عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) اثبات أن (v_n) متتالية هندسية و حساب v_0	0.5+2× 0.25	04
2) كتابة v_n بدلالة n و استنتاج u_n بدلالة n	0.5+2× 0.25	
3) حساب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$	0.25	
4) أ) دراسة بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9 .	01	
ب) باقي القسمة الإقليدية على 9 لـ $1954^{1962} + 1962^{1954} + 1442^{2019}$	0.5	
جـ) اثبات انه من اجل كل عدد طبيعي n : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$	0.25	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) قيم المتغير العشوائي تنتمي إلى $\{0 ; 1; 2\}$	3 × 0.5	04
2) مجموعة الامكانيات الأمل الرياضياتي $E(x)$ لـ X هو : $E(x) = \frac{6}{5}$	0.5 4 × 0.25	
3) الاحتمال يساوي $\left(\frac{C_1^1 . C_4^2}{C_5^3} = \frac{3}{5}\right)$	0.5	
4) (عدد الحالات الملائمة للحادث هو 4) ومنه **الاحتمال يساوي** $\frac{2}{5}$	0.5	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) أ) التحقق أن النقطة C من الدائرة (Γ)	0.5	04
ب) تعيين قيس بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ استنتاج أن C صورة B بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته .	0.75 0.75	
2) أ) تعيين العناصر المميزة للتشابه S	0.5+2× 0.25	
ب) تعيين. z_D ، $z_D = 2 + (1+\sqrt{3})i$	0.5	
3) التحاك h مركزه A حيث $S = hor$ نسبته 2 استنتاج أن النقط A ، C و D في إستقامية.	0.25	
4) التحقق أن النقطة C من المجموعة (E) استنتاج طبيعة المجموعة (E)	0.25	
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
I) أ) اشارة $g(-1)$ ، $g(-0.5)$	2× 0.25	1.75
ب) استنتاج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $]-1 ; -0,5[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ و التحقق من الحصر	0.75	
جـ) استنتاج اشارة $g(x)$.	0.5	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	**العلامة** مجزأة	**العلامة** مجموع
(II **1)** حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.	2×0.5	04.75
2) إثبات أن من اجل كل عدد حقيقي : $f'(x)=g(x)$ جدول تغيرات الدالـــة f	2×1	
3) أ) حساب $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)$ استنتاج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)	2×0.25	
ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحنى (C_f)بالنسبة للمستقيم (Δ) .	0.25	
جـ) كتابة معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .	0.5	
4) انشاء المستقيم (Δ)والمماس (T) و المنحني (C_f)	0.5	
5) حساب $f(x)-g(x)$ ثم استنتاج دالة أصلية للدالة f .	0.75	0.75
6) أ) إثبات أن الدالة h زوجيـة .	0.25	0.75
ب) إثبات انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن : $h(x)=f(x-2)+1$	0.25	
جـ) كيفية رسـم (C_h) انطلاقا من (C_f) أنشـــاء (C_h) في المجال $[-3;3]$	0.25	

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول:(04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>04</td><td>1
1
0.75
0.75
0.25
0.25</td><td>1) أ) التحقق أن $(6n+2, 10n+3)$ حل للمعادلة (E) ....
ب) استنتج أن $6n+2$ و $10n+3$ أوليان فيما بينهما.........
2) أ) تبيان أن $d=1$ أو $d=41$ ....
ب) إثبات أن إذا كان $d=41$ فإن $n \equiv 12[41]$ ....
3) أ) A و B يقبلان القسمة على $2n+3$ ....
ب) $p\gcd(A,B)$ حسب قيم n ....</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني:(04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>04</td><td>1
0.75
0.5
0.5
0.5
0.5
0.25</td><td>1) مجموع الامكانيات ....
أ) احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط هو $\frac{C_4^1 \times C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21}$ ....
ب) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر هو $1-\frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{20}{21}$ ....
جـ) احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية $p(C) = \frac{C_4^3}{84} = \frac{1}{21}$
2) أ) قيم المتغير العشوائي X هي قيم المجموعة $\{0,1,2,3\}$.
قانون الاحتمال $\left(P(X=0)=\frac{4}{84}, P(X=1)=\frac{30}{84}, P(X=2)=\frac{40}{84}, P(X=3)=\frac{10}{84}\right)$
ب) $P\left(X^2-X\leq 0\right)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{4}{84}+\frac{30}{84}=\frac{34}{84}$ ....</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>03</td><td>0.5
2×0.5
0.5
0.5
0.5</td><td>I) أ).التحقق ان $\left(2-2\sqrt{3}\right)^2 = 16-8\sqrt{3}$ ....
ب). $L_1=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$ و. $L_2=\left(2\sqrt{3}-2\right)-i\left(2+2\sqrt{3}\right)$ ....
II)
1) أ). $z_A=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$، ....
$z_A=4\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)}=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$
ب).استنتاج القيمتين المضبوطتين: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) S تشابه مباشر الذي يحول A الى B و يحول B الى C . أ) العبارة المركبة للتشابه S هي : $z'=\frac{1}{2}iz$ **ب)** العناصرالمميزة للتشابه S : نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه $O(0;0)$ **3)** لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-2),(C;4)\}$. أ) $z_G=1+i\sqrt{3}$ ومنه $z_G=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ب) $\left\Vert \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\Vert =2\sqrt{2}$ تكافئ $MG=\sqrt{2}$ (E) دائرة مركزها G وطول نصف قطرها $R=\sqrt{2}$ ، محيط (E') هو $\pi\sqrt{2}$ وحدة الطول.	0.5 0.5 0.5 0.5	**02**
التمرين الرابع:(07 نقاط)		
I). الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=(x+1)(x+e)-e(x\ln x)$ $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}g(x)=e$ ، من أجل كل على المجال $]0;+\infty[$. فان $g(x)>0$ **II).** نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(x+1)+\frac{e\ln x}{x+1}$ **1).** أ). $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}f(x)=-\infty$ ، تبيان ان $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ **ب).** من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$. **جـ).** الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ، تشكيل جدول تغيرات الدالة f . **2).** معادلة للمماس (T): $(T):y=\frac{1}{2}(e+1)x-\frac{1}{2}(e+1)+\ln 2$ **3).** أ) الدالة f على $]0;+\infty[$ مستمرة و متزايدة تماما و غيرت من اشارتها اذن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A ذات الفاصلة α **ب)** التحقق ان $0.7<\alpha<0.8$ **4).** أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln(x+1)]=0$ و التفسير الهندسي **ب)** دراسة الوضع النسبي للمنحنيين (Γ) و (C_f) **جـ)** رسم (T) و (Γ) و (C_f)	**0.5+0.75** **2×0.5** **0.75** **2×0.5** **0.25** **0.25** **0.25** **2×0.25** **0.25** **2×0.25**	**06**

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>
5). للمعادلة $f\left(x\right)=\frac{1+e}{2}x-m$ حلين من أجل $m\in\left]\frac{1}{2}\left(1+e\right)-\ln 2;+\infty\right[$
6). نقبل انه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x<x+1$
أ) نبين أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln 2<f\left(x\right)<e+\ln\left(x+1\right)$.
ب) التحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ أن الدالة :
$x\mapsto\left(x+1\right)\ln\left(x+1\right)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln\left(x+1\right)$.
جـ) باستخدام السؤال6) أ) نبين أن : $\left(e^2-e\right)\ln 2<S<e^3$
لدينا: $\int_{e-1}^{e^2-1}\ln 2dx<S<\int_{e-1}^{e^2-1}e+\ln\left(x+1\right)dx$ ومنه $\left(e^2-e\right)\ln 2<S<e^3$
</td><td>0.25

0.25
0.25

0.25</td><td>1</td></tr>
</table>