الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2014

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05,5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

نسمي A ، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب $z_1=\sqrt{3}+i$ ، $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$

أ) أكتب العدد $\dfrac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي.

ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي n يكون من أجلها العدد المركب $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفا ؟ برّر إجابتك.

3) أ) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول B إلى C، محددا نسبته وزاويته.

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC

4) أ) عيّن العناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق:

$$|z-z_1|^2+|z-z_3|^2=5$$

ب) عيّن (E') مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث: $|z-z_1|=|z-z_3|$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

(Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان من الفضاء معرفان بتمثيليهما الوسيطيين التاليين:

$$(\Delta_1):\begin{cases}x=3+2t\\ y=-2-2t\\ z=1-t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R}) \quad \text{و} \quad (\Delta_2):\begin{cases}x=1\\ y=-1-t'\\ z=4+2t'\end{cases}\ (t'\in\mathbb{R})$$

1) أ) عيّن إحداثيات النقطة B تقاطع المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) المعيّن بالمستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

2) أ) أثبت أن النقطة $A(6;4;4)$ لا تنتمي إلى المستوي (P)

ب) بيّن أن النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)

3) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}(5;1;-7)$ شعاع ناظمي له.

ب) عيّن إحداثيات C و D نقطتي تقاطع (Q) مع كل من (Δ_1) و (Δ_2) على الترتيب.

4) أ) عيّن طبيعة المثلث BCD، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

ب) استنتج مساحة المثلث ACD

<u>التمرين الثالث</u>: (04 نقاط)

I) f هي الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\ln(x-1)$

1) حدد حسب قيم x، إشارة $f(x)-x$

2) أ) عيّن اتجاه تغيّر f

ب) بيّن أنه إذا كان $x\in[2;e+1]$ فإن $f(x)\in[2;e+1]$

II) (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=e+1$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1}=u_n-\ln(u_n-1)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_n\in[2;e+1]$

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3) برر تقارب المتتالية (u_n)، ثم أحسب نهايتها.

<u>التمرين الرابع</u>: (06 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

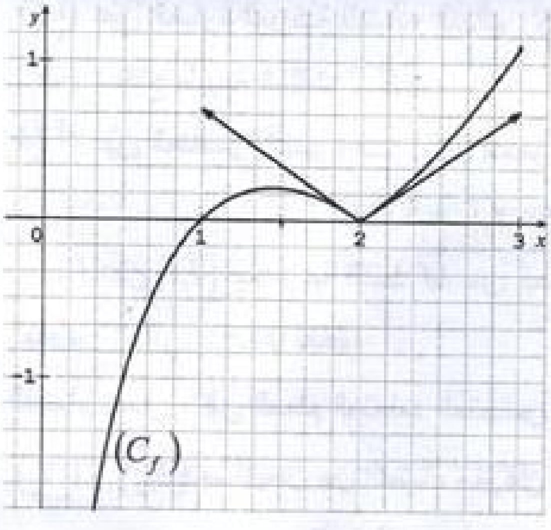
I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ: $g(x)=x\ln x+x$

1) أدرس تغيرات الدالة g

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3]$

ثم تحقق أن $1,45<\alpha<1,46$

ب) استنتج إشارة $g(x)-2$



II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f المعرفة على

المجال $]0;3]$ بـ: $f(x)=|x-2|\ln x$

1) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

2) أثبت صحة تخمينك.

3) أدرس تغيرات الدالة f

III) h الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ كما يلي: $h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$

1) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h)؛ حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h

2) أدرس اتجاه تغير الدالة h، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقطة A ذات اللاحقة $z_0=1+i$

1) أ) عيّن ثم أنشئ (γ) مجموعة النقط $M\left(z\right)$ من المستوي حيث: $z=z_0+2e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$

ب) عيّن ثم أنشئ (γ') مجموعة النقط $M\left(z\right)$ من المستوي حيث: $z=z_0+ke^{\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$ و k يمسح $\mathbb{R}^{+}$

ج) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع (γ) و (γ')

2) نسمي B النقطة التي لاحقتها z_1 حيث $z_1=z_0+2e^{\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$

أ) عيّن الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{z_1-z_0}{z_0}$، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب) عيّن z_2 لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

ج) عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث تكون النقطة O مرجحا للجملة $\left\{(A;\alpha),(C;\beta)\right\}$ و $\alpha+\beta=\sqrt{2}$

د) عيّن ثم أنشئ $\left(E\right)$ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left(\left(1+\sqrt{2}\right)\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right)=0$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

A ، B و C ثلاث نقط من الفضاء حيث $A\left(0;-1;1\right)$ ، $B\left(1;3;2\right)$ و $C\left(-1;3;4\right)$

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ثم استنتج القيمة المدورة إلى الوحدة، بالدرجات، للزاوية $\widehat{BAC}$

ب) بيّن أن النقط A ، B ، C تعين مستويا.

2) أ) بيّن أن الشعاع $\vec{n}\left(2;-1;2\right)$ ناظمي للمستوي $\left(ABC\right)$

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$

3) ليكن $\left(S\right)$ سطح الكرة الذي معادلته: $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z+5=0$

نسمي Ω و R مركز و نصف قطر $\left(S\right)$ احسب R وعيّن احداثيات Ω

4) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين $\left(P_1\right)$ و $\left(P_2\right)$ مماسي سطح الكرة $\left(S\right)$ والموازيين للمستوي $\left(ABC\right)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

n و p عددان طبيعيان.

1) أدرس، حسب قيم n، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n

2) نضع: $C_n=16n+9$ و $D_p=5^p$

أ) بيّن أنه إذا كان $p=4k+2$ حيث k عدد طبيعي، فإنه يوجد عدد طبيعي n يحقق $C_n=D_p$

ب) عيّن n من أجل $p=6$

3) f هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=5^{(4x+2)}-9$

أدرس تغيرات الدالة f، ثم استنتج إشارة $f(x)$

4) (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=1$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1}=5^4\left(u_n+\frac{9}{16}\right)-\frac{9}{16}$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، فإن u_n عدد طبيعي.

5) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

التمرين الرابع: (06 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عيّن نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$، ثم تحقق أن $1{,}27<\alpha<1{,}28$

ب) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدّد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

جـ) أرسم (T) و (C_f)

4) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني

أ) بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب) ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

6) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^x$ حيث: a، b عددان حقيقيان

عيّن a، b حتى يكون: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=f(x)$