الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية　　　　الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة بكالوريا التعليم الثانوي　　　　دورة : جوان 2009

الشعبة : تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات　　　　المدة : 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول : (20 نقطة)

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

1) أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$ حيث z هو المجهول.

ب) استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z: $\left(\overline{z}+3\right)^2 - 2\left(\overline{z}+3\right) + 2 = 0$

حيث $\overline{z}$ مرافق z.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$

النقط A، B، M لواحقها $(1-i)$، $(1+i)$، z على الترتيب.

أ- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $z = 1 - i + ke^{i\frac{5\pi}{4}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}^+$.

ب- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|z - 1 + i| = |z - 1 - i|$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1. أ) عيّن الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسّم 2009

u_0 و a عددان طبيعيان غير معدومين، (u_n) متتالية هندسية أساسها a وحدّها الأوّل u_0 بحيث $u_1^2 + u_2 + 35a^2 = 2009$.

ب) احسب a و u_0.

2. نضع $a = 7$ و $u_0 = 2$، احسب u_n بدلالة n

3. نضع $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

أ) عبّر عن S_n بدلالة n

ب) عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 800$

التمرين الثالث: (07 نقاط)

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + \dfrac{2}{e^x + 1}$

ليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$

1. احسب $f(x)+f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثمّ استنتج أنّ النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

2. ادرس تغيّرات الدّالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ استنتج جدول تغيّراتها على $\mathbb{R}$.

3. بيّن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.

احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $-\infty$.

4. بيّن أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7<\alpha<-1,6$

5. ارسم $(\mathcal{C}_f)$ من أجل $x\in\mathbb{R}$

6. بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$

7. احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيمات ذات المعادلات :

$y=x+2$ و $x=0$ و $x=\alpha$

بيّن أنّ $\mathcal{A}(\alpha)=2\ln(-\alpha)$ ثمّ استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}(\alpha)$

التمرين الرّابع: (05 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

(Δ) مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطي معطى بالجملة التالية: $t\in\mathbb{R}$; $\begin{cases}x=2t-1\\y=-t+2\\z=t+1\end{cases}$

P مستو معرّف بالمعادلة $x+3y+z+1=0$

عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل

1	A_1: النقطة $A(1,1,2)$ تنتمي إلى (Δ)	B_1: النقطة $B(-1,0,2)$ تنتمي إلى (Δ)	C_1: النقطة $C\left(0,\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (Δ)
2	A_2: $\vec{u}\left(-1,\frac{1}{2},\frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه (Δ)	B_2: $\vec{u'}(1,3,1)$ شعاع توجيه (Δ)	C_2: $\vec{u''}(3,1,0)$ شعاع توجيه (Δ)
3	A_3: (Δ) محتوى في P	B_3: (Δ) يقطع P	C_3: (Δ) يوازي P
4	A_4: المستوي Q_1 ذو المعادلة $x+3y+z-3=0$ يعامد P	B_4: المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x-y+\frac{1}{2}z=0$ يعامد P	C_4: المستوي Q_3 ذو المعادلة $x-y+2z+5=0$ يعامد P
5	A_5: المسافة بين النقطة $D(1,1,1)$ والمستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	B_5: المسافة بين النقطة $O(0,0,0)$ والمستوي P هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	C_5: المسافة بين النقطة $(1,3,0)$ والمستوي P هي $\sqrt{11}$

الموضوع الثاني : (20 نقطة)

تمرين الأوّل: (04 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+18=0 \,.......(1)$
2. ليكن العدد المركب z_1 حيث $z_1=3-3i$

(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

أ) اكتب z_1 على الشكل الأسي .

ب) احسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث $z_1\times z_3=6(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})$

استنتج قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

3. نعتبر في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C ذات اللاحقات $3+3i$ ، $3-3i$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2}+i\,\frac{\sqrt{6}}{2}$ على الترتيب

أ) عيّن قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-1),(C;\alpha)\}$ مرجحا نرمز له بالرمز G_α

ب) عيّن مجموعة النقط G_α لمّا يتغيّر α في $\mathbb{R}^*$.

تمرين الثاني: (05 نقاط)

1. نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,1,2)$ ، $B(-1,0,-2)$ $C(-1,0,-6)$

بيّن أنّ مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق $MA^2-MB^2=1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB) نرمز له بالرمز P يطلب تعيين معادلة له.

2. لتكن S مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$

برهن أنّ S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R

3. G نقطة من الفضاء معرّفة بالعلاقة: $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

أ) عيّن إحداثيات G ثمّ تأكد أنها تنتمي إلى S.

ب) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G.

تمرين الثالث: (07 نقاط)

1. g دالة معرّفة على $[1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=2x+\ln x$

أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g.

ج) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$ فإن $g(x)\neq 0$.

2. لتكن f دالة معرّفة على $[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{6\ln x}{2x+\ln x}$

أ) بيّن أنّه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\frac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x\in[1,+\infty[$.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

ج) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f

د) شكل جدول تغيّرات f ، ما هي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين؟

هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث $(\mathscr{C}_f)$ يرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

3. نعتبر الدّالة h المعرّفة على $]1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=f(e^x)$ و $(\mathscr{C}_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) شكل جدول تغيّرات الدّالة h.

ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى $(\mathscr{C}_h)$ عند النقطة التي فاصلتها 1.

ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، $(\mathscr{C}_f)$ و $(\mathscr{C}_h)$ في نفس المعلم السابق.

التمرين الرّابع: (04 نقاط)

1. حل المعادلة التفاضلية: $y'=(\ln 2)y$

2. نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0)=1$ ، عيّن عبارة $f(x)$

3. n عدد طبيعي.

أ) ادرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $f(2009)-4$.

4. أ) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n=f(0)+f(1)+...+f(n)$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7.