العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)
مجموع	**مجزأة**	
04		**التمرين الأوّل: (04 نقطة)**
	0,50	1) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ج) لأنّ كل من النقطتين A و C تنتميان إلى (P).
	0,75	2) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ الشعاع الناظمي $\vec{n}(1;-2;1)$ لـ (P) لا يُعامد $\overrightarrow{AB}(-1;2;-3)$.
	0,75	3) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ $B\in(\Delta)$ و $\overrightarrow{OB}(0;3;1)$ يُعامد $\vec{u}(-1;1;3)$ شعاع توجيه (Δ).
	01	4) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح أ) لأنّ C نقطة مشتركة بين (AC) و (Δ) بينما $A\notin(\Delta)$ (أو بأيّ طريقة أخرى).
	01	5) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ العلاقة $BM^2-9CM^2=0$ تكافئ $(\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{CM})(\overrightarrow{BM}+3\overrightarrow{CM})=0$ أي: $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{HM}=0$ حيث G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-3)\}$ و H مرجح الجملة $\{(A;1);(B;3)\}$ إذن مجموعة النقط هي سطح الكرة التي قطرها $[GH]$.
04		**التمرين الثاني: (04 نقاط)**
	0,50	1) حلا المعادلة هما: $z_1=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{3}i$ و $z_2=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{3}i$
	0,50	2) أ) الشكل الأسي $z_A=\frac{2}{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_B=\frac{2}{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$.
	0,75	ب) لدينا $\frac{z_A}{z_B}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437}=e^{i2\pi(336)}+e^{i(2\pi(239)+\pi)}=1-1=0$
	0,50	جـ) $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{3}}$ يكون حقيقيا إذا كان $\frac{n\pi}{3}=k\pi$ ومنه $n=3k\ ;k\in\mathbb{N}$.
	0,75	3) أ) $z'=\left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$ تكافئ $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ومنه f دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$
	0,50	ب) $f(A)=C$ ومنه $z_C=\frac{2}{3}i$.
	0,50	جـ) لدينا: $z_A+z_B+z_C+z_D=0$ ومنه $z_D=-\frac{2\sqrt{3}}{3}-i\frac{2}{3}$.
03		**التمرين الثالث: (05 نقاط)**
	0,50 **0,75**	1) الحل الخاص هو: $(x_0;y_0)=(-19;-19)$. مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $(x;y)=(7k-19;6k-19);k\in\mathbb{Z}$.
	0,75 **0,25**	2) الجملة $(\lambda\in\mathbb{Z})$ $\begin{cases}\lambda\equiv 24[7]\\ \lambda\equiv 5[6]\end{cases}$ تكافئ المعادلة (E). ومنه $\lambda=6x+5=6(7k-19)+5=42k-109;k\in\mathbb{Z}$ ، باقي قسمة λ على 42 هو 17
	0,75	3) $\lvert x+y-1\rvert\le 13$ تكافئ $2\le k\le 4$ و $k\in\mathbb{Z}$ ومنه $(x;y)\in\{(-5;-7),(2;-1),(9;5)\}$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)
مجموع	مجزأة	
02	01	4) أ) لدينا: $5^{6k+\alpha}\equiv 5^{\alpha}[7]$ حيث $\alpha\in\{0,1,2,3,4,5\}$ و k عدد طبيعي ومنه مجموعة البواقي هي: $\{1,5,4,6,2,3\}$.
	01	ب) $\begin{cases}n-5^{n}\equiv 2020[7]\\ n\equiv 1437[6]\end{cases}$ تكافئ $\begin{cases}n-6\equiv 4[7]\\ n=6k+3\end{cases};k\in\mathbb{N}$ ومنه $\begin{cases}n=6k+3\\ n=7q+3\end{cases}$ ومنه $n=42m+3\,;\,m\in\mathbb{N}$.
07		**التمرين الرابع: (07 نقاط)**
	0,50	I) 1) أ) $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.
	0,75 0,25	ب) $g'(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{(x+1)^{2}}$ إذن g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$. جدول التغيرات
	0,50	2/ أ) g مستمرة ورتيبة تماما على $[0.4;0.5]$ ولدينا $g(0,4)=-0,09$ و $g(0,5)=0,07$ ومنه المعادلة تقبل حلا وحيد α حيث: $0,4<\alpha<0,5$.
	0,25	ب) إشارة $g(x)$
	0,50	II) 1) $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
	0,50 0,25	2) أ) f تقبل الاشتقاق على $]-1;+\infty[$ و $f'(x)=g(x)$ إذن f متناقصة تماما على $]-1;\alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$. جدول التغيرات
	$0,25\times 2$	ب) $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ و الحصر لـ $f(\alpha)$.
	0,25	3) أ) التحقق أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإنّ $h'(x)=f'(x)-f'(a)$.
	0,50	ب) $h'(x)=f'(x)-f'(a)=g(x)-g(a)$ و $h'(x)=0$ يعني $x=a$ و بما أنّ g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ فإن: $h'(x)>0$ على المجال $]a;+\infty[$ و $h'(x)<0$ على المجال $]-1;a[$. h متزايدة تماما على $[a;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-1;a]$.
	0,25	ج) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن $f(x)-y=h(x)$ و $h(a)=0$ ومنه $h(x)\geq 0$ وهذا يعني (C) يقع فوق المماس (T_a).
	0,75	4) أ) (T_a) تشمل النقطة $A(1;0)$ يعني $-a^{2}+3a=0$ ومنه $a=0$ أو $a=3$ معادلتيهما: $(T_0):y=-x+1$ و $(T_3):y=\left(\dfrac{1}{2}+\ln 4\right)(x-1)$.
	0,75	ب) رسم المماسين (T_0) و (T_3) و المنحني (C).
	0,25	5) أ) $H'(x)=(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.
	0,25	ب) $A=\left(\int_1^2 f(x)dx\right)u.a=\left(-\dfrac{3}{2}\ln 3+2\ln 2+\dfrac{7}{4}\right)u.a$ أي $A\approx 1,48u.a$

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (05 نقاط)		
1) اتجاه تغيّر الدالة f : $f'(x)=\frac{2x^2-2x}{(2x-1)^2}$ $-\infty \quad + \quad 0 \quad - \quad 1 \quad + \quad +\infty$ الدالة f متزايدة تماما على $[1;+\infty[$.	0,50 0,25	05
2) أ) تمثيل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على محور الفواصل.	0,50	
ب) المتتالية (u_n) يبدو أنّها متناقصة تماما و متقاربة.	0,50	
جـ) برهان من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le 6$	0,50	
د) المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.	0,50	
هـ) (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ و محدودة من الأسفل بالعدد 1 فهي متقاربة إلى العدد 1.	0,25	
3) أ) (w_n) متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول $w_0=\ln\frac{5}{6}$.	0,25	
ب) $w_n=w_0 2^n$ ومنه $w_n=2^n\ln\frac{5}{6}$. $w_n=\ln(v_n)$ نجد $v_n=e^{w_n}$ أي $v_n=\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}$.	0,25 0,25	
جـ) $u_n=\frac{1}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}=0$. $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$	0,50 0,25	
4) $S_n=1-\left(\frac{5}{6}\right)^1+1-\left(\frac{5}{6}\right)^2+1-\left(\frac{5}{6}\right)^4+.....+1-\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}$ أي $S_n=(n+1)-\left(\frac{5}{6}\right)\times\frac{1-\left(\frac{5}{6}\right)^{2n+2}}{\frac{11}{36}}$ و منه $S_n=n+\frac{30}{11}\left(\frac{5}{6}\right)^{2n+2}-\frac{19}{11}$.	0,50	
التمرين الثاني: (04,5 نقطة)		
I) 1) $S=\left\{\frac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2}-\sqrt{2}i;\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right\}$	01	03,75
2) $z=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{0i}$ و $z=2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z=2e^{i\frac{\pi}{4}}$.	0,75	
II) 1) تعليم النقط.	0,50	
2) $d=-\sqrt{2}+3\sqrt{2}i$ ، $e=-\sqrt{2}-\sqrt{2}i$.	$0,50\times 2$	
III) 1) $z=\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.	0,50	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة	
	مجزأة	**مجموع**
2) الرباعي $BDFE$ مربع.	0,75	0,75
التمرين الثالث: (**04 نقاط**)		04
1) ABC مثلث قائم في A.	0,50	
2) $(P): x+y+z-3=0$.	0,50	
3) أ) دراسة تعامد (P) و (P'): $\overrightarrow{n_{(P)}}(1;1;1)$ ناظمي لـ (P). $\overrightarrow{n_{(P')}}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P'): $\overrightarrow{n_{(P)}}\cdot\overrightarrow{n_{(P')}}=0$.	0,50	
ب) تبيان أن المستقيم (Δ) هو مستقيم تقاطع (P) و (P'). (تُقبل كل الطرق).	0,75	
4) أ) H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ) معناه $H\in(\Delta)$ و $\overrightarrow{HD}\perp\overrightarrow{V}$	0,50	
ب) $d(D;(\Delta))=HD=\sqrt{\frac{16}{9}+\frac{1}{9}+\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{21}}{3}$.	0,50	
5) أ) $E(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ)	0,25	
ب) $V_{ABCE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AB\times AC\times EA=27u.v$.	0,50	
التمرين الرابع: (**06,5 نقطة**)		05,5
I) 1) أ) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.	0,50	
ب) $g'(x)=-\ln x$ و إشارة $g'(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير g. تشكيل جدول التغيّرات	0,75	
2) تبيان المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3;5<\alpha<3,6$	0,50	
3) إشارة $g(x)+1$ على $]0;+\infty[$.	0,25	
II) 1) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x=0$. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=0$.	0,25 0,25	
2) أ) برهان أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.	0,50	
ب) الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha[$ و متناقصة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$ جدول التغيرات	0,25 0,25	
جـ) $(T): y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$	0,50	
د) $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=0$ ، المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل مماسا أفقيا معادلته : $y=f(\alpha)$ عند النقطة ذات الفاصلة α.	0,50	
3) أ) تبيان أنّ: $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha}$.	0,25	
ب) $0,28<f(\alpha)<0,29$.	0,25	
جـ) الرسم.	0,50	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة	
	مجزأة	مجموع
4) أ) التحقق من أن (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x-m$	$\mathbf{0,25}$	**01**
ب) المعادلة تقبل حلين متمايزين معناه $-m<-\frac{1}{2}$ أي $m\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.	$\mathbf{0,25}$	
5) أ) تبيان أن الدالة h زوجية.	$\mathbf{0,25}$	
ب) الرسم.	$\mathbf{0,25}$	