



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على \mathbb{N} بعدها العام u_n حيث $u_n = -3n + 1$

قيمة المجموع $u_{1954} + u_{1955} + \dots + u_{2022}$ هي:

(أ) -11926 (ب) -411447 (ج) 272356

(2) المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ هي متتالية:

(أ) هندسية (ب) حسابية (ج) لا حسابية ولا هندسية

(3) قيمة العدد الحقيقي $\int_1^2 (1 + \frac{1}{x^2}) dx$ هي:

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) $\frac{2}{3}$

(4) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^2 + 6x + 4$ ، (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد.

محور تناظر المنحني (C) هو المستقيم ذو المعادلة:

(أ) $x = 4$ (ب) $x - 3 = 0$ (ج) $x + 3 = 0$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين f و g المعرفتين

على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = ax^2 + bx - 1$ و $g(x) = (x+1)^2(x-1)$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

(1) أ- بيِّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

ب- عَيِّن العددين a و b حتى تكون g دالة أصلية لـ f على \mathbb{R}

(2) تحقّق أنه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = (x+1)(3x-1)$

(3) أ- حلّ العبارة $g(x) - f(x)$

ب- استنتج أنّ (C_f) و (C_g) يتقاطعان في ثلاث نقط يُطلب تعيينها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 21 \\ u_4 + u_5 = 20 \end{cases} \quad \text{حيث } (u_n) \text{ المتتالية الحسابية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ وأساسها } r$$

1 أ- بيّن أن $u_3 = 7$ و $r = 2$ ثم استنتج قيمة u_0

ب- أكتب u_n بدلالة n

ج- أحسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

2 (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = 3 \times 2^{2n}$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 4$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

ب- أحسب، بدلالة n ، المجموع S'_n حيث $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

3 نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{2}{3} v_n$

أ- تحقّق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = 2^{u_n}$

ب- احسب P_n حيث، $P_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_{n-1}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على D حيث $D = \mathbb{R} - \{-2\}$ ب: $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ ثم فسّر النتيجةين بيانياً.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2 بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

3 بيّن أن النقطة $A(-2; -1)$ مركز تناظر (C)

4 أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D ، $f'(x) = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

5 أكتب معادلة لـ (T) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة 0

6 أنشئ (T)، (Δ) و (C)

7 (g) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ ب: $g(x) = \frac{x^2 - 3|x| + 3}{-|x| + 2}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- بيّن أن g دالة زوجية ثم تحقّق أنه من أجل كل x من $]-\infty; -2[\cup]-2; 0]$ ، $g(x) = f(x)$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقاً من (C) ثم أنشئه.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) نضع من أجل كل عدد حقيقي x ، $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $P(x) = (x-3)(x^2 + x + 1)$ ثم حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$

(2) (u_n) المتتالية الهندسية التي حدها الأول u_0 وأساسها q ، حيث $u_0 = 2$ و $u_3 - 2u_2 - 2u_1 - 3u_0 = 0$

أ- بين أن $q^3 - 2q^2 - 2q - 3 = 0$ ثم استنتج قيمة q

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 \times 3^n$

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = \frac{u_n}{3^n}$

احسب المجموع S_n حيث : $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $u_0 = -2$ و $u_{n+1} = 5u_n + 20$

(1) أ- احسب u_1 و u_2

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} + 5 = 5(u_n + 5)$

(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -5$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n + 5$

تحقق أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 5 ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

(4) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كل حالة من الحالات التالية:

(1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على \mathbb{N} حيث $u_0 = 1$ و $u_4 = 3$

العدد 1012 حدّ من حدود (u_n)

(2) f و g الدالتان المعرفتان على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x+1)(3x-3)$ و $g(x) = (x+1)(x^2 - x - 2)$

g هي الدالة الأصلية للدالة f والتي تتعدم عند -1

(3) α عدد حقيقي. نضع : $a = 3\alpha + 5$ ، $b = 5\alpha + 3$ ، $c = 7\alpha + 1$

الأعداد a ، b ، c بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية حسابية .

(4) f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1}$

المستقيم ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

$$f(x) = -x + 1 + \frac{x}{(x-1)^2} \quad \text{بـ} \quad \mathbb{R} - \{1\}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانياً.

2 أ- بيّن أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$

ب- بيّن أنّ f متزايدة تماماً على $[0; 1[$ ومنتاقصة تماماً على كلّ من $]-\infty; 0]$ و $]1; +\infty[$

ج- شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3 أ- بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

ج- بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2,3 < \alpha < 2,4$

4 أ- أكتب معادلة $\perp (T)$ مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1

ب- أنشئ (Δ) و (C_f)

5 g الدالة العددية المعرّفة على $]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = |f(x)|$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقاً من (C_f) ثم أنشئ (C_g)