تصحيح بكالوريا الرياضيات شعبة آداب وفلسفة

الموضوع الأول

التمرين الأول :(**06** نقاط)

1. بماأن $b-a=1505$ و 1505 مضاعف لـ 5 فإن $a\equiv b[5]$.

2. أ. لدينا $2125=2124-(-1)$ و 2125 مضاعف لـ 5 ومنه $2124\equiv -1[5]$.

ب. لدينا $2124\equiv -1[5]$ ومنه $2124^{720}\equiv (-1)^{720}[5]$ ومنه $2124^{720}\equiv 1[5]$ الباقي هو 1 .

و لدينا $619\equiv -1[5]$ ومنه $619^{721}\equiv (-1)^{721}[5]$ ومنه $619^{721}\equiv -1[5]$ وبماأن $-1\equiv 4[5]$ فإن $619^{721}\equiv 4[5]$

وبالتالي الباقي هو 4 .

جـ . لدينا$2124\equiv -1[5]$ومنه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ : $2124^{2n}\equiv (-1)^{2n}[5]$ ومنه$2124^{2n}\equiv 1[5]$.

د. عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يكون : $2124^{4n}+619^{4n+1}+n\equiv 0[5]$.

لدينا $2124^{2n}\equiv 1[5]$ ومنه $\left(2124^{2n}\right)^2\equiv 1^2[5]$ أي$2124^{4n}\equiv 1[5]$ و $619^{2n}\equiv 1[5]$ ومنه$\left(619^{2n}\right)^2\equiv 1^2[5]$

أي $619^{4n}\equiv 1[5]$ ومنه $619^{4n+1}\equiv 619[5]$ أي $619^{4n+1}\equiv 4[5]$.

وبالتالي $2124^{4n}+619^{4n+1}+n\equiv 1+4+n[5]$ ومنه $2124^{4n}+619^{4n+1}+n\equiv n[5]$ وبالتالي

$2124^{4n}+619^{4n+1}+n\equiv 0[5]$ يكافئ $n\equiv 0[5]$ إذن قيم n من الشكل $n=5k$ حيث k عدد طبيعي.

التمرين الثاني: (**06** نقاط)

أ. .

1. لدينا $u_3=u_0\times 3^3$ ومنه $u_0+u_3=u_0+27u_0=28$ ومنه $28u_0=28$ أي $u_0=1$.

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n=3^n$.

2. $S_1=u_0+u_1+.....+u_9=u_0\dfrac{q^{10}-1}{q-1}$ ومنه $S_1=\dfrac{3^{10}-1}{3-1}$ أي $S_1=29524$.

ب. .

1. من أجل كل عدد طبيعي n فإن $v_{n+1}-v_n=\left[1-5(n+1)\right]-\left[1-5n\right]$ ومنه $v_{n+1}-v_n=1-5n-5-1+5n$

ومنه $v_{n+1}-v_n=-5$ إذن المتتالية (v_n) متتالية حسابية أساسها -5 .

بماأن $-5<0$ فإن المتتالية (v_n) متناقصة تماما .

2. $S_2=\dfrac{10}{2}(v_0+v_9)$ ومنه $S_2=5(1-44)$ أي $S_2=-215$.

جـ . من أجل كل عدد طبيعي n فإن $k_n=1+3^n-5n$ تكافئ $k_n=1-5n+3^n$ ومنه $k_n=u_n+v_n$.

لدينا $S=(u_0+v_0)+(u_1+v_1)+.....+(u_n+v_n)$ ومنه $S=S_1+S_2$ ومنه $S=29309$.

التمرين الثالث: (**08** نقاط)

1. لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x}=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x}=1$

ولدينا $f(x)=(x+2)\times\frac{1}{x-2}$

جدول إشارة $x-2$

x	$-\infty$ $\qquad$ 2 $\qquad$ $+\infty$
$x-2$	$-$ $\qquad$ 2 $\qquad$ $+$

بماأن $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2}\frac{1}{x-2}=-\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} x+2=4$ فإن $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=-\infty$.

بماأن $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}\frac{1}{x-2}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2} x+2=4$ فإن $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2} f(x)=+\infty$.

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل الفواصل معادلته $y=1$.

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل التراتيب معادلته $x=2$.

2. $f'(x)=\frac{1\times(-2)-1\times 2}{(x-2)^2}$ ومنه $f'(x)=\frac{-4}{(x-2)^2}$.

بماأن $-4<0$ و $(x-2)^2>0$ فإن $f'(x)<0$ وبالتالي f مناقصة تماما على المجالين $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$.

3. شكّل جدول تغيرات الدالة f . $+\infty$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1

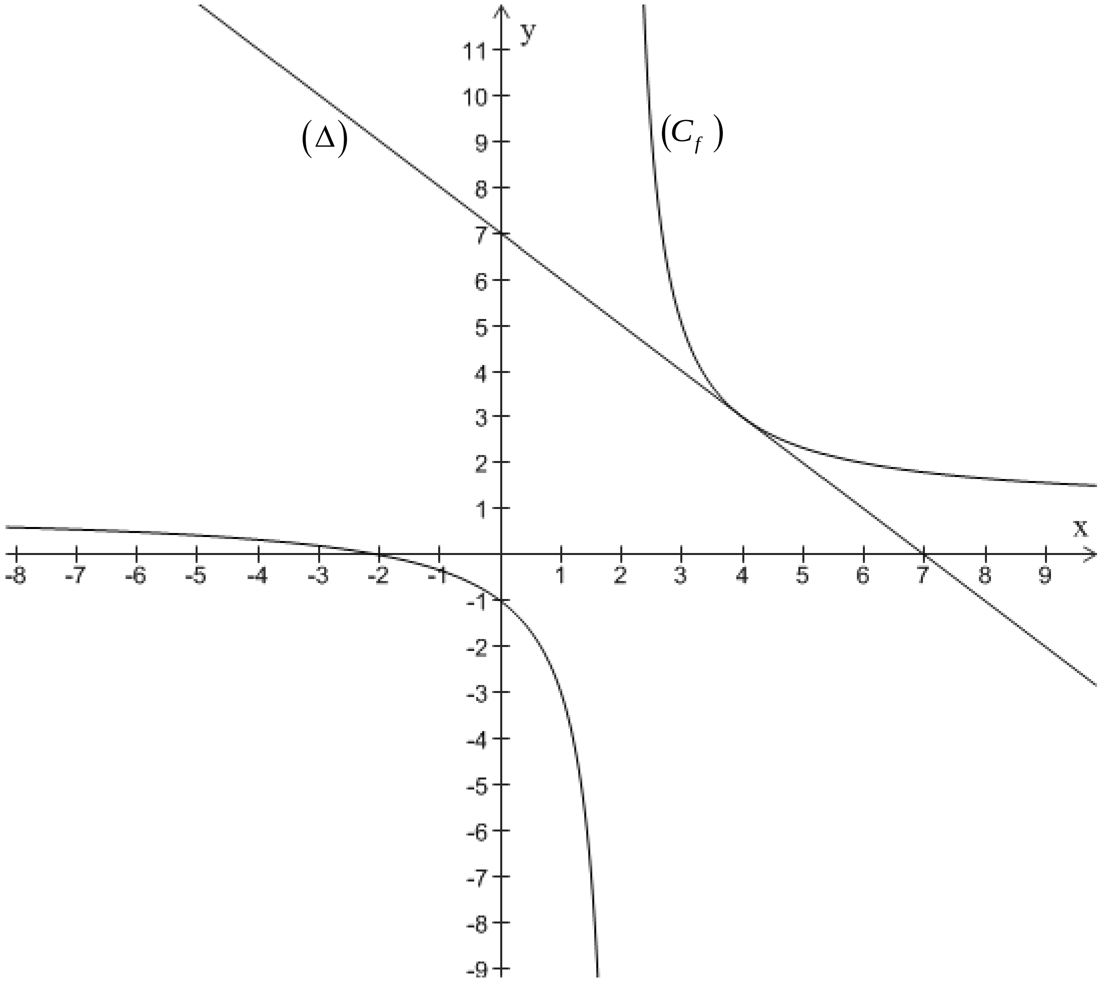
4. تقاطع (C_f) مع (yy'): لدينا $f(0)=\frac{0+2}{0-2}$ ومنه $f(0)=-1$ إذن (C_f) يقطع (yy') في النقطة $(0;-1)$.

تقاطع (C_f) مع (xx') : نحل المعادلة $f(x)=0$ ومنه $f(x)=0$ تكافئ $\frac{x+2}{x-2}=0$ معناه $x+2=0$ و $x-2\neq 0$

ومنه $x=-2$ و $x\neq 2$ إذن (C_f) يقطع (xx') في النقطة $(-2;0)$.

5. لدينا $(\Delta): y=f'(4)(x-4)+f(4)$ ومنه $(\Delta): y=-1(x-4)+3$ أي $(\Delta): y=-x+7$.

6. الرسم :



الموضــــوع الثانــــي

التمرين الأول :(**06** نقاط)

1. لدينا $a\equiv 3[7]$ و $b\equiv 4[7]$ ومنه $a\times b\equiv 12[7]$ وبماأن $12\equiv 5[7]$ فإن $a\times b\equiv 12[7]$ الباقي هو 5 .
2. لدينا $a^2\equiv 9[7]$ و $b^2\equiv 16[7]$ ومنه $a^2-b^2\equiv -7[7]$ وبماأن $-7\equiv 0[7]$ فإن $a^2-b^2\equiv 0[7]$ الباقي هو 0 .
3. أ. لدينا $c\equiv 6[7]$ وبماأن $6\equiv -1[7]$ فإن $c\equiv -1[7]$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $c^{2n}\equiv (-1)^2[7]$
أي $c^{2n}\equiv 1[7]$.

ب. بماأن $48-6=42$ و 42 مضاعف لـ 7 فإن $48\equiv 6[7]$.

لدينا $48\equiv -1[7]$ ومنه $48^{2010}\equiv (-1)^{2010}[7]$ أي $48^{2010}\equiv 1[7]$ ومنه الباقي هو 1 .

لدينا $48\equiv -1[7]$ ومنه $48^{2011}\equiv (-1)^{2011}[7]$ أي $48^{2011}\equiv -1[7]$ ومنه $48^{2011}\equiv 6[7]$ ومنه الباقي هو 6 .

التمرين الثاني: (**08 نقاط**) أ.

1. جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

2. جدول إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ب.

1. الدالة f تقبل الإشتقاق على $\mathbb{R}$ ومشتقتها $f'(x)=\frac{1}{3}\times 3x^2-2x-3$ ومنه $f'(x)=x^2-2x-3$

ومنه $f'(x)=-\left(-x^2+2x+3\right)$ أي $f'(x)=-g(x)$.

جدول إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. لدينا $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{3}x^3=+\infty$ و عند $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{3}x^3=-\infty$.

3. لدينا $f(-1)=\frac{14}{3}$ ، $f(3)=-6$

جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{14}{3}$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

4. لدينا $f'(x)=5$ ومنه $x^2-2x-3=5$ ومنه $x^2-2x-8=0$

المميز $\Delta=36$ ومنه $x_1=\frac{2-6}{2}=-2$ و $x_2=\frac{2+6}{2}=4$ وبالتالي يوجد مماسان عند النقطتان التي فاصلتاهما -2 و 4 .

5. لدينا $f(x)=g(x)$ تكافئ $\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+3=-x^2+2x+3$ ومنه $\frac{1}{3}x^3-x=0$

ومنه $x\left(\frac{1}{3}x^2-1\right)=0$ معناه $x=0$ أو $x^2=3$ ومنه $x=0$ أو $x=\sqrt{3}$ أو $x=-\sqrt{3}$.

يتقاطع المنحنيان (C_f) و (C_g) في النقط $(0;3)$ ، $\left(\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$ و $\left(-\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

1. (u_n) هي متتالية حسابية لأن -2 $u_{n+1}-u_n=-2(n+1)+2n=-2$.

2. الحد الخامس والأربعون للمتتالية (u_n) يساوي -88 لأن $u_{44}=-2\times 44=-88$.

3. المجموع $u_0+u_1+....+u_n$ يساوي $-n^2-n$ لأن $u_0+u_1+....+u_n=\frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$ ومنه
$u_0+u_1+....+u_n=\frac{(n+1)(-2n)}{2}$ أي $u_0+u_1+....+u_n=-n^2-n$.

4. (v_n) هي متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{9}$ لأن $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{3^{-2(n+1)}}{3^{-2n}}=3^{-2n-2+2n}=3^{-2}$ ومنه $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{1}{9}$.

5. المتتالية (v_n) متناقصة لأن $v_{n+1}-v_n=3^{-2n-2}-3^{-2n}=3^{-2n}\left(\frac{1}{9}-1\right)$ ومنه $v_{n+1}-v_n=\frac{-8}{9}\times 3^{-2n}<0$.