سلسلة استعد للبكالوريا رقم (08)

المستوى : ثالثة ثانوي
الشعبـــــــة :علوم تجريبية + رياضيات
و تقني رياضي

المحور: التحويلات النقطية في المستوي المركب و التشابه المباشـــــــر

التمرين (01) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. s التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(x;y)$ النقطة $M'(x';y')$ بحيث :

$$\begin{cases} x' = -2y - 3 \\ y' = 2x + 1 \end{cases}$$

1/ عيّن إحداثي النقطة A' صورة النقطة $A(1;-1)$ بالتحويل s

2/ ما هي احداثيي النقطة B' صورة النقطة $B(-1;-1)$ بالتحويل s و ماذا تستنتج ؟

3/ عيّن الكتابة المركبة للتحويل s

4/ عيّن الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل s

التمرين (02) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. عيّن في كل حالة من الحالات التالية الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' و المعرفة بالعبارة المركبة التالية :

1/ $z' = z + 1 - 2i$ ، 4/ $z' = (1+i)z + 2i$

2/ $z' = 3z + 2 - i$ ، 5/ $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)z$

3/ $z' = -iz + 2$ ، 6/ $z' = -z + 4 + 8i$

التمرين (03) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1/ عيّن التشابه المباشر S_1 الذي يحول النقطة $A(1;2)$ إلى النقطة $B(1;4)$ ويحول النقطة $C(2;-1)$ إلى النقطة $D(5;2)$ ثم عيّن عناصره المميزة

2/ عيّن نسبة وزاوية التشابه المباشر S_2 الذي مركزه $M_0(1;0)$ ويحول النقطة $M_1(1;-1)$ إلى النقطة $M_2(3;0)$

3/ عيّن مركز وزاوية التشابه المباشر S_3 الذي نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ويحول النقطة $A(2.1)$ إلى النقطة $B(-3;3)$

التمرين (04) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

1/ عيّن الدوران الذي يحول النقطة $A\left(1;-2\right)$ إلى النقطة $B\left(1;0\right)$ و يحول النقطة $C\left(1;-1\right)$ إلى النقطة O ثم عيّن عناصره المميزة

2/ عيّن مركز الدوران الذي زاويته $\frac{-\pi}{3}$ و يحول $A\left(1;\sqrt{3}\right)$ إلى النقطة $B\left(2;2\right)$

التمرين (05) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

تعطى النقط $A(-1+2i)$ ، $B(3-i)$ ، $C(7+\lambda i)$ حيث λ عدد حقيقي

نعتبر التشابه المباشر s الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' و $z'=az+b$ و a ، b عددان مركبان و $a\neq 0$ بحيث : B صورة A و C صورة B

1/ عيّن a بدلالــــة λ

2/ عيّن λ ، إن وجدت ، بحيث يكون s :

أ) انسحاب ، ب) دوران

التمرين (06) في المستوي المركّب ، نعتبر التحويل النقطي T يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة $z'=az+a$ مع a عدد مركب.

1) عيّن a حتى يكون التحويل T انسحابا يطلب شعاعه.

2) عيّن a حتى يكون التحويل T دوران زاويته $\frac{\pi}{3}$. أوجد مركزه .

3) عيّن a حتى يكون التحويل T تحاك نسبته -3 . أوجد مركزه .

4) عين الطبيعة والعناصر المميّزة للتحويل T في حالة $a=-1-i$.

التمرين (07) 1) أعط العناصر المميّزة للتشابه المباشر f المعرف بالكتابة المركّبة التالية :

$z'=\left(1-i\right)z+2-i$.

2) في كل من الحالات التالية ، عين التشابه المباشر s حيث $f\circ s$ يكون :

ــ التحاكي الذي مركزه O ونسبته $\frac{1}{2}$.

ــ الانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\left(1;-1\right)$.

ــ التشابه المباشر الذي مركزه $B\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$ ، زاويته $\frac{5\pi}{4}$ ونسبته 2.

التمرين (08) A نقطة من المستوي لاحقتها 1 ؛ h التحاكي الذي مركزه A ونسبته -2 ؛ r الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أكتب العبارة المركبة لكل من التحويلات h ، r ، $r\circ h$ و $h\circ r$.

هل $r\circ h=h\circ r$ ؟

التمرين (09) ليكن ABA' مثلث متساوي الأضلاع مباشر النقطة B' معرفة بـــ: $\overrightarrow{A'B'}=2\overrightarrow{AA'}$

ليكن S التشابه المباشر الذي يحول A إلى A' و يحول B إلى B'

1/ عيّن نسبة وزاوية التشابه S

2/ لتكن النقطة I مركز التشابه S ، عيّن الشروط على I بحيث : $S(A)=A'$

− أنجز رسما وأنشئ I

3/ أنشئ الصورة A'' للنقطة A' بالتحويل S

التمرين (10) $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[AC]$ ، قطراه $[AC]$ و $[BD]$ يتقاطعان في النقطة I . الموازي للمستقيم (AB) والذي يشمل I يقطع (AD) في E و (BC) في F . 1/ تحقق أن : أ) المثلثان DAB و DEI متشابهان

ب) المثلثان ABC و IFC متشابهان

2/ استنتج أن I منتصف $[EF]$

التمرين (11) في المستوي الموجّه، ABC مثلث قائم A ومتساوي الساقين حيث $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{2}$. نعيّن I منتصف القطعة $[BC]$، M نقطة كيفية من $[BC]$ متمايزة عن B و C.

P و Q نقطتان من $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب حيث يكون $APMQ$ مستطيلا .

أ ــ برّر وجود تشابه مباشر وحيد S حيث $S(A)=B$ و $S(Q)=P$.

ب ــ حدّد الطبيعة والعناصر المميّزة لهذا التشابه .

جـــ ــ استنتج أن المثلثين IQA و IPB متقايسان مباشرة .

التمرين (12) في المستوي الموجّه ، نعتبر مربّعا مباشرا $ABCD$ ذي المركز O . لتكن P نقطة من القطعة $[BC]$ وتختلف عن B. نعيّن Q تقاطع المستقيمين (AP) و (CD).

المستقيم Δ العمودي على (AP) في A، يقطع (BC) في R و (CD) في S .

1. أنجز رسما .

2. ليكن r الدوران ذي المركز A والزاوية $\frac{\pi}{2}$.

أ ــ حدّد صورة المستقيم (BC) بالدوران r مبرّرا إجابتك .

ب ــ عيّن صورة لكل من النقطتين R و P بالدوران r.

جـــ ــ ما هي طبيعة كل من المثلثين ARQ و APS؟

3. نسمي N منتصف القطعة $[PS]$ و M منتصف القطعة $[QR]$. ليكن s التشابه المباشر ذي المركز A ، النسبة $\frac{\sqrt{2}}{2}$ والزاوية $\frac{\pi}{4}$.

أ ــ عيّن صورة لكل من النقطتين R و P بالتشابه s .

ب ــ ما هو المحل الهندسي للنقطة N لمّا P تمسح القطعة $[BC]$ باستثناء B ؟

برهن أنّ النقط M ، B ، N و D في استقامية .

﴿التدريب على حل تمارين بكالوريات﴾

التمرين (01) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

$$z^3-(-\sqrt{3}+2i)z^2+(-5+\sqrt{3}i)z-8i=0 \,\dots\dots\dots(1)$$

1) تحقق أن (i) حل للمعادلة (1)

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1)

نسمي z_0 ، z_1 ، z_2 حلول المعادلة (1) حيث : $z_0=-i$ ، z_1 هو الحل الذي جزؤه الحقيقي موجب.

3) في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C صور z_0 ، z_1 ، z_2 على الترتيب ، عيّن العناصر المميزة للتشابه المباشر الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى C واستنتج نوع المثلث ABC .

التمرين (02) ليكن كثير الحدود $P(z)$ للمتغيّر المركّب z المعرّف كما يلي :

$$P(z)=z^3-(2-3i)z^2+9z-18+27i$$

1) أ- ليكن $\overline{z}$ مرافق z . احسب $\overline{P(z)}$ بدلالة $\overline{z}$.

ب- حل في $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$ إذا علمت أنها تقبل حلين مترافقين z_1 و $\overline{z_1}$.

2) في المستوي المركب ، نعتبر النقط A ، B و C ذات اللاحقات $3i$ ، $-3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

أ) عيّن زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول C إلى A . واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) عين إحداثيي النقطة G مرجح للنقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات 1، 2 ، -2 على الترتيب

جـ) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2+2MB^2-2MC^2=25$

التمرين (03) 1 .حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-(1+i)z-2-i=0$.

نرمز بـــ z_1 و z_2 لحلّي هذه المعادلة، حيث z_1 هو الحلّ الذي جزؤه الحقيقي موجب.

2 . المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

A، B و C النقط التي لواحقها على الترتيب z_1، z_2 و z_3 حيث $z_3=3-2i$.

أ) عيّن لاحقة النقطة I منتصف القطعة $[BC]$.

ب) أكتب على الشكل المثلثي العدد المركب $\dfrac{z_3-z_1}{z_2-z_1}$ واستنتج:

- أنّ C هي صورة B بتحويل نقطي يُطلب تعيين عناصره المميّزة.
- نوع المثلث ABC.

ج) عيّن لاحقة النقطة D نظيرة A بالنسبة إلى I.

التمرين (04) 1- أحسب : $\left(\sqrt{3}-i\right)^2$

2-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $2z^2-\left(\sqrt{3}+3i\right)z-1+\sqrt{3}i=0 \ldots\ldots (E)$

ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) بحيث الجزء الحقيقي لـــ z_2 موجب تماما

أ- اكتب على الشكلين الجبري والمثلثي كل من z_1 و z_2 .

ب- بين أن لكل عدد طبيعي فردي n يكون: $z_1^{6n}+z_2^{6n}+2=0$.

3- لتكن M_1 و M_2 صورتي العددين المركبين z_1 و z_2 على الترتيب في المستوي المركب

وليكن S التشابه الذي مركزه $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{6};\frac{3}{2}\right)$ ويحول M_1 إلى M_2 . عين العناصر المميزة للتشابه S

التمرين (05) 1- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول z

$$z^2-(7+i)z+14+2i=0$$

نرمز لحلى هذه المعادلة بالرمزين z_1 ، z_2 بحيث يكون : $|z_1|\succ|z_2|$

2- لتكن A و B صورتي العددين المركبين z_1 و z_2 على الترتيب في المستوي المركب

أ) بيّن أن المثلث OAB قائم ومتقايس الساقين

ب) عين مركز وزاوية الدوران الذي يحول النقطة A إلى النقطة B ، والنقطة B إلى النقطة O

ج) لتكن النقطة C صورة النقطة O بهذا الدوران . ما هي طبيعة الرباعي $ABOC$.

التمرين (06) نعتبر المعادلة في $\mathbb{C}$: $z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13=0 \ldots\ldots (E)$

1) برهن أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه .

2) حل عندئذ المعادلة (E)

3) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ تعطى النقط:

A ، B و C ذات اللواحق i ، $2+3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

أ) ليكن r الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $\frac{\pi}{4}$. عين لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r .

ب)برهن أن النقط A' ، B و C تقع على استقامة واحدة ثم عين الكتابة المركبة للتحاكي ذو المركز B و الذي يحول النقطة C إلى A'

التمرين (07) M نقطة من المستوي المركب (P) لاحقتها z حيث $z = x + iy$
(وحدة القياس $4\ cm$).

1. $F(z)$ كثير الحدود المعرف في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كما يلي:

$$F(z) = z^2 + \left[\frac{1}{2} - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)i\right].z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

- احسب $F(i)$ ثمّ استنتج الجذر الآخر لكثير الحدود $F(z)$.
- أكتب الجذرين السابقين على الشكل الأسي علما أنّ b هو التخيلي الصرف والآخر a.

2. نعرّف التحويل النقطي T الذي يرفق بكلّ نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث $z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} + i$.

- حدد طبيعة التحويل T ثمّ عيّن عناصره المميزة.
- أنشئ النقط Ω، M_1 و M_2 إذا علمت أنّ Ω هي النقطة الصامدة بالتحويل T و M_1 صورة O و M_2 صورة M_1 بالتحويل T.

3. نعرّف متتالية نقط المستوي (P) كما يلي:

$M_0 = O$ ومن أجل عدد طبيعي n فإنّ $M_{n+1} = T\left(M_n\right)$.

نسمّي z_n لاحقة النقطة M_n ونضع $Z_n = z_n - \omega$ حيث ω لاحقة النقطة Ω.

- احسب $\dfrac{Z_{n+1}}{Z_n}$ ثمّ جد عبارة Z_n بدلالة n واستنتج عندئذ z_n.
- حدد موقع النقطة M_{2008}.

التمرين (08) نعتبر في $\mathbb{C}$ كثير الحدود ذو المتغير المركب z حيث :

$$P(z) = z^3 - (1+4i)z^2 - (5-3i)z + 2 + 2i$$

1- بيّن أن العدد i هو جذر لـــ $P(z)$

2- عيّن العدد المركب λ حيث : $P(z) = (z - i)(z^2 + \lambda z - 2 + 2i)$

3- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$

4- في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. لتكن النقط

$A(0;1)$ ، $B(0;2)$ ، $C(1;1)$

أ- عين زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول A إلى C

ب- M و M' نقطتان من المستوي لاحقتاهما z و z' على الترتيب و S تحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بالنقطة M النقطة M' بحيث : $z' = (1+i)z + 2$

- ما هي طبيعة المثلث BMM' ؟
- عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون : $\left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \left\|\overrightarrow{OM'}\right\|$

التمرين (09) 1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

$$z^2-4(1+i)z+1+8i=0$$

نسمـــــــي z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة علما أن $|z_1|\succ|z_2|$

1) اكتب العدد $(z_1^2-z_2^2)$ على شكله الأسى .

2)اكتب العدد $\left(\frac{z_1^2-z_2^2}{8\sqrt{2}}\right)^{1994}$ على شكله الجبري

3) النقطتان A و B صورتا العددين المركبين z_1 و z_2 على الترتيب في المستوي المركب

α) عيّن إحداثي مركز التشابه S الذي نسبته $\sqrt{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{4}$ والذي يرفق بالنقطة A النقطة B ($S(A)=B$)

β) اكتب معادلة لصورة المستقيم (AB) بالتشابه S

التمرين (10) 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-(2+i)z+3+i=0$.

نرمز للحلين بـــ z_0 و z_1 حيث $|z_0|>|z_1|$.

2) A ، B و C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب 1 ، z_0 و z_1.

أوجد إحداثيي النقطة G مركز المسافات المتساوية للنقط A، B و C .

3) T التحويل النقطي في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث :

$\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$.

أ ــ بيّن أن $\overrightarrow{GM'}=-2\overrightarrow{GM}$.

ب ــ استنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميّزة . ج ــ أكتب العبارة المركبة للتحويل T .

4)A'، B' و C' صور النقط A، B و C على الترتيب بالتحويل T. بيّن أن النقط A'، B' و C' في استقامية

التمرين (11) 1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول z :

$$z^2-2(1+2i)z+9+20i=0$$

نسمي z_1 ، z_2 حلى هذه المعادلة بحيث : $|z_1|\prec|z_2|$

2/ النقطتان : M_1 ، M_2 صورتا العددين المركبين z_1 ، z_2 على الترتيب في مستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. ω نقطة من حامل محور الفواصل و r الدوران الذي مركزه ω و يحول M_1 إلى M_2 .

- عيّن مركز وزاوية الدوران r

التمرين (12) 1/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $4z^{2}-12z+153=0$

2/ في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ (وحدة الرسم : $1cm$)

نعتبر النقط A ، B ، C ، P ذات اللواحق : $z_{A}=\frac{3}{2}+6i$ ، $z_{B}=\frac{3}{2}-6i$ ،

$z_{C}=-3-\frac{1}{4}i$ ، $z_{P}=3+2i$ و الشعاع $\vec{\omega}$ المعرف باللاحقة : $z_{\vec{\omega}}=-1+\frac{5}{2}i$

أ) عيّن اللاحقة z_{Q} للنقطة Q صورة النقطة B بالانسحاب t الذي شعاعه $\vec{\omega}$.

ب)عيّن اللاحقة z_{R} للنقطة R صورة النقطة P بالتحاكي h الذي مركزه C ونسبته $\frac{-1}{3}$

ج) عيّن اللاحقة z_{S} للنقطة S صورة النقطة P بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{-\pi}{2}$

د) أنشئ النقط : P ، Q ، R و S

3/ أ) أثبت أن الرباعي $PQRS$ متوازي أضلاع

ب) احسب : $\frac{z_{R}-z_{Q}}{z_{P}-z_{Q}}$ ثم استنتج الطبيعة الخاصة لمتوازي الأضلاع $PQRS$

ج) برهن أن النقط P ، Q ، R و S تنتمي إلى دائرة واحدة (C) يطلب تعيين لاحقة مركزها Ω ونصف قطرها ρ . هل المستقيم (AP) مماس للدائرة (C) ؟

التمرين (13) 1/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية إذا علمت أنها تقبل حلا حقيقيا z_{0} :

$$z^{3}+2z^{2}-16=0 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

2/ اكتب حلول المعادلة (1) على الشكل الأسي

3/ في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

لتكن $z_{A}=-2-2i$ ، $z_{B}=2$ ، $z_{D}=-2+2i$

أ) عيّن اللاحقة z_{C} للنقطة C بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع ثم ارسم شكلا

ب)لتكن النقطة E صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{-\pi}{2}$ و النقطة F صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{+\pi}{2}$.

- احسب z_{E} و z_{F} لاحقتي النقطتين E و F على الترتيب .أنشئ E و F
- تحقق أن : $\frac{z_{F}-z_{A}}{z_{E}-z_{A}}=i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF

ج) عيّن صورة المثلث EBA بالدوران الذي مركزه I منتصف القطعة $[EF]$ وزاويته $\frac{-\pi}{2}$

التمرين (14) 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية :
$z^2-2(2-i)z+6=0$.
يرمز بـــ z_1 للحل الذي له أصغر طويلة و z_2 للحل الآخر .
2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر . نسمي A ، B ، M_1 و M_2 النقط التي لواحقها $2i$ ، 6 ، z_1 و z_2 على الترتيب .
α و β عددان مركّبان و T تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث $z'=\alpha z+\beta$.
أ ــ عيّن α و β علما أنّ صورة A بالتحويل T هي B وصورة M_1 بالتحويل T هي M_2.
ب ــ ما هي طبيعة التحويل T ؟ أعط عناصره المميّزة

التمرين (15) 1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2(3+2i)z+1+12i=0$
يرمز z_1 z_2 إلى حلى هذه المعادلة حيث : $|z_2|\succ|z_1|$.
2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر . A ، B ، C و D نقط من المستوي لواحقها على الترتيب z_1 ، z_2 ، $1+4i$ ، $2-i$.
أ - عيّن التشابه المباشر s الذي يحول النقطة A إلى C و النقطة D إلى النقطة B (تعطى العناصر المميزة للتشابه المباشر s)
ب-لتكن النقطة K_0 التي لاحقتها $3i$ ، نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $K_{n+1}=s(K_n)$
و $u_n=\left\|\overrightarrow{\omega K_n}\right\|$ حيث ω هو مركز التشابه s
- احسب $\left\|\overrightarrow{\omega K_n}\right\|$ بدلالة n .
- ما هي طبيعة المتتالية (u_n) ؟ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ و ماذا تستنتج بالنسبة للمتتالية (u_n)

التمرين (16) 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-(2-7i)z-13(1+i)=0......(1)$
2) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس مباشر . A و B صورتا العددين المركبين z_1 و z_2 حلي المعادلة (1)على الترتيب بحيث الجزء الحقيقي لـــ z_1 موجب.
أ) عيّن المركز ω للتشابه S الذي نسبته 2 و زاويته $\frac{3\pi}{2}$ والذي يحول A إلى B
ب) عيّن لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالتشابه S
ج) اكتب معادلة لصورة المستقيم (AB) بالتشابه S
3) أ) عيّن لاحقة D مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$
ب) ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$
ج) عيّن المجموعة (γ) للنقط ذات اللاحقة z حيث :
$MA^2-MB^2+MC^2=\lambda$ حيث λ مساحة الرباعي $ABCD$

التمرين (17) 1- ليكن العددان المركبان z_1 و z_2 حيث :

$$z_1=\sqrt{2}(1-i) \quad \text{و} \quad z_2=\frac{\sqrt{2}+\left(-1+\sqrt{2}\right)i}{1-z_1}$$

أ- اكتب العدد z_1 على الشكل المثلثي .

ب- برهن أن $z_2=-i$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر. M و M' نقطتان من المستوي لاحقتاهما z و z' على الترتيب . نضع $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$ و نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث :

$$\begin{cases} X'=\sqrt{2}(x+y+1) \\ y'=\sqrt{2}(-x+y+1)-1 \end{cases}$$

أ- أكتب z' بدلالة z

ب- استنتج الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل S

ج- (Δ) مستقيم ذو المعادلة $x+y+1=0$ ، اكتب معادلة لصورة المستقيم (Δ) بالتحويل S

د) اكتب معادلة لصورة الدائرة (γ) التي مركزها O ونصف قطرها 2 بالتحويل S

3- أ- اكتب العبارة المركبة للتحويل $S\circ S$.

ب- برهن أن $S\circ S$ هو تشابه مباشر .

ج- قارن بين العناصر المميزة للتحويلين S و $S\circ S$

التمرين (18) ليكن ABC مثلث مباشر. النقط A' ، B' و C' الواقعة خارج المثلث ABC بحيث المثلثات : $A'BC$ ، $B'CA$ و $C'AB$ متقايسة الأضلاع .

النقط J ، K و L مراكز ثقل المثلثات : $A'BC$ ، $B'CA$ و $C'AB$ على الترتيب .

نقترح البرهان على أن المثلث JKL متقايس الأضلاع.

ليكن S_A التشابه المباشر الذي مركزه A والذي يحول K إلى C و S_B التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول C إلى J .

1/ عيّن نسبة وزاوية S_A

2/ عيّن نسبة وزاوية S_B

3/ - برهن أن : $S_B\circ S_A$ دوران يطلب تعيين زاويته .

- برهن أن L هي مركز $S_B\circ S_A$

4/ استنتج من السؤال الثالث أن المثلث JKL متقايس الأضلاع

التمرين (19) 1) أحسب العدد المركب $\left(2\sqrt{3}+i\right)^3$.

2) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^3=18\sqrt{3}+35i$.

نرمز بــ : z_1 ، z_2 و z_3 إلى حلول هذه المعادلة