الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: **جوان 2012**

الشعبة: **تقني رياضي**

اختبار في مادة: **الرياضيات** | المدة: **04 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (03 نقاط)

1- ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 9^n على 11.

2- ما هو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11؟

3- برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $\left(2011^{2012}+4\times 2011^{10n}+4\times 9^{15n+1}\right)$ يقبل القسمة على 11.

4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $\left(2011^{2012}+2n+2\right)$ مضاعفا للعدد 11.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1- عيّن العددين المركبين z_1 و z_2 بحيث: $\begin{cases} 2z_1+3z_2=9-2i \\ 3z_1-z_2=8+8i \end{cases}$

2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، النقط A، B و Ω التي لاحقاتها على الترتيب z_A، z_B و z_Ω حيث: $z_A=3+2i$ ، $z_B=-3$ و $z_\Omega=1-2i$.

أ) أثبت أنّ: $z_B-z_\Omega=i\left(z_A-z_\Omega\right)$.

ب) عيّن طبيعة المثلث ΩAB.

3- h هو التحاكي الذي مركزه النقطة A ونسبته 2 .

أ) عيّن الكتابة المركبة للتحاكي h.

ب) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة Ω بالتحاكي h.

ج) عيّن z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\left\{(A,1),(B,-1),(C,1)\right\}$.

د) بيّن أن $ABCD$ مربع.

4- (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$

أ) تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (E)، ثم عيّن طبيعة (E) وعناصرها المميزة.

ب) أنشئ المجموعة (E).

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^x$.

1- ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59<\alpha<1,60$.

3- استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$).

1- بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) احسب $f(1)$، ثم استنتج، حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3- أ) بيّن أنّ: $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

جـ) ارسم (C_f).

4- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$.

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=[f(x)]^2$.

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h.

التمرين الرابع: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

(P) المستوي الذي يشمل النقطة $A(2;-5;2)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له.

(Q) المستوي الذي: $x+2y-2=0$ معادلة له.

1- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

2- بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.

3- عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)، تقاطع المستويين (P) و (Q).

4- أ) احسب d_1 المسافة بين النقطة $K(3;3;3)$ والمستوي (P) و d_2 المسافة بين النقطة K والمستوي (Q).

ب) استنتج d المسافة بين النقطة K والمستقيم (Δ).

5- احسب المسافة d بطريقة ثانية.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z:

$$\left(z^2+2z+4\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$$

2- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ ، $z_C=-1-i\sqrt{3}$ و $z_D=-1+i\sqrt{3}$.

أ) اكتب كلا من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الأسي.

ب) تحقق أنّ: $\dfrac{z_D-z_B}{z_A-z_C}=i$ ، ثم استنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان.

3- z_n العدد المركب الذي طويلته $\dfrac{1}{2^n}$ و $\dfrac{2\pi}{3}n$ عمدة له حيث n عدد طبيعي.

L_n العدد المركب المعرف بـ: $L_n=z_D\times z_n$.

أ) اكتب كلا من L_0 ، L_1 على الشكل الجبري.

ب) (U_n) هي المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $U_n=|L_n|$

- أثبت أنّ المتتالية (U_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- M_0 ، M_1 ،...، M_n صور الأعداد المركبة L_0 ، L_1 ، .... ، L_n على الترتيب.

احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n=\left\|\overrightarrow{OM_0}\right\|+\left\|\overrightarrow{OM_1}\right\|+\ldots+\left\|\overrightarrow{OM_n}\right\|$.

- جِد نهاية S_n عندما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين الثاني: (03.5 نقاط)

نسمي (S) الجملة التالية: $\begin{cases}x\equiv 3\,[15]\\ x\equiv 6\,[7]\end{cases}$ حيث x عدد صحيح $(x\in\mathbb{Z})$.

1- بيّن أنّ العدد 153 حل للجملة (S).

2- إذا كان x_0 حلا لِـ(S)، بين أنّ: (x حل لِـ (S)) يكافئ $\left(\begin{cases}x-x_0\equiv 0\,[15]\\ x-x_0\equiv 0\,[7]\end{cases}\right)$

3- حل الجملة (S).

4- يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب، فإذا استعمل علبا تتسع لِـ15 كتابا بقي لديه 3 كتب، وإذا استعمل علبا تتسع لِـ 7 كتب بقى لديه 6 كتب.

إذا علمت أنّ عدد الكتب التي بحوزته محصور بين 500 و 600 كتابا، ما عدد هذه الكتب ؟

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. (P) المستوي الذي:

$-4x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية له و (D) المستقيم الذي: $k\in\mathbb{R}$, $\begin{cases} x=k \\ y=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}k \\ z=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}k \end{cases}$ تمثيل وسيطي له.

1- تحقق أنّ المستقيم (D) محتوى في المستوي (P).

2- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(1;1;0)$ و $\vec{u}(4;1;3)$ شعاع توجيه له.

ب) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ).

3- بيّن أنّ : $3x-4z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ).

4- $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء.

أ) احسب المسافة بين النقطة M وكل من (P) و (Q).

ب) أثبت أنّ مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين متعامدين (P_1) و (P_2) يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما.

5- عين مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي إحداثياتها حلول للجملة الآتية: $\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ 3x-4z-3=0 \\ x+3y+4z+2=0 \end{cases}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+a+b\ln(x)$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1- عيّن a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4.

2- نضع $a=-2$ و $b=2$.

أ) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب) بيِّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II- f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـِ: $f(x)=x-2-\frac{2\ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$).

1- أ) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $f'(x)$، ثم تحقق أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ج) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2- أ) بيِّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-2$ مقارب لـِ (C_f)، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

ب) بيِّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ)، ثم جِد معادلة له.

ج) نأخذ $\alpha=1,25$. بيِّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث:

$0,6<x_1<0,7$ و $2,7<x_2<2,8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ)، (T) و (C_f).

3- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x+2\ln(x)=0$.