تذكير :

- العبارة المركبة للانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$ ذو اللاحقة b هي : $\boxed{z' = z + b}$
- العبارة المركبة للتحاكي الذي مركزه $M_0(z_0)$ ونسبته k والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي : $\boxed{z' - z_0 = k(z - z_0)}$
- العبارة المركبة للدوران الذي مركزه $M_0(z_0)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي : $\boxed{z' - z_0 = e^{i\theta}(z - z_0)}$
- العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه $M_0(z_0)$ ، نسبته $k\,(k > 0)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي : $\boxed{z' - z_0 = ke^{i\theta}(z - z_0)}$

التمرين 1 : (بكالوريا تقني رياضي 2013)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $\left(z + 5 - i\sqrt{3}\right)\left(z^2 + 2z + 4\right) = 0$

2) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A = -1 - i\sqrt{3}$ ، $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = -5 + i\sqrt{3}$.

S التشابه المباشر الذي يحول A إلى C ويحول O إلى B .

- جد العبارة المركبة للتشابه S ، ثم عيّن العناصر المميزة له .

3) أ- عيّن z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-1),(C;1)\}$.

ب- اكتب العدد المركب $\dfrac{z_B - z_A}{z_D - z_A}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABD .

جـ- عيّن المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث : $\left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right\|$

التمرين 2 : (بكالوريا علوم تجريبية 2013)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $z^2 - (4\cos\alpha)z + 4 = 0 \quad ... \ (\mathrm{I})$

2) من أجل $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ ؛ نرمز إلى حلي المعادلة (I) بـ z_1 و z_2 .

بيّن أن : $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^{2013} = 1$.

3) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقط A ، B و C ذات اللاحقات : $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = 4 + i\sqrt{3}$.

أ- أنشئ النقط A ، B و C .

ب- اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ ، ثم استنتج أن C هي صورة B بالتشابه S الذي مركزه A ويطلب تعيين نسبته وزاويته .

جـ- عيّن لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;2)\}$، ثم أنشئ G.

د- احسب z_D لاحقة النقطة D ، بحيث يكون الرباعي $ABDG$ متوازي أضلاع .

التمرين 3 : (بكالوريا علوم تجريبية 2013)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة (E) ذات المجهول z ، الآتية : (E) ... $z^2 + 4z + 13 = 0$

1) تحقق أن العدد المركب $-2-3i$ حل للمعادلة (E) ، ثم جد الحل الآخر .

2) A ، B نقطتان من المستوي المركب لاحقتاهما $z_A = -2-3i$ و $z_B = i$ على الترتيب . S التشابه المباشر الذي مركزه A ، نسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ والذي يحول كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $M'(z')$.

أ- بيّن أن : $z' = \frac{1}{2}iz - \frac{7}{2} - 2i$.

ب- احسب z_C لاحقة النقطة C ، علما أن C هي صورة B بالتشابه S .

3) لتكن النقطة D ، حيث : $2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$.

أ- بيّن أن D هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بمعاملين حقيقيين يطلب تعيينهما .

ب- احسب z_D لاحقة النقطة D .

جـ- بيّن أن : $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A} = i$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

التمرين 4 : (بكالوريا رياضي 2013)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z ، التالية : $z^2 + z + 1 = 0$

2) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A ، B و M ذات اللاحقات :

$z_A = -\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و z على الترتيب . ($\overline{z_A}$ هو مرافق z_A)

أ- اكتب z_A على الشكل الأسي .

ب- عيّن مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\arg\left[(z - z_A)^2\right] = \arg(z_A) - \arg(z_B)$

3) التحويل النقطي r ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = z_A . z + z_B\sqrt{3}$

أ- ما طبيعة التحويل r ؟ عيّن عناصره المميّزة .

ب- التحاكي h ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ ، حيث : $z' = -2z + 3i$

- عيّن نسبة ومركز التحاكي h .

جـ- نضع : $S = h \circ r$. (يرمز $\circ$ إلى تركيب التحويلين r و h)

عيّن طبيعة التحويل S ، مبرزا عناصره المميّزة ، ثم تحقق أن عبارته المركبة هي : $z' = 2e^{i\frac{\pi}{3}}(z - i) + i$

4) نعتبر النقطة Ω ذات اللاحقة i والنقط C ، D و E حيث : $S(O) = C$ ، $S(C) = D$ و $S(D) = E$.

- بيّن أن النقط O ، Ω و E في استقامية .

5) أ- عيّن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $z = 2e^{i\theta} + e^{i\frac{\pi}{2}}$

ب- عيّن (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S .