الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2010

الشعبة: تسيير واقتصاد (ن.ج)

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 3 ساعات و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

يمثّل الجدول التالي ضغط الدم y_i بدلالة السن x_i لعينة من الرجال.

السن x_i	35	40	45	50	55	60	65
ضغط الدم y_i	12,2	12,4	12,5	13	13,3	13,6	14

1) مثّل الجدول بسحابة نقط $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(30\,;11)$ وبوحدة $1cm$ لكل 5 سنوات على محور الفواصل و $2cm$ لكل وحدة على محور التراتيب.

2) أ) عيّن إحداثيي G النقطة المتوسطة للسحابة.

ب) مثّل النقطة G في المعلم السابق.

3) أوجد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا: $y = ax + b$ ، تعطى a و b مدورة إلى 10^{-2}.

4) أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.

5) رجل عمره 70 سنة وضغط دمه 15,2. هل هذا معقول حسب هذا التعديل ؟ علّل.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \left(\ln(x)\right)^2 + 2\ln(x) - 3$

و $\left(c_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري)

1) أ) حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة: $f(x) = 0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب) حلّل $f(x)$ إلى جداء عاملين.

ج) حل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة : $2\ln(x) + 2 \geq 0$

2) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) بيّن أن المنحنى $\left(c_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) n عدد طبيعي، أُحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = 1 + e + e^2 + \ldots + e^n$

(S_nمجموع حدود متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول 1 ؛ و e يرمز إلى اساس اللوغاريتم النبيري).

2) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2n + 4 + e^n$

بيّن أن: $w_n = u_n + v_n$

حيث (u_n) متتالية حسابية و (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول وَ الأساس لكل منهما.

3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن:

$$4 + 6 + 8 + \ldots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$$

4) استنتج المجموع S بدلالة n حيث:

$$S = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x) = x - 5 + \dfrac{a}{x^2}$ ، حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

2) أُحسب: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

3) أ- بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x) = \dfrac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x^3}$، استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.

5) أوجد معادلة لـ(Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

6) أُرسم (Δ) والمنحنى (C_f).

7) أ- عيّن الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تحقق: $F(2) = -10$.

ب- أُحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

يُمثّل الجدول التالي تطور إنتاج سنوي بالطن لأحد أنواع الأسماك في إحدى المجمعات المائية لتربية الأسماك:

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج y_i	530	640	770	850	980	1115

1) مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ المرفقة بالسلسلة الإحصائية في معلم متعامد

(على محور الفواصل $2cm$ يمثّل سنة واحدة، على محور التراتيب $1cm$ يمثّل 100 طن من السمك).

2) عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة.

3) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y = 115x + 411,67$.

4) عيّن إنتاج هذا المُجمع المائي في سنة 2015. (تعطى كل النتائج مدورة إلى 10^{-2})

التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن $\left(u_n\right)$ المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{4}$.

1) احسب الحدود u_1، u_2 و u_3.

2) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n < 2$.

ب - بيّن أن المتتالية $\left(u_n\right)$ متزايدة تماما.

جـ - استنتج أن المتتالية $\left(u_n\right)$ متقاربة.

3) نعتبر المتتالية $\left(v_n\right)$ المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 2$.

أ - بيّن أنّ $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب - اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = 2 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^n$.

جـ - ما هي نهاية المتتالية $\left(u_n\right)$ ؟

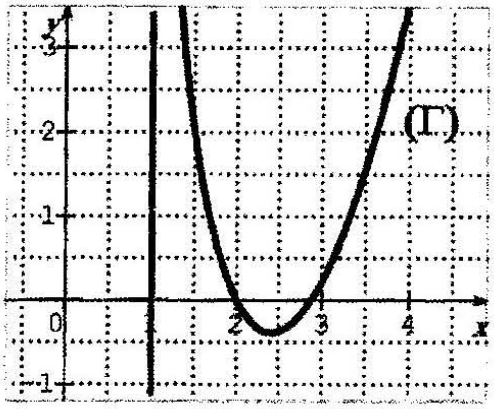
4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n

فإن: $u_0 + u_1 + \ldots + u_n = 3\left(\dfrac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$

($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري). (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس كما هو في الشكل التالي:



1) بقراءة بيانية ، عيّن عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.

2) احسب $g(2)$.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث : $2,87<\alpha<2,88$.

4) استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ في المجال $]1;+\infty[$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=x-3+4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1} .$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ - أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$. (لاحظ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$)

ب - احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

جـ - بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د - أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_f).

هـ - ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2) أ - بيّن أنّه من أجل كل عدد x من المجال $]1;+\infty[$ لدينا:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2} \text{ ، } (f' \text{ هي الدالة المشتقة للدالة } f).$$

ب - استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)=3,9$)

4) أ - عين مشتقة الدالة: $x\mapsto[\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

ب - احسب: $\int_2^5 f(x)dx$ ، فسّر النتيجة هندسيا.