الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة : 2016

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر المستويين (P) و (P') معادلتيهما على الترتيب : $2x+y-z+1=0$ و $x-2y+z-2=0$.

1) بيّن أنّ المستويين (P) و (P') متقاطعان.

2) عيّن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقّق : $d\left(M,(P)\right)=d\left(M,(P')\right)$
حيث $d\left(M,(P)\right)$ المسافة بين النقطة M والمستوي (P) ، $d\left(M,(P')\right)$ المسافة بين M و (P').

3) تحقّق أنّ النقطة $A(1;2;0)$ تنتمي إلى المجموعة (Γ).

4) H و H' المسقطان العموديان للنقطة A على المستويين (P) و (P') على الترتيب.

أ - جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (AH) و (AH').

ب - استنتج إحداثيات كل من النقطتين H و H'.

5) عيّن إحداثيات النقطة I منتصف القطعة $[HH']$ ثمّ احسب مساحة المثلث AHH'.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{2x+8}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ - احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب - ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له.

3) ارسم (C) و (Δ).

II) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) مثّل في الشكل السابق على محور الفواصل ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (بدون حسابها) موضّحا خطوط الإنشاء.

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها.

3) أ - برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n<4$.

ب - ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

جـ - بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$

ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $4-u_n\le\frac{1}{2^n}(4-u_0)$.

د - استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. من أجل كل نقطة M من المستوي لاحقتها العدد المركب z حيث $\left(z\neq 1\right)$ نرفق النقطة M' لاحقتها العدد المركب z' حيث: $z'=\dfrac{z-2}{z-1}$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z'=z$.

2) النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب z_1 و z_2 حيث: $z_1=1-i$ و $z_2=\overline{z_1}$.

أ - اكتب $\dfrac{z_2}{z_1}$ على الشكل الأسي.

ب - بيّن أنّ النقطة B هي صورة للنقطة A بالدوران R الذي مركزه المبدأ O ، يُطلب تعيين زاوية له.

3) نضع $z'\neq z$. نعتبر النقطتين C و D لاحقتيهما 2 و 1 على الترتيب.

عيّن $\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط M حيث M' تنتمي إلى محور التراتيب ثم أنشئ $\left(\Gamma\right)$.

4) h التحاكي الذي مركزه المبدأ O ونسبته 2.

أ - عيّن طبيعة التحويل النقطي $S=h\circ R$ وعناصره المميّزة .

ب - اكتب العبارة المركبة للتحويل S.

جـ - عيّن ثمّ أنشئ المجموعة $\left(\Gamma'\right)$ صورة $\left(\Gamma\right)$ بالتحويل النقطي S.

التمرين الرابع: (06,5 نقطة)

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ بـ: $g\left(x\right)=x^2+1-\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g.

2) احسب $g\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثمّ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0;+\infty\right[$ ، $g\left(x\right)>0$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ بـ: $f\left(x\right)=\dfrac{\ln x}{x}+x-1$

و $\left(C\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\underset{>}{\to}0} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$.

2) أ - بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0;+\infty\right[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب - شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3) اكتب معادلة للمماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(C\right)$ في النقطة التي فاصلتها 1.

4) أ - بيّن أنّ $\left(C\right)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $\left(\Delta\right)$حيث: $y=x-1$ معادلة له.

ب - ادرس الوضع النسبي لـ $\left(C\right)$ و $\left(\Delta\right)$.

5) ارسم المستقيمين $\left(T\right)$ و $\left(\Delta\right)$ ثمّ المنحنى $\left(C\right)$.

6) m عدد حقيقي. $\left(\Delta_m\right)$ المستقيم حيث : $y=mx-m$ معادلة له.

أ - تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي m، النقطة $A(1;0)$ تنتمي إلى المستقيم $\left(\Delta_m\right)$.

ب - ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f\left(x\right)=mx-m$.

7) أ - جد دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $\left]0;+\infty\right[$.

ب - احسب I_n مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $\left(C\right)$ ، المستقيم $\left(\Delta\right)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=n$ حيث n عدد طبيعي ($n>1$).

جـ - عيّن أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث إذا كان $n>n_0$ فإنّ : $I_n>2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقطتين $A\left(5;-1;-2\right)$ و $B\left(3;12;-7\right)$.

(Δ) المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\left(k\in\mathbb{R}\right)$; $\begin{cases}x=1+3k\\y=1+2k\\z=4k\end{cases}$.

1) أ) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}\left(-2;1;1\right)$ شعاع توجيه له .

ب) بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') متعامدان ، ثمّ تحقق أنّ النقطة $C\left(1;1;0\right)$ نقطة تقاطعهما.

2) (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و (Δ').

أ) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}\left(2;11;-7\right)$ ناظمي للمستوي (P)، ثمّ جد معادلة ديكارتية له.

ب) بيّن أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P).

3) α و β عددان حقيقيان و (P') مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء المعرفة بـ : $\begin{cases}x=3-\beta\\y=12+12\alpha+9\beta\\z=-7-6\alpha-11\beta\end{cases}$

أ) أثبت أنّ المجموعة (P') هي مستوٍ ثمّ تحقق أنّ $13x-y-2z-41=0$ هي معادلة ديكارتية له .

ب) عيّن إحداثيات D و E نقطتي تقاطع المستوي (P') مع المستقيمين (Δ) و (Δ') على الترتيب.

جـ) احسب حجم رباعي الوجوه $BCDE$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $\left[0;+\infty\right[$ بـ: $f\left(x\right)=\dfrac{5x}{x+2}$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left[0;+\infty\right[$: $f\left(x\right)\geq 0$.

II) $\left(u_n\right)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{5u_n}{u_n+2}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq u_n\leq 3$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية $\left(u_n\right)$ ، ثمّ استنتج أنها متقاربة .

2) $\left(v_n\right)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=1-\dfrac{3}{u_n}$.

أ) برهن أنّ $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{5}$ ، يطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

جـ) احسب نهاية المتتالية $\left(u_n\right)$.

3) اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\dfrac{1}{u_2}+...+\dfrac{1}{u_n}$.

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة : $\left(z-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i\right)\left(z^2+\sqrt{3}z+1\right)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A ، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$.

أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) بيّن أنّه يوجد تشابه مباشر S مركزه B ويحوّل النقطة C إلى النقطة A يطلب تعيين عناصره المميزة.

3) أ) عيّن لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ، ثمّ حدّد بدقة طبيعته.

ب) عيّن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $\left|z-z_A\right|=\left|\overline{z}-z_B\right|$ حيث $\overline{z}$ هو مرافق z .

ج) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z=z_B+\sqrt{3}e^{i\theta}$ عندما θ يتغير على $\mathbb{R}$ ثم تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+\left(x^2+x-1\right)e^{-x}$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2) أ) بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلّين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث : $-1{,}52<\alpha<-1{,}51$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (وحدة الطول $1cm$) .

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.(حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$ ، (نأخذ $f(\alpha)\approx0{,}38$) .

د) عيّن دون حساب: $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ج) بيّن أنّ للمنحنى $\left(C_f\right)$ نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما.

د) ارسم (Δ) و $\left(C_f\right)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m-x)e^x+\left(x^2+3x+2\right)=0$ على المجال $]-2;+\infty[$.

III) h و H الدالتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=x+f(x)$ و $H(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$.

1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c حتّى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

2) أ) احسب التكامل التالي : $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما وفسّر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الثاني