{2x}}\right)$

2/ استنتج أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

3/ بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى (C)

4/ أ) بيّن أن : $f(x)-2x\le 0$ لكل x من $[0;+\infty[$

ب) استنتج أن (C_f) يوجد تحت (D) على المجال $[0;+\infty[$.

5/ أ- بيّن أن : $f'(x)=\frac{2(e^{2x}-1)}{g(x)}$ لكل x من $[-4;+\infty[$

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ لكل x من $[-4;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

جـ- أنشئ (D) و (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

التمرين (18)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x)=x+1+e^{-x}$$

1–أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

ب) **احسب** $g'(x)$ و أعط جدول تغيـــرات الدالة g و استنتج إشارة $g(x)$

2- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\ln(x+1+e^{-x})$

أ) ادرس تغيرات الدالة f

ب) احسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

جـ) بيّن أنه لكل $x\in]-\infty;-1[$ فإن: $f(x)+x<0$ ثم اعط تفسير بياني

د) بيّن أنه لكل $x\in\mathbb{R}^*$: $0<f(x)-\ln x\le\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$

هـ) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$ فسّر بيانيا هذه النتيجة

3- ارسم المنحنى C الممثل للدالة f و المنحنى الممثل للدالة المرجعية $\ln$ في معلم متعامد ومتجانس .

التمرين (19)

f دالـــة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=e^{-x}.\ln(1+e^{x})$

1-أ)احسب الدالة المشتقة f' للدالة f .

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $g(x)$ حيث : $g(x)=\frac{e^{x}}{e^{x}+1}-\ln(1+e^{x})$

جـ) احسب $g'(x)$.

د) عيّن نهاية g عند $+\infty$

هـ) ادرس اتجاه تغير الدالة g

و) استنتج من الأسئلة السابقة إشارة $f'(x)$

2–عيّن نهايات الدالة f عند حود مجموعة تعريفها .

3–شكل جدول تغيرات الدالة f

4–ارسم المنحنى C الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس

5– h دالـــة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $h(x)=e^{x}.\ln(1+e^{x})-x.e^{x}$

أ) تحقق أن: $h(x)=f(-x)$

ب)بيّن أنه يمكن استنتاج المنحنى (C_h) بسهولة انطلاقا من المنحنى C

جـ) ارسم عندئذ المنحنى (C_h) في نفس المعلم

التمرين (20)

في كل المسألة يرمز e للعدد الحقيقي الذي يحقق: $\ln e=1$

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=\frac{\ln x+xe}{x^2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = -2\ln x - xe + 1$$

1- احسب نهايات الدالـــــة g عند 0 و $+\infty$

2- ادرس اتجاه تغير الدالـــــة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3-بيّن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a حيث $a \in \left]\frac{1}{2};1\right[$

4- اوجد حصرا للعدد αسعته $0,1$

5- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني :**1**- عيّن نهايات الدالـــــة f عند حدود مجموعة تعريفها.

2- بيّن أن الدالة f تقبل للاشتقاق على مجموعة تعريفها ثم احسب $f'(x)$

3- ادرس اتجاه تغير الدالـــــة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4- برهن أن : $f(\alpha) = \frac{1+\alpha e}{2\alpha^2}$

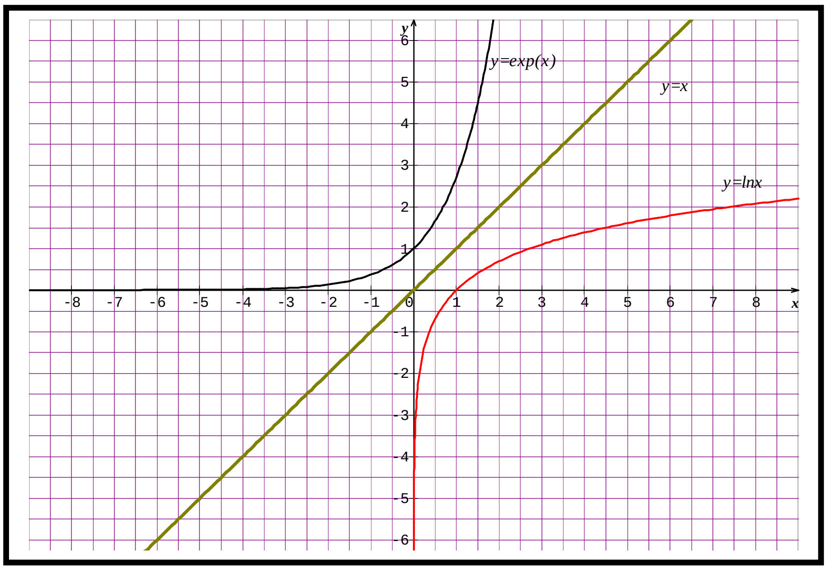
5- اوجد حصرا لـــــ $f(\alpha)$ إذا علمت أن : $2,72 > e > 2,71$

6- ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس

الهدية

أود أن أورد أمامك نص رسالة بعث بها بديع الزمان الهمذاني، الذي كان من أئمة عصره في الكتابة، إلى ابن أخت له كان ينفق عليه من ماله ليتعلم. كتب إليه:

" أنت ولدي ما دمت والدفتر أليفك والمحبرة حليفك، فإذا قصّرت، ولا أخالك، فغيري خالك، والسلام ".



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار