

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول

التمرين الأول (04,5 نقط)

1 - حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة :

$$z^2 - (1+2i)z - 1 + i = 0$$

نرمز للحلين بـ z_1 و z_2 حيث : $|z_1| < |z_2|$

بين أن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ عدد حقيقي .

2 - المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \bar{u}, \bar{v})$. لتكن A ، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب $1, z_1, z_2$.

ليكن Z العدد المركب حيث : $Z = \frac{z_2 - 1}{z_1 - 1}$

(أ) انطلاقا من التعريف $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ و من الخاصية : $e^{i(\theta_1 + \theta_2)} = e^{i\theta_1} \times e^{i\theta_2}$

برهن أن : $e^{-i\theta} = \frac{1}{e^{i\theta}}$ و أن $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}} = e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$ حيث θ ، θ_1 و θ_2 أعداد حقيقية .

(ب) أكتب Z على الشكل الأسّي .

(ج) أكتب Z على الشكل المثلثي و استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بتشابه مباشر مركزه A ، يطلب تعيين زاويته و نسبته.

التمرين الثاني (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ نعتبر المستوى (P) الذي معادلته :

$$x + 2y - z + 7 = 0$$

و النقط $A(2, 0, 1)$ و $B(3, 2, 0)$ و $C(-1, -2, 2)$.

1 - تحقق أن النقط A ، B و C ليست على استقامة ، ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوى (ABC)

$$\text{هي : } y + 2z - 2 = 0$$

2 - أ - تحقق أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان ، ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع

(P) و (ABC) .

ب - احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

3 - لتكن G مرجح الجملة $\{(A, 1), (B, \alpha), (C, \beta)\}$ حيث β, α عدنان حقيقيان يحققان $1 + \alpha + \beta \neq 0$

عين α حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ) .

التمرين الثالث (05 نقط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z^2 + iz - 2 - 6i = 0$$

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \bar{u}, \bar{v})$ النقطتين A و B اللتين

لاحقتهما z_A و z_B على الترتيب حيث :

$$z_B = -2 - 2i \quad \text{و} \quad z_A = 2 + i$$

عين لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (Γ) ذات القطر $[AB]$.

3. لتكن C النقطة ذات اللاحقة z_c حيث $z_c = \frac{4-i}{1+i}$

اكتب على الشكل الجبري ثم أثبت أن النقطة C تنتمي إلى الدائرة (Γ) .

4. - برهن أن عبارة التشابه المباشر S الذي مركزه $M_0(z_0)$ ونسبته k ($k > 0$) وزاويته θ و الذي

يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي : $z' - z_0 = ke^{i\theta}(z - z_0)$

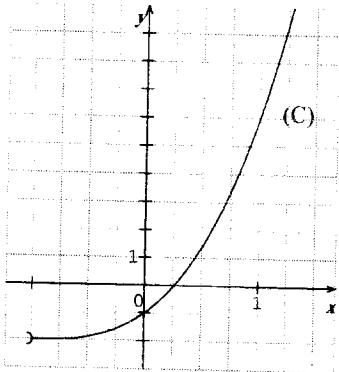
ب - تطبيق : عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل S المعرف بـ : $z' + \frac{1}{2}i = 2e^{i\frac{\pi}{3}}\left(z + \frac{1}{2}i\right)$

التمرين الرابع (07 نقط)

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يأتي :

$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$$

1- أ - بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g و حدّد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.



ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0, \frac{1}{2}\right[$ يحقق : $g(\alpha) = 0$

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$.

2 - f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بما يأتي :

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$$

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O; \bar{i}, \bar{j})$.

أ) تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ و فسّر النتيجة بيانياً.

ج) احسب : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ و فسّر النتيجة بيانياً.

د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3 - نأخذ $\alpha = 0,26$

أ) عين محور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

ب) ارسم المنحنى (Γ) .

4- أ) أكتب $f(x)$ على الشكل : $f(x) = x + a + \frac{b}{(x+1)^2}$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان.

ب) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ والتي تحقق : $F(1) = 2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (03 نقط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط . عَيِّن الجواب الصحيح معللاً اختيارك.

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط:

$$. D(3, 2, 1), C(-2, 0, -2), B(4, 1, 0), A(1, 3, -1)$$

و المستوى (P) الذي معادلته: $x - 3z - 4 = 0$.

1) المستوى (P) هو: ج1) (BCD) ، ج2) (ABC) ، ج3) (ABD) .

2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو :

$$\vec{n}_1(1, 2, 1) \text{ ج1} ، \vec{n}_2(-2, 0, 6) \text{ ج2} ، \vec{n}_3(2, 0, -1) \text{ ج3}$$

3) المسافة بين النقطة D و المستوى (P) هي :

$$\frac{\sqrt{10}}{5} \text{ ج1} ، \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ ج2} ، \frac{2\sqrt{10}}{5} \text{ ج3}$$

التمرين الثاني (05 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :

$$u_0 = \frac{5}{2} \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2$$

1) أ - ارسم في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ و المنحنى (d) الممثل

للدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$

ب - باستعمال الرسم السابق، مثل على حامل محور الفواصل و بدون حساب الحدود : u_0, u_1, u_2, u_3 و u_4

ج - ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n \leq 6$.

ب - تحقق أن (u_n) متزايدة .

ج - هل (u_n) متقاربة؟ برّر إجابتك .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = u_n - 6$.

أ - اثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب - أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث (04 نقط)

(1) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I = [1, 2]$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{x+2}{-x+4}$

أ- بين أن الدالة f متزايدة تماما على I .

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .

(2) (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يأتي:

$$u_{n+1} = f(u_n) \text{ و } u_0 = \frac{3}{2}$$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n ينتمي إلى I .

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}$

ب) عين النهاية : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الرابع (07,5 نقط)

I - نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي :

$$f(x) = (ax+b)e^{-x} + 1$$

حيث a و b عدنان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول 1 cm .

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1, 1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس

عند A يساوي $(-e)$.

II - نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و فسر هذه النتيجة بيانيا. (نذكر أن $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)

ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ج) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثيتها.

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

هـ) ارسم (C_g).

و) (H) الدالة العددية المعرفة على $[-2, +\infty[$ كما يأتي: $H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ حيث α و β عدنان حقيقيان

عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة : $x \mapsto g(x) - 1$

استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تتعدم عند القيمة 0 .

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي:

$$k(x) = g(x^2)$$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

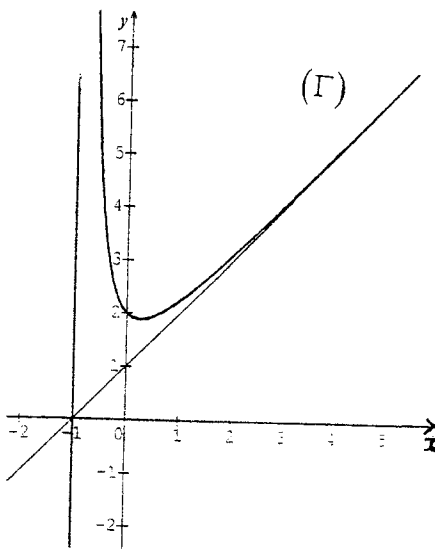
العلامة		عناصر الإجابة	الموضوع الأول	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة			
04,5	0,25×2 0,5		تمرين (1) (04.5 نقاط) $\Delta = 1 - 1$ $z_2 = 1+i$ و $z_1 = i$ بيان أن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ عدد حقيقي	الأعداد المركبة
	0,5		2- أ - البرهان على أن $e^{-i\theta} = \frac{1}{e^{i\theta}}$	
	0,5		البرهان على أن $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}} = e^{i(\theta_1-\theta_2)}$	
	0,25×2		ب - $Z = \frac{i}{-1+i}$ و منه $Z = \frac{e^{i\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}}$	
	0,25		و بالتالي $Z = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	
	025		ج- الشكل المثلثي لـ $Z = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$	
	0,5+0,5		$\arg(Z) = (\overline{AB}, \overline{AC})$ و $ Z = \frac{AC}{AB}$	
	0,5		C هي صورة B بالتشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و زاويته $\left(-\frac{\pi}{4}\right)$	
04	0,5		تمرين (2) : 04 نقاط	الهندسة الفضائية
	0,75		1 - التحقق أن النقط A ، B و C ليست على استقامية معادلة المستوى (ABC) : $y+2z-2=0$	
	0,5		طريقة : علما أن النقط A ، B و C ليست على استقامية يكفي إثبات أن احداثياتها تحقق المعادلة . أو أي طريقة أخرى صحيحة.	
	0,75		2- أ - التحقق أن $(P) \perp (ABC)$	
	0,25		تمثيل وسيطي لـ (Δ) : $(t \in \mathbb{R})$: $\begin{cases} x = 5t - 11 \\ y = -2t + 2 \\ z = t \end{cases}$	
0,25		ب- المسافة بين A ، (Δ) هي المسافة بين A ، (P)		
0,25		المسافة بين A و (P) هي $\frac{4\sqrt{6}}{3}$		

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع								
المجموع	مجزأة										
	0,5 0,5	3 - تحليليا / إيجاد احداثيات G وضع $G \in (\Delta)$ و إيجاد : $\alpha = -\frac{4}{7}$									
04	0,5 0,75 0,25 0,25×2 0,25 0,25 0,25 0,75 0,25	<p>تقبل أي طريقة صحيحة</p> <p>التمرين الثالث : 04 نقاط</p> <p>(أ - 1) $f'(x) = \frac{6}{(-x+4)^2} > 0$</p> <p>(ب) $1 \leq x \leq 2$ ان $f(1) \leq f(x) \leq f(2)$ f متزايدة على I أي أن $1 \leq f(x) \leq 2$</p> <p>(أ - 2) $u_0 \in I$ اعتمادا على (ب-1) فإن $u_n \in I$ فإن $u_{n+1} \in I$</p> <p>(ب)</p> $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n = \frac{u_n^2 - 3u_n + 2}{-u_n + 4}$ $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n - 2)}{-u_n + 4}$ <p>بما أن u_n ينتمي إلى I فإن $u_{n+1} - u_n < 0$: نستنتج أن (u_n) متقاربة لأنها متناقصة و محدودة من الأسفل .</p> <p>(أ - 3) التحقق + البرهان (ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$</p>	المتتاليات								
07,5	0,25×2 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25×2 0,5 0,25×4 0,25 0,5	<p>التمرين الرابع (07,5 نقط)</p> <p>$f'(-1) = -e$ و $f(-1) = 1$ $a = b = -1$</p> <p>(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$</p> <p>المستقيم $y = 1$ هو مقارب للمنحنى (C_g) عند $(+\infty)$</p> <p>(ب) g قابلة للاشتقاق على $[-2, +\infty[$ $g'(x) = xe^{-x}$ ، إشارة $g'(x)$ جدول التغيرات</p> <p>(ج) $g''(x) = (1-x)e^{-x}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g''(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0 -</td> </tr> </table> <p>$I\left(1, 1 - \frac{2}{e}\right)$ ؛ $g(1) = 1 - \frac{2}{e}$ معادلة المماس في I : $y = \frac{1}{e}x + 1 - \frac{3}{e}$</p> <p>(هـ) الرسم</p>	x	-2	1	$+\infty$	$g''(x)$		+	0 -	
x	-2	1	$+\infty$								
$g''(x)$		+	0 -								
	0,25 0,5	<p style="text-align: center;">9</p>									

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع																
المجموع	مجزأة																		
	2×0,25	(و) تعيين α و β ، $\alpha=1$ ، $\beta=2$																	
	0,25	استنتاج الدالة الأصلية للدالة g : $G(x)=(x+2)e^{-x}+x+c$ و $G(0)=0$																	
	0,25	$C=-2$																	
	0,25	3) k قابلة للإشتقاق على $[-2, +\infty[$ لأنها مركب دالتين قابلتين للإشتقاق																	
	0,5	$k'(x) = 2xg'(x^2)$																	
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>-2</th> <th>0</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$g'(x^2)$</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$2x$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$k'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	0	$+\infty$	$g'(x^2)$	+		+	$2x$	-	0	+	$k'(x)$	-	0	+	
x	-2	0	$+\infty$																
$g'(x^2)$	+		+																
$2x$	-	0	+																
$k'(x)$	-	0	+																
	0,25×3	$k(-2) = 1 - 5e^{-4}$ $k(0) = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = 1$ جدول التغيرات																	
	0,25	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>-2</th> <th>0</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$k'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$k(x)$</td> <td>$k(-2)$</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	0	$+\infty$	$k'(x)$	-	0	+	$k(x)$	$k(-2)$	0	1					
x	-2	0	$+\infty$																
$k'(x)$	-	0	+																
$k(x)$	$k(-2)$	0	1																

المجموع	مجزأة	عناصر الإجابة	الموضوع الثاني	محاور الموضوع
03	5×0,25 4×0,25 0,75		<p>التمرين الأول : 03 نقط</p> <p>(1) نتحقق من انتماء النقط C, B, A إلى المستوى (P) بينما D لا ينتمي إلى (P). إذن المستوى (P) هو (ABC)</p> <p>(2) نبحث عن الشعاع المرتبط خطيا مع الشعاع $\vec{n}'(1, 0, -3)$</p> <p>\vec{n}_1 ليس مرتبطا خطيا مع \vec{n}' ، \vec{n}_2 مرتبط خطيا مع \vec{n}'</p> <p>\vec{n}_3 ليس مرتبطا خطيا مع \vec{n}'</p> <p>(3) المسافة بين النقطة D و المستوى (P) هي</p> $d = \frac{ 1 \times 3 - 0 \times 2 - 3 \times 1 - 4 }{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-3)^2}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$	الهندسة الفضائية
05	0,25×2 0,5 0,25×2 0,25 0,50 0,25 0,25×2 0,25 0,25×2 0,25 0,25		<p>التمرين الثاني : (05 نقط)</p> <p>1- أ - رسم (d) و (Δ)</p> <p>ب- تمثيل الحدود : u_4, u_3, u_2, u_1, u_0 و u_4</p> <p>ج- وضع التخمين (u_n) متتالية متزايدة و متقاربة نحو 6.</p> <p>2- البرهان بالتراجع : $u_0 = \frac{1}{2}$ و منه $u_0 \leq 6$</p> <p>نفرض $u_n \leq 6$ و نثبت أن $u_{n+1} \leq 6$</p> $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}u_n + 2$ <p>ب- (u_n) متتالية متزايدة : نحسب :</p> $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(6 - u_n) \geq 0$ <p>ج- (u_n) متتالية متقاربة لكونها متزايدة و محدودة من الأعلى .</p> <p>3- أ</p> $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ <p>(v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ و $v_0 = -\frac{7}{2}$</p> <p>ب</p> $v_n = -\frac{7}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^n$ $u_n = -\frac{7}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^n + 6$ <p>(لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$</p>	
	0,25 0,25×3 0,25×2		<p>التمرين الثالث : 05 نقاط</p> <p>$\Delta = 7 + 24i$ (1)</p> <p>الجذران التربيعيان لـ Δ هما : $\delta_1 = 4 + 3i$ ، $\delta_2 = -\delta_1$</p> <p>الحلان هما : $z_1 = 2 + i$ ، $z_2 = -2 - 2i$</p>	المتتاليات العددية

العلامة		عناصر الإجابة	محاوير الموضوع								
المجموع	مجزأة										
05	0,5	$z_{\omega} = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{-i}{2}$ (2)									
	0,5	$z_C = \frac{3}{2} - \frac{5}{2}i$ (3)									
	0,5	$\ \overline{\omega c}\ = z_C - z_{\omega} = \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \ \overline{AB}\ $: لأن $C \in (\Gamma)$									
	0,5×2	(أ) إثبات العبارة : $z' - z_0 = ke^{i\theta}(z - z_0)$									
	0,25×4	ب) s هو التشابه المباشر الذي مركزه $\omega\left(-\frac{1}{2}i\right)$ ، نسبته $k = 2$ و زاويته $\theta = \frac{\pi}{3}$									
07	0,25×3	التمرين الرابع : (07 نقاط)	دراسة تغيرات								
		(أ- 1)									
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>		x	-1	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$g(x)$		
	x	-1	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$						
	$g(x)$				$+\infty$						
	0,25	ب) g مستمرة و متزايدة تماما على $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ و	دالة عددية								
	0,25	$g(0) \times g\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ إذن يوجد α وحيد من $\left]0, \frac{1}{2}\right[$ حيث $g(\alpha) = 0$									
	0,5	(ج)	متغير حقيقي								
	0,25	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>		x	-1	α	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+
	x	-1	α	$+\infty$							
$g(x)$	-	0	+								
0,25	(أ) (2) $f'(x) = 1 - \frac{2(x+1)}{(x+1)^4}$										
0,25	$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$										
0,25×3	ب) $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = f'(\alpha)$ و $f'(\alpha) = \frac{g(\alpha)}{(x+1)^3}$ و منه										
0,25	$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = 0$										
0,25×2	(Γ) يقبل عند النقطة $(\alpha, f(\alpha))$ مماساً يوازي حامل محور الفواصل. جـ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ، (Γ) يقبل مستقيماً مقارباً $x = -1$										

العلامة		عناصر الإجابة	معايير الموضوع												
المجموع	مجزأة														
	0,25×2	$y = x+1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$													
	0,25×2	إشارة $f(x)$ من نفس إشارة $g(x)$													
	0,5	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	-1	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$	
x	-1	α	$+\infty$												
$f'(x)$	-	0	+												
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$												
	0,25		$f(0,26) = 1,89$ (أ) (3)												
	0,75		(ب) رسم (Γ)												
	0,25		$f(x) = x + 1 + \frac{1}{(x+1)^2}$ (أ-4)												
	0,25		$F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{x+1} + c$ (ب-												
	0,25		معناه $F(1) = 2$												
	0,25		$F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{x+1} + 1$												