الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2010

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A=1+i$ و $z_B=3i$.

1) اكتب على الشكل الأسي: z_A و z_B.

2) ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z'=2iz+6+3i$$

أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S.

ب) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه المباشر S.

جـ) استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) لتكن النقطة D مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-2),(C;2)\}$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D.

ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن D لاحقتها z ولتكن (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها $\dfrac{z_B-z}{z_D-z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

أ) تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E=6+3i$ تنتمي إلى (Δ).

ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\dfrac{z_B-z}{z_D-z}$. عين حينئذ المجموعة (Δ).

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(1;1;0)$، $B(2;1;1)$ و $C(-1;2;-1)$.

1) أ) بين أن النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x+y-z-2=0$.

2) نعتبر المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(P):\ x+2y-3z+1=0 \quad \text{و} \quad (Q):\ 2x+y-z-1=0$$

والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $F(0;4;3)$ و $\vec{u}(-1;5;3)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

ب) تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).

3) عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC)، (P) و (Q).

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـــ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}}f(x)$.

2) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عيّن فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل :

$f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث: a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية ln ثم ارسم (C) و (C_f) .

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـــ: $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}}g(x)$ ثم بيّن أن $\lim_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α.

تحقق أن $2<\alpha<3$.

ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right]$ في المعلم السابق.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d).

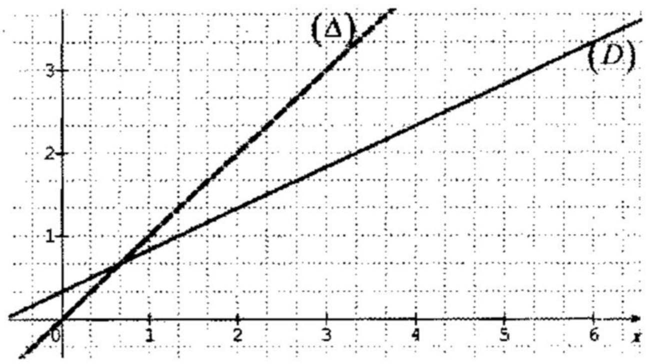
5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فإن: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $u_n=1+2\ln3-3\ln2$.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

الموضوع الثاني



التمرين الأول: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثّلنا المستقيمين (Δ) و (D) معادلتيهما على الترتيب:

$y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$.

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$.

أ - انقل الشكل ثمّ مثّل على محور الفواصل الحدود التالية: u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 ؛ دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب - عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D).

جـ - أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع، اثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}$.

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ - بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n، واستنتج عبارة u_n بدلالة n.

جـ - احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ واستنتج المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثمّ اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\ ;\ \vec{u}\ ,\ \vec{v})$، نعتبر النقط A، B، C و D لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$.

أ - بيّن أنّ النقط A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم.

ب - عيّن زاوية للدوران R الذي مركزه O ويحوّل النقطة A إلى النقطة B.

جـ - بيّن أنّ النقط A ، O و C في استقامية وكذلك النقط B ، O و D.

د - استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته:

$.\,x-2y+z+3=0$

1) نذكّر أنّ حامل محور الفواصل $\left(O;\,\vec{i}\right)$ يعرف بالجملة $\begin{cases}y=0\\z=0\end{cases}$.

- عيّن إحداثيات A نقطة تقاطع حامل $\left(O;\,\vec{i}\right)$ مع المستوي $(\mathcal{P})$.

2) B و C النقطتان من الفضاء حيث: $B\left(0\,;\,0\,;\,-3\right)$ و $C\left(-1\,;\,-4\,;\,2\right)$.

أ - تحقّق أنّ النقطة B تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - احسب الطول AB.

جـ - احسب المسافة بين النقطة C والمستوي $(\mathcal{P})$.

3) أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المارّ بالنقطة C والعمودي على المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ).

جـ - احسب مساحة المثلث ABC.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.

نرمز بـــ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب:

$y=x$ و $y=x+1$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1{,}4<\beta<-1{,}3$

ب) هل توجد مماسات لـــ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

جـ) ارسم (Δ)، (Δ') ثم المنحنى (C_f).

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)\,e^{-x}=m$.