الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

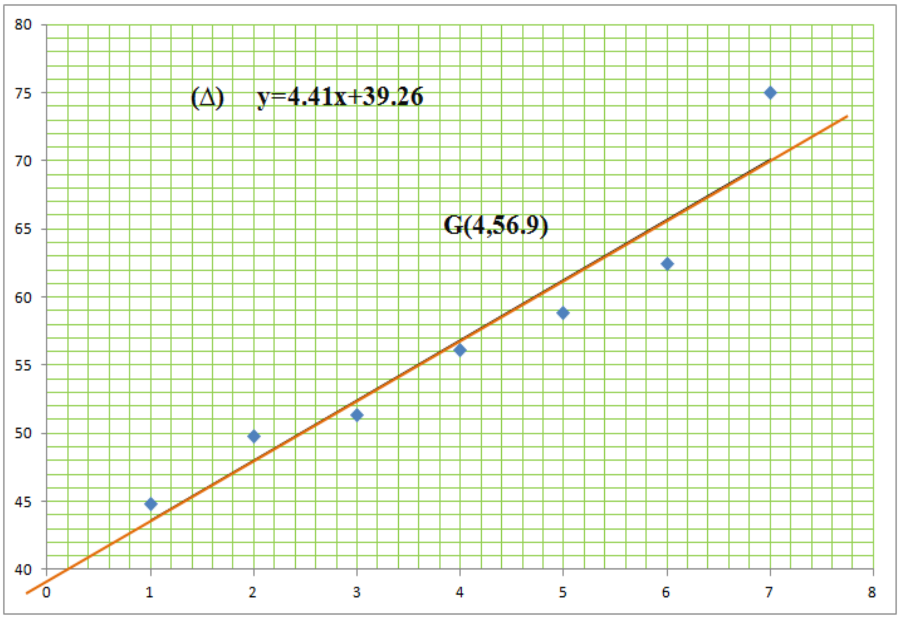
وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للإمتحانات و المسابقات

تصحيح مقترح لبكالوريا 2018 — شعبة : التسيير و الإقتصاد

التَصْحِيحْ المفصّل للبكالُوريَا الرَّسمية دَورة : جوان 2018 — الموضوع 01

تصحيح التمرين الأول (04 نقاط) (الإحصاء)	التنقيط

1) تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد : --



2) حساب احداثيي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$: --

لدينا : $G\left(\overline{x};\overline{y}\right)$ ، أي : $\begin{cases}\overline{x}=\dfrac{1}{7}\sum\limits_{i=1}^{7}x_i=\dfrac{1}{7}(28)=4\\ \overline{y}=\dfrac{1}{7}\sum\limits_{i=1}^{7}y_i=\dfrac{1}{7}(398.3)=56.9\end{cases}$ ، و منه : $G\left(4;56,9\right)$

3) تبيين أن : $a=4,41$ ، (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ، ثم حساب قيمة b: --------------------------------

لدينا : $a=\dfrac{\frac{1}{7}\sum\limits_{i=1}^{7}x_iy_i-\overline{xy}}{\frac{1}{7}\sum\limits_{i=1}^{7}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$ ، أي : $\dfrac{17,64}{4}=\dfrac{\frac{1}{7}\sum\limits_{i=1}^{7}(1716,69)-4\times 56,9}{\frac{1}{7}(140)-4^2}=a$ ، و منه : $a=4,41$.

حساب قيمة b : لدينا : $b=\overline{y}-a\overline{x}$ ، أي : $b=56,9-(4,41)\times 4$ ، و منه : $b\simeq 39,26$.

إذن : معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي : $\boxed{y=4,41x+39,26}$.

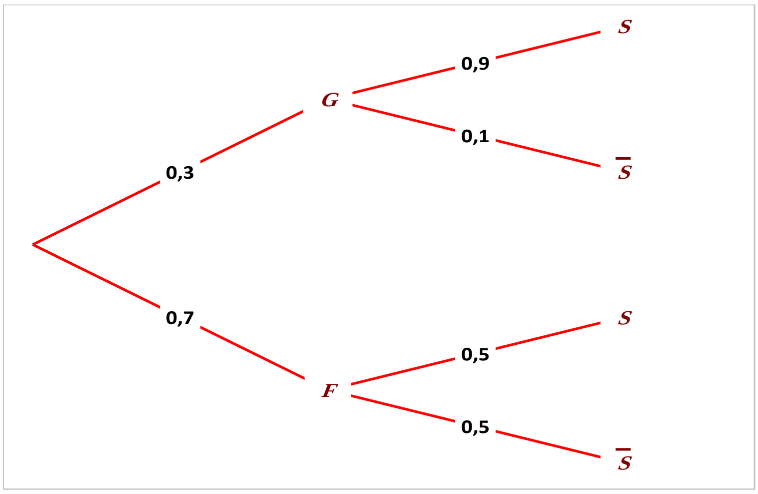
4) تعيين السنة الموافقة حتى تتجاوز نسبة النجاح 80% : --

معناه نضع : $Y>80$ ، أي : $4,41x+39,26>80$ ، أي : $4,41x>40,74$ ، أي : $x>\dfrac{40,74}{4,41}$ ، أي :

$x>9,23$ ، و منه : $x=10$ ، إذن : في سنة 2020 ستتجاوز نسبة النجاح 80% .

تصحيح التمرين الثاني (04 نقاط) (الإحتمالات) — التنقيط

1) نقل وإتمام شجرة الإحتمالات التي تنمذج الوضعية : ---



1) حساب الإحتمالات التالية : --

- حساب $P(S)$: $P(S)=P(G\cap S)+P(F\cap S)$ ، أي : $P(S)=(0,3\times 0,9)+(0,7\times 0,5)=0,62$.

- حساب $P\left(G\cap \overline{S}\right)$: $P\left(G\cap \overline{S}\right)=(0,3\times 0,1)$ ، و منه : $P\left(G\cap \overline{S}\right)=0,03$.

- حساب الإحتمال الشرطي $P_{\overline{S}}(F)$: $P_{\overline{S}}(F)=\dfrac{P(F\cap \overline{S})}{P(\overline{S})}$ ، أي : $P_{\overline{S}}(F)=\dfrac{0,7\times 0,5}{1-P(S)}=\dfrac{0,35}{0,38}=0,92$.

- حساب الإحتمال الشرطي $P_S(G)$: $P_S(G)=\dfrac{P(G\cap S)}{P(S)}$ ، أي : $P_S(G)=\dfrac{0,3\times 0,9}{0,62}=\dfrac{0,27}{0,62}=0,43$.

3) هل الحادثتان G و $\overline{S}$ مستقلتان ؟؟ : ---

لدينا : $P\left(G\cap \overline{S}\right)=0,03$ ، و $P(G)\times P\left(\overline{S}\right)=0,3\times 0,38=0,114$.

نلاحظ أنّ : $P\left(G\cap \overline{S}\right)\neq P(G)\times P\left(\overline{S}\right)$ ، إذن الحادثتان G و $\overline{S}$ **ليستا مستقلتان** .

تصحيح التمرين الثالث (04 نقاط) (المتتاليات العددية) — التنقيط

I) لدينا : المتتاليان العدديتنان (u_n) و (v_n) المعرفتان كما يلي : $\begin{cases}u_0=50\\ u_{n+1}=0,7u_n+6\end{cases}$ و $v_n=u_n-20$.

1) برهان أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول : ---------------------------------

لدينا : $v_n=u_n-20$ ، أي : $v_{n+1}=u_{n+1}-20$ ، أي : $v_{n+1}=0,7u_n+6-20$ ، أي : $v_{n+1}=0,7u_n-14$ ، أي : $v_{n+1}=0,7(u_n-20)$ ، و منه : $v_{n+1}=0,7\,v_n$ ، إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=0,7$ ، و حدها الأوّل هو : $v_0=u_0-20$ ، أي : $v_0=50-20$ ، و منه : $v_0=30$.

التعبير عن v_n بدلالة n : $v_n=v_0\times q^n$ ، و منه : $v_n=30\times(0,7)^n$.

2) أ) كتابة عبارة الحد العام u_n بدلالة n : --

لدينا : $v_n=u_n-20$ ، أي : $u_n=v_n+20$ ، و منه : $u_n=30\times(0,7)^n+20$.

ب) تعيين إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثم حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$: ---

ندرس إشارة الفرق : $u_{n+1}-u_n$ ، أي : $u_{n+1}-u_n=30\times(0,7)^{n+1}+20-\left(30\times(0,7)^n+20\right)$ ، أي : $u_{n+1}-u_n=21\times(0,7)^n-30\times(0,7)^n$ ، و منه : $u_{n+1}-u_n=-9\times(0,7)^n$ ، إذن : نلاحظ من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n<0$ ، أي المتتالية (u_n) **متناقصة تماما** على $\mathbb{N}$.

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(30\times(0,7)^n+20\right)=20$ ، لأنّ : $\lim\limits_{n\to+\infty}(0,7)^n=0$.

II) **1) تعيين عدد المشتركين سنة 2017 و سنة 2018 :** ---

الشركة لديها 5000 مشترك و بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين ، و تكسب بالمقابل 600 مشترك ، أي

يمكننا أن ننمذج الوضعية كما يلي : نعبر عن u_1 بعدد المشتركين سنة 2017 : $u_1=50-\left(50\times\frac{30}{100}\right)+6$ ،

أي : $u_1=50(1-0,3)+6$ ، أي : $u_1=50(0,7)+6$ ، و منه : $u_1=41$.

نعبّر عن u_2 بعدد المشتركين سنة 2018 : $u_2=41-\left(41\times\frac{30}{100}\right)+6$ ، أي : $u_2=41(1-0,3)+6$ ، أي :

$u_2=41(0,7)+6$ ، و منه : $u_1=34,7$.

إذن عدد المشتركين سنة 2017 وَ 2018 هو : 4100 وَ 3470 على التوالي .

2) تبرير العبارة $u_{n+1}=0,7u_n+6$ **:** ---

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=u_n-\left(u_n\times\frac{30}{100}\right)+6$ ، أي : $u_{n+1}=u_n\left(1-\frac{30}{100}\right)+6$ ، أي :

$u_{n+1}=(1-0,3)u_n+6$ ، و منه : $u_{n+1}=0,7u_n+6$. و هو المطلوب .

ب) تعيين السنة الموافقة حتى يكون عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك : --------------------------

معناه : $u_n<24$ ، أي : $30\times(0,7)^n+20<24$ ، أي : $(0.7)^n<\frac{4}{30}$ ، أي : $n>\frac{\log\left(\frac{4}{30}\right)}{\log(0,7)}$ ، أي :

$n>5,64$ ، و منه : $n=6$ ، أي : $2016+6=2022$ ، إذن بداية من **2022 يصبح عدد المشتركين أقل من 2400**

تصحيح التمرين الرابع (8نقاط) (الدالة اللوغاريتمية)	التنقيط

لدينا الدالة f المعرفة على $]-2;8[$ كما يلي : $f(x)=\ln(x+2)+\ln(-x+8)-\ln16$.

1) حساب نهايتي الدالة f عند أطراف مجموعة تعريف ، ثم تفسير النتيجتين هندسيا : -----------------

$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2}f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2}(\ln(x+2)+\ln(-x+8)-\ln16)=-\infty$ ، لأنّ : $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2}\ln(x+2)=-\infty$.

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}8}f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}8}(\ln(x+2)+\ln(-x+8)-\ln16)=-\infty$ ، لأنّ : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}8}\ln(-x+8)=-\infty$.

لدينا : $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2}f(x)=-\infty$ ، معناه : $x=-2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

لدينا : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}8}f(x)=-\infty$ ، معناه : $x=8$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

2) التحقق أنّه من أجل كل $x\in]-2;8[$: $f'(x)=\frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$ --

الدالة f قابلة للإستقاق على $]-2;8[$ و دالتها المشتقة هي : $f'(x)=\frac{1}{x+2}-\frac{1}{-x+8}=\frac{-x+8-x-2}{(x+2)(-x+8)}$

و منه : $f'(x)=\frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$ ، و هو المطلوب .

3) دراسة إشارة $f'(x)$ **، و تشكيل جدول تغيّرات الدالة f :** ---

نلاحظ أنّ إشارة $f'(x)$ من إشارة $-2x+6$

x	-2		3		8
$f'(x)$		+	0	−	

أي :

- الدالة f متزايدة تماما على $]-2;3]$
- الدالة f متناقصة تماما على $[3;8[$.

جدول التغيّرات :

x	-2		3		8
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(3)$	↘	$-\infty$

$f(3)=2\ln(5)-\ln(16)$

4) تعيين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات : --

- (C_f) يقطع محور التراتيب معناه : $x=0$ أي : $f(0)=\ln 2+\ln 8-\ln 16=\ln 16-\ln 16=0$ ،

و منه : $(C_f)\cap(yy')=\{O(0,0)\}$.

- (C_f) يقطع محور الفواصل معناه : $f(x)=0$ أي : $\ln(x+2)+\ln(-x+8)-\ln 16=0$ ، أي :

$\ln[(x+2)(-x+8)]=\ln 16$ ، أي : $(x+2)(-x+8)=16$ ، أي : $-x^2+6x=0$ ، و منه : $\begin{cases} x=0 \\ x=6 \end{cases}$ و .

إذن : $(C_f)\cap(xx')=\{O(0;0),A(6;0)\}$.

5) تبيين أنّه من أجل كل $x\in]-2;8[$: $6-x$ ينتمي إلى $]-2;8[$ $x\in$ وَ $f(6-x)=f(x)$:---------------

لدينا : $-2<x<8$ ، أي : $-8<-x<2$ ، و منه : $-2<6-x<8$ ، أي : $6-x\in]-2;8[$.

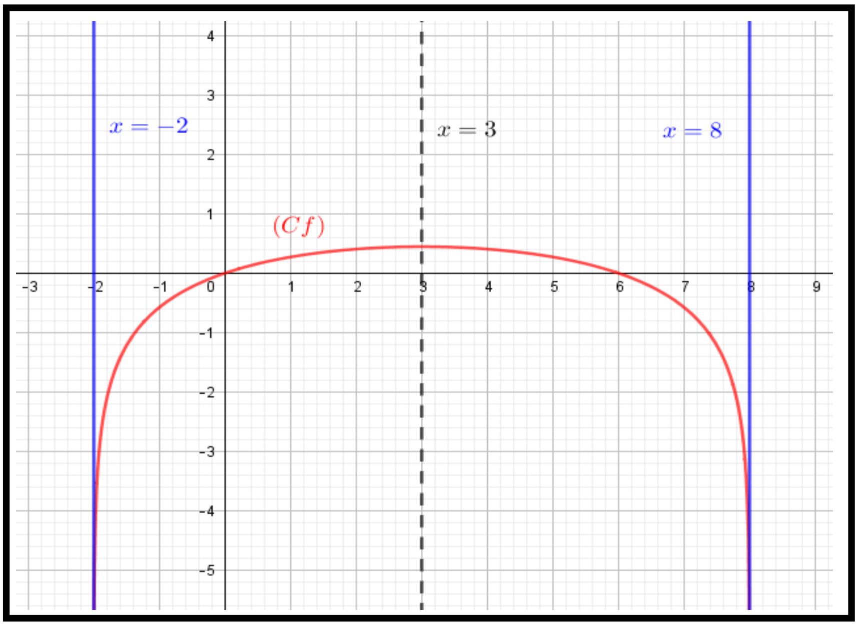
ولدينا من أجل $x\in]-2;8[$: $f(6-x)=\ln(6-x+2)+\ln(-6+x+8)-\ln 16$ ، و منه :

$f(6-x)=\ln(-x+8)+\ln(x+2)-\ln 16$.

التفسير الهندسي : لدينا $f(6-x)=f(x)$ ، أي : $f(2(3)-x)=f(x)$.

إذن : المستقيم $x=3$ هو **محور تناظر** للمنحني (C_f) .

6) رسم المنحني (C) : --



7) بيان أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-2;8[$: --

الدالة F قابلة للإشتقاق على $]-2;8[$ و دالتها المشتقة هي :

$F'(x)=\ln(x+2)+\frac{1}{x+2}\times(x+2)+\ln(-x+8)-\frac{1}{-x+8}\times(x-8)-2-\ln 16$ ، أي :

$F'(x)=\ln(x+2)+1+\ln(-x+8)+1-2-\ln 16$ ، و منه : $F'(x)=\ln(x+2)+\ln(-x+8)-\ln 16$.

إذن : F دالة أصلية للدالة f على $]-2;8[$.

8) حساب بـ cm^2 مساحة الحيز : --

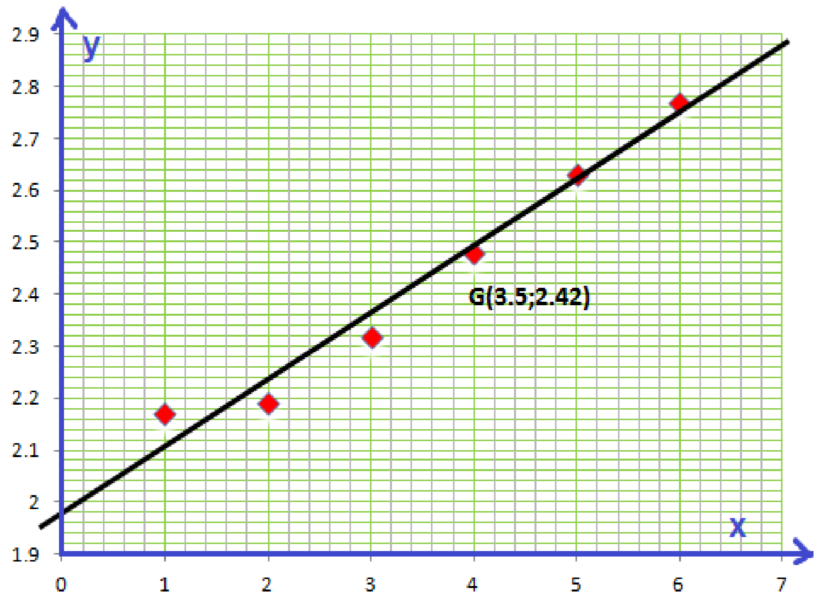
أي : $A=\int_0^4 f(x)dx=[F(x)]_0^4$ ، أي : $A=[F(4)-F(0)]$ ، و منه : $A\simeq 1,36$.

حساب A **بـ** cm^2 : $1,36\times 4=5,45cm^2$.

التَصْحِيحْ المفصّل للبكالُوريَا الرَّسمية دَورة : جوان 2018 — الموضوع 02

تصحيح التمرين الأول (04 نقاط) (الإحصاء) — التنقيط

1) تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد : --



2) حساب احداثيي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$: --

لدينا : $G(\overline{x};\overline{y})$ ، أي : $\begin{cases}\overline{x}=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_i=\frac{1}{6}(21)=3,5\\ \overline{y}=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}y_i=\frac{1}{6}(14,56)=2,42\end{cases}$ ، و منه : $G(3,5;2,42)$

3) كتابة معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا : --

لدينا : $y=ax+b$ ، أي :

$a=\dfrac{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i-\overline{xy}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$ ، أي : $a=\dfrac{8,87-8,5}{2,92}=\dfrac{0,37}{2,92}$ ، و منه : $a=0,13$.

حساب قيمة b : لدينا : $b=\overline{y}-a\overline{x}$ ، أي : $b=2,42-(0,12)\times3,5$ ، و منه : $b=1,98$.

إذن : معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي : $\boxed{y=0,13x+1,98}$.

4) أ) تقدير عدد المتقاعدين سنة 2020 : --

أوّلا نبحث عن رتبة سنة 2020 ، أي : $2020-2009+1=12$.

الآن نقوم بتقدير عدد المتقاعدين ، أي : $y=0,13\times12+1,98$ ، أي : $y=3,54$.

و منه : في سنة 2020 سيقدر عدد المتقاعدين بـ 3,54 مليون متقاعد .

ب) تحديد السنة الموافقة التي يتعدى فيها عدد المتقاعدين 4 ملايين : --

أي نضع : $0,13x+1,98>4$ ، أي : $x>\dfrac{2,02}{0,13}$ ، و منه : $x>15,53$ ، أي : $x=16$.

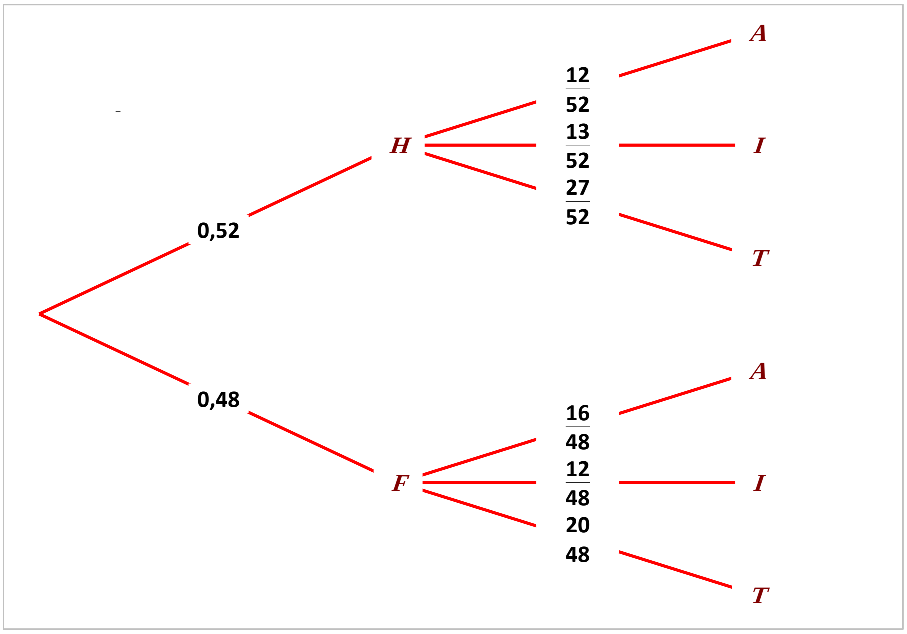
أي : $2009+16-1=2024$ ، إذن بداية من سنة 2024 سيتعدى عدد المتقاعدين 4 ملايين متقاعد .

تصحيح التمرين الثاني (04 نقاط) (الإحتمالات) — التنقيط

1) أ) بيان أنّ إحتمال أن يكون الموظف رجلا ، $P(H)=0,52$: --

لدينا : $P(H)=P_H(A)+P_H(I)+P_H(T)$ ، أي : $P(H)=0,12+0,13+0,27$ ، و منه : $P(H)=0,52$

ب) نقل ، ثمّ إتمام شجرة الإحتمالات : --



2) حساب الإحتمالات التالية : --

- حساب $P(H\cap T)$: $P(H\cap T)=P(H)+P_H(T)$ ، أي : $P(H\cap T)=0,52\times\dfrac{27}{52}=0,27$.
- حساب $P(F\cap I)$: $P(F\cap I)=P(F)+P_F(I)$ ، و منه : $P(F\cap I)=0,48\times\dfrac{12}{48}=0,12$.
- حساب $P(I)$: $P(I)=P(H\cap I)+P(F\cap I)$ ، أي : $P(I)=0,13+0,12=0,25$.
- حساب الإحتمال الشرطي $P_A(H)$: $P_A(H)=\dfrac{P(H\cap A)}{P(A)}$ ، أي : $P_A(H)=\dfrac{0,12}{0,12+0,16}=\dfrac{0,12}{0,28}=0,42$

تصحيح التمرين الثالث (04 نقاط) (المتتاليات العددية) — التنقيط

I) لدينا : المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $\begin{cases}u_0=-1\\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n+3\end{cases}$.

1) أ) البرهان بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<6$: --

نضع : $u_n<6.......p(n)$

نتحقق من صحة $p(n)$ من أجل $n=0$ ، أي : $u_0<6$ ، لدينا : $-1<6$ ، و منه : $p(0)$ محققة .

نفرض صحة $p(n)$ ، أي : $u_n<6$ ، و نبرهن صحة $p(n+1)$ أي : $u_{n+1}<6$.

لدينا فرضا : $u_n<6$ ، أي : $\dfrac{1}{2}u_n<3$ ، أي : $\dfrac{1}{2}u_n+3<6$ ، و منه : $u_{n+1}<6$.

إذن : $p(n+1)$ صحيحة يستلزم $p(n)$ صحيحة ، أي : من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<6$.

ب) دراسة إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم إستنتاج أنّها متقاربة : --

ندرس إشارة الفرق : $u_{n+1}-u_n$ ، أي : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{1}{2}u_n+3-u_n=-\dfrac{1}{2}u_n+3=\dfrac{1}{2}(-u_n+6)$ ، لدينا مما سبق أنّ : $u_n<6$ ، أي : $0<-u_n+6$ ، إذن من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n>0$.

و منه : نقول أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

لدينا : المتتالية (u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى ، إذن : فهي **متقاربة** .

2) أ) بيان أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدّها الأوّل : ------------------------------

لدينا : $v_n = u_n - 6$ ، أي : $v_{n+1} = u_{n+1} - 6$ ، أي : $v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ ، أي : $v_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n - 6)$ ، و منه :

$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ ، إذن : المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، و حدّها الأوّل : $v_0 = u_0 - 6$ ، أي : $v_0 = -7$.

ب) كتابة v_n بدلالة n ، ثم حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$: ---

لدينا : $v_n = v_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، أي : $v_n = -7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

لدينا : $u_n = v_n + 6$ ، و منه : $u_n = -7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + 6$.

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\left(-7\times\left(\frac{1}{2}\right)^n + 6\right) = 6$ ، لأنّ : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$.

3) حساب المجاميع التالية : ---

لدينا : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ ، أي : $S_n = (v_0 + 6) + (v_1 + 6) + ... + (v_n + 6)$ ، أي :

$S_n = (v_0 + v_1 + ... + v_n) + 6(n+1)$ ، أي : $S_n = \left(-7 \times \dfrac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}\right) + 6(n+1)$ ، أي :

$S_n = -7 + \frac{7}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n + 6n + 6$ ، و منه : $S_n = \frac{7}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n + 6n - 1$.

لدينا : $P_n = v_0 \times v_1 \times .... \times v_n$ ، أي : $P_n = v_0 \times (v_0 \times q) \times (v_0 \times q^2) \times .... \times (v_0 \times q^n)$ ، أي :

$P_n = \underbrace{v_0 \times v_0 \times .... \times v_0}_{n+1} \times (q \times q^2 \times .... \times q^n)$ ، أي : $P_n = (v_0)^{n+1} \times \left(q^{1+2+...+n}\right)$ ، أي : $P_n = (v_0)^{n+1} \times \left(q^{\frac{n(n+1)}{2}}\right)$

أي : $P_n = (-7)^{n+1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$.

تصحيح التمرين الرابع (8نقاط)	(الدالة الأسية)	التنقيط

الجزء الأوّل : نعتبر الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+1}$.

1) دراسة إتجاه تغيّر الدالة f ، ثم إستنتاج أنه من أجل كل $x \in [0;+\infty[$ ، $g(x) > 0$: -----------------

الدالة g قابلة للإشتقاق على $[0;+\infty[$ و دالتها المشتقة هي : $g'(x) = -e^{-x+1} - (1-x)e^{-x+1}$ ، أي :

$g'(x) = (x-2)e^{-x+1}$. نلاحظ أن إشارة المشتقة من إشارة $(x-2)$ ، أي : الإشارة تكون كما في الجدول :

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

الدالة g متناقصة على $[0;2]$ و متزايدة على $[2;+\infty[$.

و نلاحظ أنّ g تقبل قيمة حدية صغرى هي : $1 - \frac{1}{e}$ ، و منه فإنه من أجل كل $x \in [0;+\infty[$ ، $g(x) > 0$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + xe^{-x+1}$

1) أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم بيان أنّ (Δ) مقارب للمنحنى (C_f) : -----------------------------------

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x + xe^{-x+1}\right) = +\infty$ ، لأنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xe^{-x+1}\right) = 0$.

لدينا : $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}(xe^{-x+1})=0$ ، و منه المستقيم (Δ) مقارب للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) دراسة وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) : ---

أي ندرس إشارة $[f(x)-y]$ ، أي : ندرس إشارة (xe^{-x+1}) ، و منه :

على المجال $[0;+\infty[$ ، المنحني (C_f) **يقع فوق** (Δ) .

2) بيان أنّ من أجل كل $x\in[0;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$ ، ثم تشكيل جدول تغيّرات الدالة f : -------------

الدالة f قابلة للإستقاق على $[0;+\infty[$ و دالتها المشتقة هي : $f'(x)=1+e^{-x+1}-xe^{-x+1}$ ، أي :

$f'(x)=1+(1-x)e^{-x+1}$ ، و منه : $f'(x)=g(x)$.

أي أنّ : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ، و منه : جدول تغيّرات الدالة f يكون كما يلي :

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	0 $\nearrow$ $+\infty$

3) بيان أنّ المعادلة $f(x)=4$ تقبل حل وحيد α حيث : $3,75<\alpha<3,77$ ---------------------------

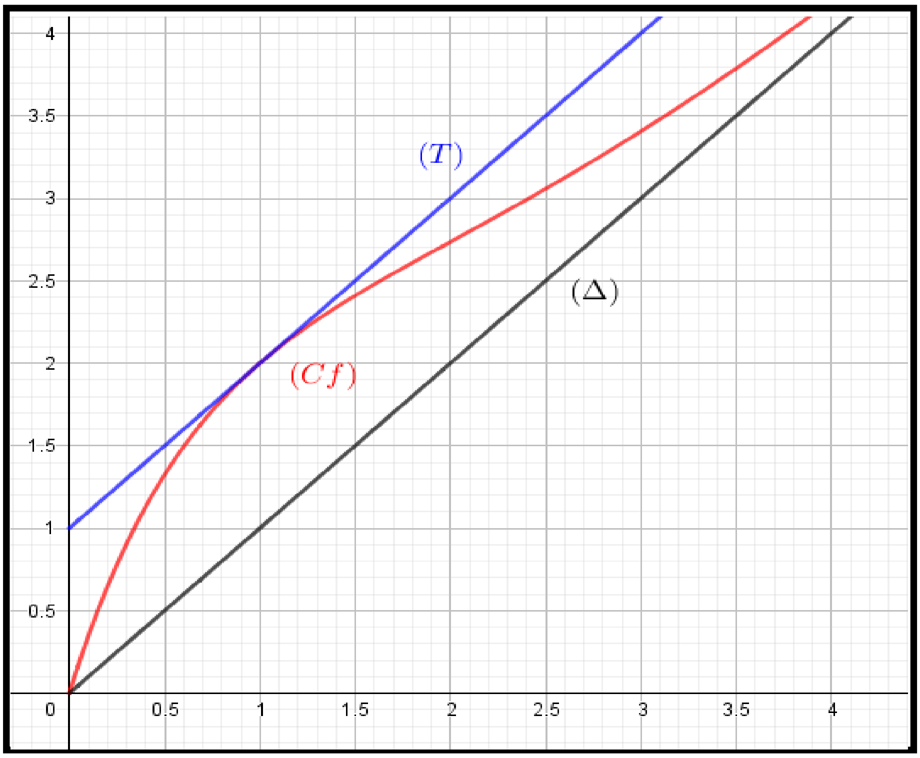
الدالة f مستمرة و رتيبة على المجال $]3,75;3,77[$ ، وَ $\begin{cases} f(3,75)=3,989 \\ f(3,77)=4,006 \end{cases}$ ، أي :

$f(3,75)<4<f(3,77)$ ، و منه و حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=4$ تقبل حل وحيد α حيث : $3,75<\alpha<3,77$.

4) كتابة معادلة المماس (T) ، ثم رسم كلا من : (T) و (Δ) ، (C_f) ----------------------------------

أي : $(T):y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ، أي : $(T):y=x-1+2$ ، و منه : $(T):y=x+1$.

رسم (T) و (Δ) ، (C_f) --



5) بيان أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$: --

الدالة F قابلة للإستقاق على $[0;+\infty[$ و دالتها المشتقة هي :

$F'(x)=x-e^{-x+1}+xe^{-x+1}+e^{-x+1}$ ، و منه : $F'(x)=x+xe^{-x+1}$.

إذن : F دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

ب) إيجاد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x)dx$ ، ثم إعطائه تفسيرا هندسيا : ----------------------------

لدينا : $A=\int_1^4 f(x)dx=[F(x)]_1^4=F(4)-F(1)$ ، أي : $A=8-5e^{-3}-\frac{1}{2}+2$ ، أي : $A=\frac{19}{2}-5e^{-3}$.

التفسير الهندسي : العدد A هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و محور الفواصل ، و المستقيمين اللذين معاديلتهما $x=1$ وَ $x=4$.

6) أ) كمية المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين: --------------------------------

لدينا : $C_m(q)=f(q)$ ، أي : $f(q)\leq 4$ ، معناه أن : $q\in[0;\alpha]$ ، لأنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;7]$ ، وَ $f(\alpha)=4$.

ب) حساب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية : ---

لدينا : $C_T(q)=F(q)$ ، أي : $C_T(q)=\int_1^4 f(q)dq$ ، أي : $C_T(q)=\frac{19}{2}-5e^{-3}$ ، و منه : $C_T(q)=9,25$

إذن : القيمة المتوسطة للكلفة الهامشية هي : 9250 د.ج .