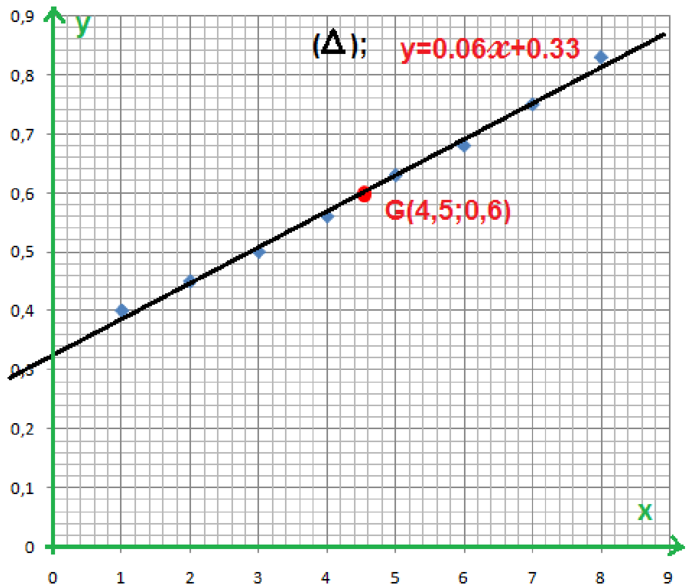
التصحيح المفصل لبكالوريا 2017 لشعبة التسيير و الإقتصاد

الموضـــــوع الأول

حل التمرين الأول : (الإحصاء).......04 نقاط

1)تمثيل سحابة النقط $M(x_i;y_i)$ في معلم متعامد :



2) إيجاد إحداثيات النقطة المتوسطة $G(\bar{x},\bar{y})$: $\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=4{,}5$ ، $\bar{y}=\frac{\sum y_i}{n}=0{,}6$ ، و منه : $G(4{,}5;0{,}6)$ ،
(التعليق في التمثيل ...).

3) بيان أن معادلة مستقيم الإنحدار (Δ) هي : $y=0{,}06x+0{,}33$

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	المجموع
ترتيب السنوات (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	
الميزانية (y_i)	0,4	0,45	0,5	0,56	0,63	0,68	0,75	0,83	
$x_i \times y_i$	0,4	0,9	1,5	2,24	3,15	4,08	5,25	6,64	24,16
$(x_i-\bar{x})^2$	12,25	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	12,25	42

$$a=\frac{(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i)-\bar{x}\bar{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \quad ، \quad a=\frac{\frac{1}{8}(24{,}16)-2{,}7}{\frac{1}{8}(42)}=\frac{3{,}02-2{,}7}{5{,}25}=0{,}06$$

$$b=\bar{y}-a\bar{x} \quad ، \quad b=0{,}6-0{,}06(4{,}5)=0{,}33$$

ومنه معادلة مستقيم الإنحدار (Δ) بالمربعات الدنيا هي : $y=0{,}06x+0{,}33$

4) تقدير الميزانية المتوقعة سنة 2020 :

أولا نعين رتبة 2020 وهي : $x_{2020}=(2020-2009)+1=12$

وعليه : $y=0{,}06(12)+0{,}33=1{,}05$ ، إذن الميزانية المتوقعة سنة 2020 هي : 1,05 مليون دينار

5) تعيين بداية من أي سنة تتجاوز الميزانية 1200000 دج أي 1,2 مليون دينار :

نحل المتراجحة : $0{,}06x+0{,}33>1{,}2$ أي $x>\frac{0{,}87}{0{,}06}$ ومنه $x>14{,}5$ إذن $x=15$

الأن نعين السنة التي توافق الرتبة 15 وهي : 2023 ، وعليه بداية من سنة 2023 سيتتجاوز الميزانية 1,2 م.د.ج .

حل التمرين الثاني (المتتاليات) ....04 نقاط

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $\begin{cases} u_0=-1 \\ u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2 \end{cases}$

1)- أ) البرهان بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3$ .... الخاصية $p(n)$

أولا : نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$ أي $p(0)$ صحيحة : $u_0<3$ أي $-1<3$ و هذا صحيح ، إذن الخاصية محققة من أجل $n=0$ أي $p(0)$ صحيح .

ثانيا : نفرض صحة الخاصية $p(n)$ أي : $u_n<3$ صحيحة .

ثالثا : نبرهن على صحة الخاصية من أجل $(n+1)$ أي $p(n+1)$ صحيحة أيضا.

لدينا $u_n<3$ أي $\frac{1}{3}u_n<1$ ومنه $\frac{1}{3}u_n+2<3$ إذن $u_{n+1}<3$ ، ومنه $p(n+1)$ صحيحة ، و أخيرا الخاصية $p(n)$ محققة أي من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3$.

ب) بيان أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما : ندرس إشارة $(\ u_{n+1}-u_n\ )$ فنجد :

$u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}u_n+2-u_n=-\frac{2}{3}u_n+2=\frac{2}{3}(-u_n+3)$ ، و لدينا مما سبق أن :

$u_n<3$ أي $-u_n+3>0$ ، ومنه نستنتج أن : $u_{n+1}-u_n>0$ و عليه فإن المتتالية (U_n) متزايدة تماما .

-إستنتاج أن المتتالية (U_n) متقاربة :

* بما أن لدينا : $u_n<3$ ، فنقول أن المتتالية (U_n) محدودة من الأعلى

* و لدينا أيضا أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما من أجل كل عدد طبيعي n .

ومنه نقول أن المتتالية(U_n) متقاربة .

2) لدينا من أجل كل عدد طبيعي n ، المتتالية (V_n) حيث : $v_n=3-u_n$.

أ- تبين أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$: $\left(v_{n+1}=v_n\times\frac{1}{3}\right)$ ...... إذن :

$$v_{n+1}=3-u_{n+1}=3-\frac{1}{3}u_n-2=-\frac{1}{3}u_n+1=\frac{1}{3}(-u_n+3)=\frac{1}{3}\times v_n$$

ومنه فإن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

-تعين الحد الأول v_0 : $v_0=3-u_0=3+1=4$. ومنه : $v_0=4$.

ب- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

تبيين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 3(n-1) + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

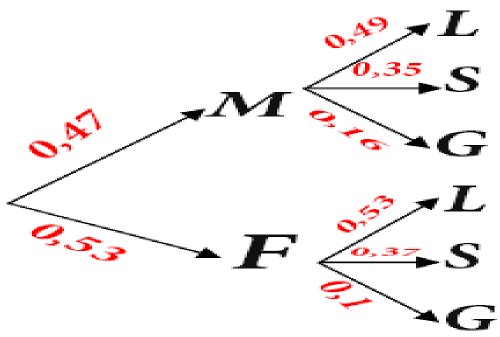
$S_n = (3-v_0) + (3-v_1) + \cdots + (3-v_n)$ أي $S_n = -(v_0 + v_1 + \cdots + v_n) + 3(n+1)$

$$S_n = -\left(4 \times \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}\right) + 3n + 3 = -6\left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^n\right] + 3n + 3 = -6 + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3n + 3$$

ومنه : $S_n = 3(n-1) + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .... وهو المطلوب .

حل التمرين الثالث : (الإحتمالات) ....04 نقاط

1)إنجاز شجرة الإحتمالات التي تنمذج الوضعية :



2) حساب إحتمالات الحوادث التالية :

A المترشح المختار أنثى ومن شعبة التسيير و الإقتصاد :

أي : $P(A) = P(F \cap G) = 0{,}53 \times 0{,}1 = 0{,}053$ ، ومنه إحتمال الحادثة « A » هو $P(A) = 0{,}053$.

B المترشح المختار من شعبة التسيير و الإقتصاد :

أي : $P(B) = P(M \cap G) + P(F \cap G) = 0{,}0752 + 0{,}053 = 0{,}1282$

لأن : $P(M \cap G) = 0{,}47 \times 0{,}16 = 0{,}0752$ ، ومنه إحتمال الحادثة « B »هو $P(B) = 0{,}1282$.

C المترشح المختار أنثى علما أنه من شعبة التسيير و الإقتصاد : أي نحسب الإحتمال الشرطي : $P_G(F)$

$P(C) = P_G(F) = \frac{P(F\cap G)}{P(G)} = \frac{0{,}053}{0{,}1282} = 0{,}41$ ، ومنه إحتمال الحادثة « C » هو $P(C) = 0{,}41$

تصحيح التمرين الرابع (الدالة اللوغاريتمية) :......... 08 نقاط

I) لدينا من أجل كل x من المجال $]0, +\infty[$: $g(x) = x^2 + 3lnx - 3$.

1)دراسة تغيرات الدالة g :

أ- النهايات : $\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0}(x^2 + 3lnx - 3) = -\infty$

$\lim_{x\to +\infty} g(x) = \lim_{x\to +\infty}(x^2 + 3lnx - 3) = +\infty$

ب- الدالة المشتقة : الدالة g قابلة للإشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و دالتها المشتقة هي :

$g'(x)=2x+\frac{3}{x}$ ، نلاحظ أنه من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ فإن : $g'(x)>0$ ، ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0,+\infty[$

ج- جدول التغيرات :

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	
$g(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

2) تبيين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث $1{,}40<\alpha<1{,}41$

الدالة g مستمرة و رتيبة تماما (متزايدة)على المجال $[1{,}4;1{,}41]$ و $g(1{,}41)\approx 0{,}018$ وأيضا

$g(1{,}4)\approx -0.03$ ، ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبلا حلا وحيدا α حيث $1{,}40<\alpha<1{,}41$

-إستنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x :

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

ومنه فإن $g(x)$ سالبة تماما على المجال من $]0;\alpha]$ و موجبة تماما على المجال $[\alpha,+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=x+1-\frac{3lnx}{x}$

1)-أ) حساب النهاية : $\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\left(x+1-\frac{3lnx}{x}\right)=+\infty$.

ومنه المستقيم ذو المعادلة $(x=0)$مقارب عمودي للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$.

ب- حساب النهاية : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+1-\frac{3lnx}{x}\right)=+\infty$ ، لأن : $\lim_{x\to+\infty}\frac{lnx}{x}=0$

2) بيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما فإن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ ودالتها المشتقة هي :

$f'(x)=1-\frac{\frac{3}{x}\times x-(3lnx)}{x^2}=1-\frac{3-3lnx}{x^2}=\frac{x^2-3+3lnx}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$ ، و هو المطلوب .

3) إستنتاج إتجاه تغير الدالة f ، و تشكيل جدول تغيراتها :

لدينا $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ، ومنه فإن الإشارة من إشارة $g(x)$ ، و عليه فإن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0;\alpha]$، و متزايدة تماما على المجال $[\alpha,+\infty[$.

-جدول التغيرات

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\|$ $+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

4)-أ) بيان أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

نحسب : $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - y) = \lim_{x\to+\infty}\left(x + 1 - \frac{3lnx}{x} - (x+1)\right) = 0$ ، لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{lnx}{x} = 0$

ومنه فإن المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحني (C_f) .

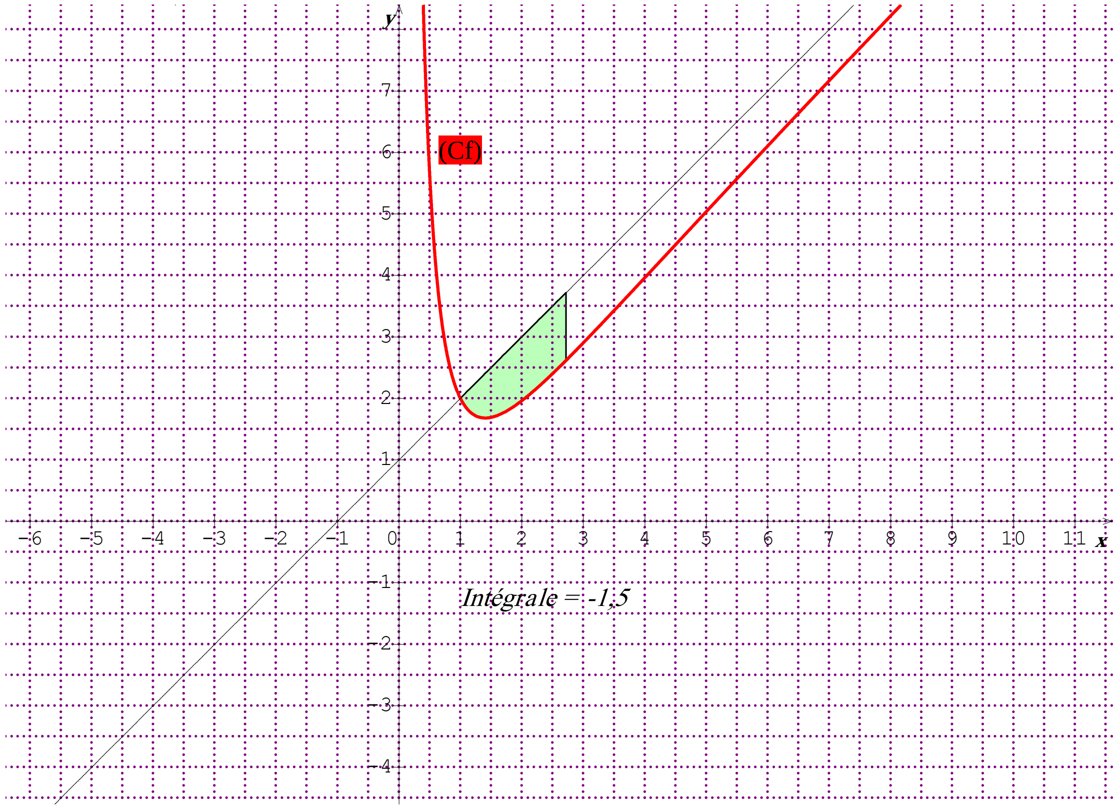
ب) دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) : ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$ ، فنجد :

$f(x) - y = -\frac{3lnx}{x}$ ، الإشارة من إشارة $-3lnx$ أي $lnx = 0$ ومنه $x = 1$.

نضع جدولا للوضعية

	0		1		$+\infty$
		$+$	0	$-$	
الوضعية	$\|$	(C_f) يقع فوق (Δ)	(C_f) يقطع(Δ)	(C_f) يقع تحت(Δ)	

5) إنشاء المنحني (C_f) و المستقيم (Δ)



6)-أ) بيان أن الدلة H حيث $H(x)=\frac{1}{2}(lnx)^2$ دالة أصلية للدالة h حيث $h(x)=\frac{lnx}{x}$ على المجال $]0,+\infty[$

$H'(x)=\frac{1}{2}\times 2\left(\frac{1}{x}\right)(lnx)=\frac{lnx}{x}$ ، ومنه فإن الدلة H دالة أصلية للدالة h على المجال $]0,+\infty[$.

ب) حساب S مساحة الحيز : أي نحسب $S=\int_1^e\left(x+1-(x+1)-\frac{3lnx}{x}\right)dx=\int_1^e 3\left(\frac{lnx}{x}\right)dx$

$$S=\left[\frac{3}{2}(lnx)^2\right]_1^e=\frac{3}{2}(lne)^2-\frac{3}{2}(ln1)^2=\frac{3}{2}\ u.a$$

إنتهى تصحيح الموضوع الأول