

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
		<p>التمرين الأول (04 نقاط)</p> <p>(1) أ- برهان بالتراجع أن: <math>u_n &gt; \frac{1}{e}</math></p> <p>• نتحقق من صحة الخاصية من أجل <math>n=0</math> : <math>\frac{1}{e} &lt; u_0</math> : <math>\frac{1}{e} &lt; \frac{5}{4e}</math> : 0.25</p> <p>• نفرض من أجل عدد طبيعي <math>n</math> أن: <math>\frac{1}{e} &lt; u_n</math> و <math>f</math> متزايدة تماما على <math>[0; +\infty[</math></p> <p>إذن : <math>f\left(\frac{1}{e}\right) &lt; f(u_n)</math> و منه <math>\frac{1}{e} &lt; u_{n+1}</math> .</p> <p>ب- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> : <math>u_{n+1} - u_n = \frac{eu_n(\frac{1}{e} - u_n)}{eu_{n+1}}</math> : 0.25</p> <p>- ومنه و من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> : <math>u_{n+1} - u_n &lt; 0</math> إذن <math>(u_n)</math> متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد <math>\frac{1}{e}</math> فهي متقاربة .</p>
1	0.25x 2	
01	0.5 0.25x2	<p>(2) اثبات أن <math>(v_n)</math> هندسية : من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> : <math>v_{n+1} = \frac{2eu_n}{eu_n - 1}</math></p> <p><math>(v_n)</math> متتالية هندسية أساسها <math>q=2</math> و <math>v_0=5</math> و <math>v_n = 5 \times 2^n</math></p>
	0.25x2	<p>(3) أ- التحقق أن <math>v_n = 1 + \frac{1}{eu_n - 1}</math> ، استنتاج <math>u_n = \frac{5 \times 2^n}{e(5 \times 2^n - 1)}</math> : 0.25</p> <p>ب- <math>S_n</math> مجموع متتالية هندسية : <math>S_n = 5 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} = 5[2^{n+1} - 1]</math> : 0.5</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{e}</math></p>
0.75	0.5 0.25	<p>(4) أ) بواقي قسمة <math>2^n</math> على 7 هي <math>\{1; 2; 4\}</math> : <math>2^{3k} \equiv 1[7]</math>  <math>2^{3k+1} \equiv 2[7]</math> (<math>k \in \mathbb{N}</math>)  <math>2^{3k+2} \equiv 4[7]</math></p> <p>ب) <math>S_n \equiv 0[7]</math> و منه <math>10 \times 2^n \equiv 5[7]</math> و منه <math>2^n \equiv 4[7]</math> و إذن <math>n = 3k + 2</math></p>

01	0.5×2	التمرين الثاني : (04 نقاط) 1) معادلة المستوي (Q) الذي يشمل A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له هي : ..... (Q): $2x+2y-z+2=0$
01	0.5×2	2) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ): ..... (Δ): $\begin{cases} x=2t \\ y=2t \\ z=-t+2 \end{cases} / t \in \mathbb{R}$ شعاع توجيه لـ (Δ) $\vec{n}(2;2;-1)$
01.25	0.25×2 0.5 0.25	3) أ) التحقق أن معادلة ديكرتية للمستوي (p) $2x-y+2z+5=0$ ..... ب) (p) يشمل B ..... ..... $\vec{n}(2;-1;2)$ ناظمي لـ (p) ، $\vec{n}.\vec{n}=0$ ومنه $(p) \perp (Q)$ .....
0.75	0.25 0.25 0.25	4) أ) تعيين قيم t : $ t =1$ ب) استنتاج احداثيات C مركز سطح الكرة: $C(2;2;1)$ حساب نصف القطر r : $r=d(C;(p))=d(C;(Q))=3$ ( تقبل إجابات أخرى ) .....
01.5	0.5×3	التمرين الثالث : (06 نقاط) I) حل المعادلة : $\Delta = -8$ ، $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ .....
1.25	0.5×2 0.25	II) 1) الكتابة على الشكل الأسّي: $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\frac{1}{z_B} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ..... - لدينا : $e^{i\frac{\pi}{2}} = i = \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^2 = \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^2$ .....
1.25	0.25 0.5×2	2) نجد $z_C - z_\Omega = -3(z_B - z_\Omega)$ نجد $z_C = -\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$ .....
1.5	0.5×3	3) نجد $z_D - z_O = -i(z_B - z_O)$ نجد $z_D = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ .....
0.5	0.25 0.25	4) أ) تبيان أن $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ - استنتاج طبيعة المثلث ACD : المثلث قائم في A و متساوي الساقين ب) لاحقة النقطة E : $z_E - z_C = z_D - z_A$ نجد $z_E = -3\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ .....

		التمرين الرابع: (06 نقاط)
		$f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$ دالة معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$
01.25	0.5×2 0.25	(1) نهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ $x=1$ : معادلة مقارب عمودي (d)
1	0.25 0.25 0.5	(2) بيان أن من أجل $x \in ]-\infty; 1[$ : $f'(x) = \frac{(-x^2+x-1)}{(x-1)^2}e^{-x}$ من أجل $x \in ]-\infty; 1[$ : $f'(x) < 0$ : دالة متناقصة تماما على كل المجال $]-\infty; 1[$ جدول التغيرات.
01	0.5 0.25 0.25	(3) أ- معادلة المماس (T): $y = -x$ عند $0$ ب- اتجاه تغير الدالة $h$ : بيان أن من أجل $x \in ]-\infty; 1[$ : $h'(x) = -e^{-x} + 1$ من أجل $x \in ]-\infty; 0[$ : $h'(x) \leq 0$ : $h$ متناقصة تماما على مجال $]-\infty; 0[$ من أجل $x \in [0; 1[$ : $h'(x) \geq 0$ : $h$ متزايدة تماما على مجال $[0; 1[$ $h(0) = 0$ قيمة حدية صغرى للدالة $h$ على المجال $]-\infty; 1[$ منه: $h(x) \geq 0$
0.75	0.25 0.25 0.25	(4) بيان أن من أجل $x \in ]-\infty; 1[$ : $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ - الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمماس (T): من أجل $x \in ]-\infty; 0[$ : المنحنى $(C_f)$ يقع فوق المماس (T) من أجل $x \in [0; 1[$ : المنحنى $(C_f)$ يقع تحت المماس (T) من أجل $x = 0$ : المماس (T) يخترق المنحنى $(C_f)$ تفسير الهندسي: مبدأ المعلم $O$ نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$
0.75	0.25 0.5	(5) معادلة المستقيم $(\Delta): y = -\frac{e^2}{3}x$ وإنشاء المماس (T)، $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$ .
0.5	0.5	(6) أ- إثبات أنه من أجل $x \in [-1; 0]$ : $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$ : $f(x) - \frac{x}{x-1} = \frac{x(e^{-x}-1)}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$ : لدينا $e^{-x} - 1 \geq 0$ و $\frac{x}{x-1} \geq 0$ إذن $f(x) \geq \frac{x}{x-1}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$ : $f(x) - e^{-x} = \frac{e^{-x}}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$ : لدينا $e^{-x} > 0$ و $x-1 < 0$ إذن $f(x) < e^{-x}$



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
مجموع	مجزأة													
		<b>التمرين الأول: ( 03 نقاط )</b>												
0.75	0.25×3	(1) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1} = \frac{v_{n+1}}{u_{n+1}} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3} \left( \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2} \right)$ أي $w_{n+1} = \frac{5}{3} w_n$ و منه $(w_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{3}$ و حدّها الأول $w_0 = \frac{5}{2}$ .												
0.75	0.25	(2) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $w_n = \frac{5}{2} \left( \frac{5}{3} \right)^n$												
	0.5	استنتاج أنّه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_n = 5^{n+1} - 3^n$												
01	01	(3) $3^2 \equiv 1[8]$ ، $3^1 \equiv 3[8]$ ، $3^0 \equiv 1[8]$ إذن: من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $3^{2k} \equiv 1[8]$ و $3^{2k+1} \equiv 3[8]$ $5^2 \equiv 1[8]$ ، $5^1 \equiv 5[8]$ ، $5^0 \equiv 1[8]$ إذن : من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $5^{2k} \equiv 1[8]$ و $5^{2k+1} \equiv 5[8]$												
0.5	0.5	(4) من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $v_{2k} \equiv 4[8]$ و $v_{2k+1} \equiv 6[8]$												
		<b>التمرين الثاني: ( 05 نقاط )</b>												
01.5	0.5×3	I. (1) " سحب كرتين مختلفتين اللون ." $p(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{C_7^2} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$												
01.5	0.5×3	(2) " سحب كرتين من نفس اللون ." $p(B) = 1 - p(A) = \frac{3}{7}$												
01.5	1	II (1) تبرير قيم المتغير العشوائي $X$ ..... - قانون الاحتمال للمتغير العشوائي												
01.5	0.5	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th><math>\{B, B\}</math></th> <th><math>\{B, N\}</math></th> <th><math>\{N, N\}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td><math>100 - \alpha</math></td> <td><math>50 - \alpha</math></td> <td><math>-\alpha</math></td> </tr> <tr> <td><math>p(X = x_i)</math></td> <td><math>\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}</math></td> <td><math>\frac{12}{21}</math></td> <td><math>\frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}</math></td> </tr> </tbody> </table>		$\{B, B\}$	$\{B, N\}$	$\{N, N\}$	$x_i$	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$	$p(X = x_i)$	$\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}$
	$\{B, B\}$	$\{B, N\}$	$\{N, N\}$											
$x_i$	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$											
$p(X = x_i)$	$\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}$											
0.5	0.25	(2) تبيان أنّ : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$												
0.5	0.25	- حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X) > 0$ أي: $-\alpha + \frac{300}{7} > 0$ و منه $\alpha < 42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ $\alpha$ هي $42,85$												

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1.5	1	التمرين الثالث: ( 04 نقاط ) $z_2 = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i \text{ و } z_1 = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i \text{ ؛ } \Delta = -12 = (2\sqrt{3}i)^2 \text{ (I) أ}$
	0.5	ب) $\frac{1}{z_2} = 1 - \sqrt{3}i = 2e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ ؛ $\frac{1}{z_1} = 1 + \sqrt{3}i = 2e^{i(\frac{\pi}{3})}$ .....
1.25	0.5	$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{i(-\frac{\pi}{3})} : \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ حساب (II) أ) إذن المثلث $ABC$ متقايس الأضلاع.
	0.25	
0.5	0.25	ب) $B$ هي صورة $C$ بالدوران الذي مركزه $A$ و زاويته $(-\frac{\pi}{3})$
0.5	0.25	2) $T_{\overline{CB}}(A) = D$ معناه $\overline{AD} = \overline{CB}$ أي $z_D - z_A = z_B - z_C$ و منه $z_D = 4 + 2\sqrt{3}i$ . الرباعي $ACBD$ معين.
0.5	0.5	3) لتكن $M$ نقطة لاحقتها $z$ ، $ z - (1 + i\sqrt{3})  =  z - (1 - i\sqrt{3}) $ معناه $M \in (\gamma)$ أي $BM = CM$ و بالتالي $(\gamma)$ هي محور القطعة $[BC]$ (محور الفواصل).
0.25	0.25	4) $G$ مركز الدائرة المحيطة بالمثلث $ABC$ أي $AG = BG = CG$ و منه $G \in (\gamma)$
2.75	1	التمرين الرابع: ( 08 نقاط ) 1) أ) من أجل كل $x$ من $]0;1[$ ، $g'(x) = -1 + \frac{1-x}{x} > 0$ ، و منه الدالة $g$ متزايدة تماما على $]0;1[$ . ب) $g$ مستمرة و متزايدة تماما على $]0;1[$ و بالتالي على $[0,15;0,16]$ و $g(0,15) \times g(0,16) < 0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد $\alpha$ وحيد حيث $g(\alpha) = 0$ و $0,15 < \alpha < 0,16$ .
	1	2) واستنتاج إشارة $g(x)$ : $0 \quad   \quad - \quad \alpha \quad   \quad + \quad 1 \quad   \quad +\infty$
	0.75	

