إعداد: عبد المطلب

بوزريعة: ذوالقعدة 1431 هـ

دراسة الدوال

Etude de fonctions

تمرين1

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1,3\}$ بـــ:

$$f(x)=\frac{4x^2-8x}{x^2-2x-3}$$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1- عين الأعداد الحقيقية a , b , c بحيث من أجل كل $x\neq -1$ و $x\neq 3$ فإن: $f(x)=a+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{x-3}$

2- احسب النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة f .

- اكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحني $(\mathscr{C})$.
- ادرس وضعية $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمسقيم المقارب الأفقي.
- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عين A و B نقطتي تقاطع $(\mathscr{C})$ مع محور الفواصل.

- اكتب معادلتي المماسين (Δ) و (Δ') للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطتين A و B . عين إحداثيتي نقطة تقاطع (Δ) و (Δ').

4- أثبت أن المستقيم ذي المعادلة $x=1$ محور تناظر لـ $(\mathscr{C})$.

5- احسب $f(-3)$ ، $f(-2)$ ثم ارسم (Δ) ، (Δ') و $(\mathscr{C})$.

تمرين2

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ:

$$f(x)=\frac{-4x+12}{x^2-6x+10}$$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1- احسب النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة f .

- اكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي (D) للمنحني $(\mathscr{C})$.
- ادرس إشارة $f(x)$ واستنتج وضعية $(\mathscr{C})$ بالنسبة لـ (D).
- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2- لتكن A نقطة تقاطع المنحني $(\mathscr{C})$ مع محور الفواصل.

- عين إحداثيتي النقطة A.
- أثبت أن النقطة A مركز تناظر للمنحني $(\mathscr{C})$.
- اكتب معادلة المماس (Δ) لـ $(\mathscr{C})$ عند النقطة A.

3- ارسم المماس (Δ) والمنحني $(\mathscr{C})$.

4- m وسيط حقيقي. استعمل المنحني $(\mathscr{C})$ لدراسة حسب قيم m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x:

$$mx^2-2(3m-2)x+10m-12=0$$

تمرين3

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـــ:

$$f(x)=x-\frac{2}{x+1}$$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1- احسب النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة f .

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- أثبت أن المستقيم ذي المعادلة: $y=x$ ، مستقيم مقارب مائل للمنحني $(\mathscr{C})$. عين معادلة للمستقيم المقارب الآخر.
- بين أن تقاطع المستقيمان المقاربان مركز تناظر لـ $(\mathscr{C})$.

2- عين إحداثيتي النقطتين A و B من $(\mathscr{C})$ بحيث يكون ميل المماسين للمنحني $(\mathscr{C})$ عند هاتين النقطتين يساوي 3.

- اكتب معادلة لكل من المماسين (Δ) و (Δ') للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطتين A و B. ارسم (Δ) و (Δ').

3- عين نقاط تقاطع $(\mathscr{C})$ مع المحورين ثم ارسم $(\mathscr{C})$.

4- m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

تمرين4

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ بـــ:

$f(x)=\frac{\alpha x+\beta}{x^2-4}$ حيث α و β عددان حقيقيان

1- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على D_f ثم احسب $f'(x)$.

2- عين العددين الحقيقيين α و β علما بأن المنحني الممثل للدالة f في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس يشمل النقطة $(4;1)$ وأنه يقبل مماسا ميله $(-\frac{3}{4})$ عند الفاصلة $x_0=0$.

في باقي التمرين نعتبر: $\alpha=3$ و $\beta=0$.

3- أثبت أن f دالة فردية. ليكن $(\mathscr{C})$ المنحني الممثل للدالة f في مستو مزود بمعلم. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني $(\mathscr{C})$؟

4- ادرس تغيرات الدالة f والمستقيمات المقاربة لـ $(\mathscr{C})$.

- ادرس وضعية $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $y=1$.
- ارسم المنحني $(\mathscr{C})$.

5- ناقش حسابيا (جبريا) حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$.

لتكن M و M′ نقطتي تقاطع $(\mathscr{C})$ مع المستقيم $y=m$.

احسب بدلالة m إحداثيتي النقطة N منتصف القطعة [M M′].

تمرين5

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ:

$$g(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$$

1- بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=0$ و أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=2$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $g(x)>0$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ:

$$f(x)=x-3+\sqrt{x^2+3}$$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-3$.

2- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=g(x)$.

- استنتج إنشاء جدول تغيرات الدالة f .

3- بيّن أنّ $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مـــائلا (Δ) معادلتـــه: $y=2x-3$. عين معادلة للمستقيم المقارب الآخر (Δ').

4- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$ ثم ارسم (Δ)، (Δ') و $(\mathscr{C})$.

5- m وسيط حقيقي. ناقـــش بيانيا حسب قيـــم m عدد نقاط تقاطع $(\mathscr{C})$ مع المستقيمات (Δ_m) التي معادلاتها: $y=2x+m$.

تمرين6

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ:

$$g(x)=x^3-3x-3$$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بيّن أنّ المعادلـــة: $g(x)=0$ تقـــبـــل حلا وحيدا α حيث: $2{,}1<\alpha<2{,}2$.

3- استنتج من أجل كل x من $\mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـــ: $f(x)=x+\frac{3}{x}+\frac{3}{2x^2}$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1- احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ و $\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-x]$ ثـــم فسّر النتيجتين بيانيا.

- ادرس وضعية $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $y=x$.

2- بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

- بيّن أنّ $f(\alpha)=\frac{12\alpha+9}{2\alpha^2}$. استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3- بيّن أنّ $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف. ارسم المنحني $(\mathscr{C})$.

4- بيّن أنّه يوجد مماس لـــ $(\mathscr{C})$ يوازي المستقيم $y=x$.

تمرين7

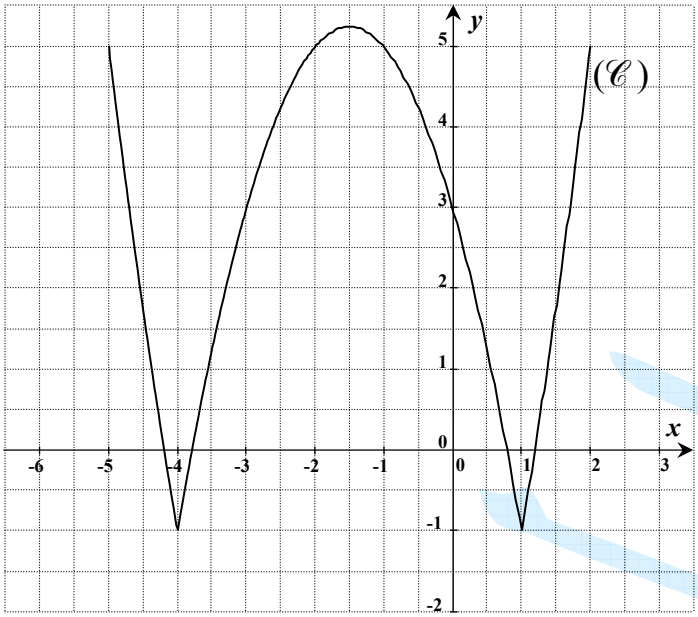
نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-5,2]$ بـــ:

$$f(x)=\left|x^2+3x-4\right|-1$$

ليكن المنحني $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني المبين أسفله.

1- ادرس إشارة x^2+3x-4 ثم عرف الدالة f بمجالات.

2- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عنـــد 4- ، ثـــم عنـــد 1 . استنتج أن المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل أربعة أنصاف مماسات عنـــد نقطتين فاصلتيهما 4- و 1 ، يطلب كتابة معادلة لكل منها.



3- بقراءة بيانية أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

- استنتج عدد حلول المعادلة $f(x)=4$.

- خمّن وجود محور تناظر يطلب كتابة معادلته.

- احسب: $f(-3-x)-f(x)$ ثم أثبت صحة تخمينك.

4- حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلة $f(x)=5$.

عبد المطلب