تكتب الإجابة النموذجية على هذه الورقة و لا تقبل سواها

إجابة النموذجية لموضوع **لامتحان :** بكالوريا دورة:2008

ختبار مادة: .الرياضيات **الشعبة: تقني رياضي** **المدة:** 04 ساعات و 30 د .

# الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

الموضوع الأول

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| اد مركبة<br>يلات نقطية | **تمرين 1:** (4 نقاط) | | |
| | 1/ بالتعويض في المعادلة (*) نبيّن أنّ $Z_0 = 3i$ هو حل لها ..... | 0.5 | |
| | 2/ حلول (*) في $\mathbb{C}$ هي : | | |
| | $(Z-3i)\left[Z^2+(2-i)Z-3-3i\right]=0$ ..... | 0.25 | |
| | $\Delta = 15+8i=(4+i)^2$ ، $Z_0=3i$ ، $Z_1=1+i$ ، $Z_2=-3$ ..... | 0.25×4 | |
| | الشكل الأسي $Z_0=3e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $Z_1=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $Z_2=3e^{i\pi}$ ..... | 0.25×3 | |
| | 3/ تعيين النقطة $G$ : $G(4,4)$ ..... | 0.25 | |
| | 4/ المجموعة $(E)$ هي الدائرة ذات المركز $G$ ونصف القطر $\sqrt{17}$ ..... | 0.5 | |
| | $A$ نقطة من هذه الدائرة لأنّ $GA=\sqrt{17}$ ..... | 0.25 | |
| | 5/ العبارة المركبة للتحاكي المطلوب هي : $z'=4z$ ..... | 0.25 | |
| | صورة المجموعة $(E)$ بهذا التحاكي هي الدائرة ذات المركز ..... | 0.25 | 04 |
| | $G'(16;16)$ ونصف القطر $4\sqrt{17}$ | | |
| | **تمرين2:** (5 نقاط) | | |
| | 1/ نلاحظ أنّ $\overrightarrow{AB}(2,0,-1)$ و $\overrightarrow{AC}(0,1,1)$ مستقلان خطيا ..... | 0.5 | |
| | منه النقط $A,B,C$ تعيّن مستو معادلته هي $x-2y+2z-1=0$ ..... | 0.5 | |
| | 2/ $(P_1)$ و $(P_2)$ متقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ لأنّ الشعاعين الناظمين عليهما | | |
| | $\vec{n}_1$ و $\vec{n}_2$ غير متوازيين حيث $\vec{n}_1(1,-2,2)$ و $\vec{n}_2(1,-3,2)$ ..... | 0.5 | |
| | 3/ $C$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$ لأنها نقطة مشتركة بين $(P_1)$ و $(P_2)$ ..... | 0.5 | |

**144**

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| هندسة فضائية | 4/ يكفي إثبات أنّ الشعاع $\vec{u}(2,0,-1)$ عمودي على كل من الشعاعين $\vec{n}_1(1,-2,2)$ و $\vec{n}_2(1,-3,2)$ ..... | 0.25×3 | 05 |
| | 5/ استنتاج أنّ التمثيل الوسيطي للمستقيم $(\Delta)$ هو ..... $\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases}$ حيث $k \in \mathbb{R}$ | 0.75 | |
| | 6/ قيمة الوسيط $k$ حتى يكون $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين هي $k=\frac{1}{5}$ ..... | 0.75 | |
| | المسافة بين $A$ و $(\Delta)$ هي الطول $AM=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ..... | 0.75 | |
| الدوال العددية<br>المتتاليات العددية | **تمرين 3:** (7 نقاط)<br>1/ أ – دراسة تغيرات $f$ على المجال $[0;2]$<br>$f'(x)=\frac{1}{(x+2)^2}$ - إشارة $f'(x)$ واتجاه التغيّر - ..... | 0.25×2+0.5 | |
| | جدول التغيرات ..... | 0.25 | |
| | ب – إنشاء المنحنى $(C)$ ..... | 0.75 | |
| | ج – برهان أنه إذا كان $x \in [0;2]$ فإنّ $f(x) \in [0;2]$ ..... | 0.5 | |
| | من جدول التغيرات وحيث أنّ $f$ مستمرة ومتزايدة تماما على المجال المعطى $f(0)=\frac{3}{2}$ و $f(2)=\frac{7}{4}$ نستنتج أنّ صورة أي عدد حقيقي $x$ من المجال $[0;2]$ بالدالة $f$ هي العدد الحقيقي $f(x)$ من المجال $\left[\frac{3}{2};\frac{7}{4}\right]$ وحيث أنّ $\left[\frac{3}{2};\frac{7}{4}\right]$ محتوى في $[0;2]$ ينتج $f(x) \in [0;2]$ . | | |
| | 2/ أ – نبرّر وجود المتتالية $(U_n)$ بتوضيح أنّ كل حدودها تنتمي إلى المجال $[0;2]$ وهذا محقق بالنظر إلى جواب السؤال 1/ ج – ..... | 0.25 | |
| | * حساب $U_1$ و $U_2$ ..... | 0.25×2 | |
| | ب – تمثيل الحدود $U_0$ ، $U_1$ و $U_2$ ..... | 0.25×3 | |
| | ج – التخمين: $(U_n)$ متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى وبالتالي فهي متقاربة ..... | 0.25 | |
| | 3/ أ - البرهان بالتراجع على العدد الطبيعي $n$ أنّ : $0 \leqslant U_n \leqslant \sqrt{3}$ ..... | 0.75 | |
| | ب - البرهان أنّ : $U_{n+1} > U_n$ من أجل كل عدد طبيعي $n$ ..... | 0.75 | |

145

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| | بما أننا برهنا أنّ $(U_n)$ محدودة من الأعلى بالعدد $\sqrt{3}$ ومتزايدة تماما نستنتج أنها متقاربة وهذا ما يؤكد صحّة المخمّنة السابقة ..... | 0.25 | |
| | ج – التحقق أنّ $U_{n+1}-\sqrt{3}\leqslant\frac{2-\sqrt{3}}{U_n+2}(U_n-\sqrt{3})$ ..... | 0.25 | |
| | تعيين عددا حقيقيا $k$ يجيب عن السؤال ..... | 0.25 | |
| | تبيان أنّ : $\lvert U_n-\sqrt{3}\rvert\leqslant k^n\lvert U_0-\sqrt{3}\rvert$ ..... | 0.25 | |
| | من المتباينة السابقة نستنتج أنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\sqrt{3}$ ..... | 0.25 | 07 |
| القواسم والمضاعفات | **تمرين 4:** (4 نقاط)<br>1/ أ - القيم الممكنة للعدد $pgcd(a,b)$ هي 1 أو 7 ..... | 0.75 | |
| | ب - نعتمد على المساواة $b-a=n+5$ لكي نبرهن أنّ العددين $a$ و $b$ من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ مضاعفا للعدد 7 ..... | 0.75 | |
| | ج - تعيين قيم $n$ التي يكون من أجلها $PGCD(a;b)=7$ .....<br>بناء على جواب السؤال السابق فإنّ قيم $n$ التي يكون من أجلها $PGCD(a;b)=7$ هي نفسها قيم $n$ التي يكون من أجلها $n+5$ مضاعفا للعدد 7 أي $n+5\equiv 0[7]$<br>ومنه $n=7k-5$ مع $k>1$. | 0.25×2+0.25 | |
| | 2/ أ - العددان $p$ و $q$ يقبلان القسمة على $n-5$ لأنّ $q=(n-5)(n-2)$ و $p=(n-5)(2n+3)$ ..... | 0.25×2 | |
| | ب - تعيين تبعا لقيم $n$ وبدلالة $n$ $PGCD(p;q)$ :<br>لدينا $PGCD(p;q)=(n-5)PGCD(a;b)$ .....<br>نميّز حالتين هما:<br>1 – لمّا $\underline{PGCD(a;b)=7}$ .....<br>نجد : $PGCD(p;q)=7(n-5)$ مع $n=7k-5$<br>أي $PGCD(p;q)=7(7k-10)$ و $k>1$ | 0.25<br>0.5 | |
| | 2 – لمّا $\underline{PGCD(a;b)\neq 7}$ أي $PGCD(a;b)=1$ .....<br>نجد : $PGCD(p;q)=(n-5)$ مع $n\neq 7k-5$. | 0.5 | 04 |
| | انتهى<br>**146** | | |

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| القواسم و المضاعفات | **التمرين الأول :04 ن** | | |
| | 1) التأكد من أن $(82,1)$ حل للمعادلة $(I)$ ..... | 0.25 | 1.25 |
| | حلول المعادلة $(I)$ هي : $(x=9k+82\ ,\ y=4k+1)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ ..... | 1 | |
| | 2) $(2a-3b)(2a+3b)=11\times 29$ ..... | 0.75 | 1.75 |
| | $S=\{(-80,-53);(-80,53);(-10,-3);(-10,3);(80,-53);(80,53);(10,3);(10,-3)\}$ ..... | 1 | |
| | 3)الاستنتاج : $S'=\{(100,9);(6400,2809)\}$ ..... | 1 | 1 |
| هندسة فضائية | **التمرين الثاني : 04 ن** | | 1 |
| | 1) تبيان أنّ $G$ منتصف $[IJ]$ ..... | 1 | |
| | 2) $A(0,0,0)\ ;\ B(r,0,0)\ ;\ C(0,r,0)\ ;\ D(0,0,r)\ ;\ E(r,0,r)\ :\ F(0,r,r)$ ..... | **6×0.25** | 3 |
| | مجموعة النقط $M$ هي سطح الكرة الذي مركزها $G\left(\frac{r}{4},\frac{r}{4},\frac{r}{2}\right)$ ونصف قطرها $\frac{r}{4}\sqrt{10}$ ..... | **3×0.5** | |
| الأعداد المركبة و الهندسة | **التمرين الثالث : 04 ن** | | |
| | 1) $\Delta'=r^2\sin^2\frac{\theta}{2}$ ، $z_1=r\sin\frac{\theta}{2}+ir\cos\frac{\theta}{2}$ و $z_2=-r\sin\frac{\theta}{2}+ir\cos\frac{\theta}{2}$ ..... | **0.5×3** | 2.5 |
| | الشكل الأسي : $z_1=r\,e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\right)}$ و $z_2=r\,e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\theta}{2}\right)}$ ..... | **0.5×2** | |
| | 2 ) المثلث متقايس الأضلاع : $\widehat{AOB}=\frac{\pi}{3}$ و $OA=OB$ ..... | **0.5×2** | 1.5 |
| | $\theta=\frac{\pi}{3}+2\pi k\ ;\ \theta=-\frac{\pi}{3}+2\pi k\ /\ k\in\mathbb{Z}$ ..... | **0.25×2** | |
| الدوال العددية | **التمرين الرابع : 08 ن** | | |
| | 1) أ - $\lim\limits_{x\to-2^{>}} f(x)=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ..... | **0.25×2** | |
| | ب - $f'(x)=\frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$ و إشارته ..... | **0.5×2** | |
| | - جدول التغيرات ..... | **0.5** | |
| | جـ - $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x-2)\right)=0$ و $(D)$ مقارب مائل ..... | 1 | |
| | رسم $C_f$ ..... | 1 | |
| | د - تبيان أنّ صورة المجال $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ محتواة في $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ ..... | 0.75 | 4.75 |
| | 2 ) أ – تمثيل الحدود $U_0$ و $U_1$ و $U_2$ ..... | 1 | |
| | ب – تخمين اتجاه تغيّر وتقارب $(U_n)$ ..... | 0.75 | |
| | جـ – تبيان أن $1\le U_n\le\frac{5}{2}$ و $(U_n)$ متزايدة ..... | 0.5×2 | |
| | د - $(U_n)$ متقاربة ..... | 0.25 | |
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=\frac{5}{2}$ ..... | 0.25 | 3.25 |