

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقط)

يمثل الجدول الآتي تطور إنتاج معمل الإسمنت خلال 6 سنوات من 2000 إلى 2005 .

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج بالمليون طن y_i	3,8	4	4,5	4,8	5,2	5,6

1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد و متجانس حيث وحدة الأطوال $2cm$.

2 - عين إحصائي النقطة المتوسطة G .

3 - ا- بين أن a معامل توجيه مستقيم الإنحدار (D) مدورا إلى 10^{-2} هو $a = 0,37$.

ب- علما أن G نقطة من (D) . عين معادلة مختصرة للمستقيم (D) .

ب- من أهداف المعمل الوصول إلى إنتاج 7,3 مليون طن في سنة 2009 .

بين باستعمال التعديل الخطي السابق إذا كان هذا الهدف يمكن أن يتحقق ؟

التمرين الثاني (4 نقط)

$$\begin{cases} u_0 = \alpha & ; (\alpha \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} & ; (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :

(1) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha = -\frac{8}{3}$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

(2) في كل مايلي $\alpha = 2$ ، و نعرف المتتالية العددية (v_n) كما يلي : $v_n = u_n + \frac{8}{3}$

أ) احسب u_1 ، u_2 .

ب) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0 .

ج- أكتب عبارة u_n بدلالة n . و احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث : (4 نقط)

يحتوي كيس على 7 كرات منها 3 بيضاء تحمل الأرقام 1، 2 ، 2 و أربع حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 1، 1

(1) نسحب كرة واحدة من الكيس .

أ) ما احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 .

ب) إذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال أن يكون لونها أحمرًا .

- (2) نسحب على التوالي كرتين من الكيس دون إرجاع.
 (أ) ما احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا.
 (ب) ما احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.
 (ج) ما احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3 .

التمرين الرابع : (08 نقط)

لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها . لها جدول التغيرات التالي :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث c, b, a أعداد حقيقية.

(1) احسب $f'(x)$.

(2) اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

أ- عين الأعداد الحقيقية c, b, a .

ب- عين $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا.

ج- قارن بين صورتَي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك.

(3) نأخذ فيما يلي : $a=1 ; b=1 ; c=\frac{1}{4}$ و ليكن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد

و متجانس .

(أ) بين انه عندما يؤول x الى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فان المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y = x + 1$.

(ب) لدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

(ج) اثبت ان النقطة $\omega(1,2)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

(د) عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل

(4) λ عدد حقيقي ، عين بيانيا ، حسب قيم λ عدد حلول للمعادلة $f(x) = |\lambda|$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5 نقاط):

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$.

1. احسب u_1 ، u_2 ، و u_3 .

2. أ. اثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -2$

ب. جد اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج؟

3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = u_n + 2$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية.

ب. عبر بدلالة n عن الحد العام v_n ثم u_n .

ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

د. احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الثاني (5 نقاط):

يحتوي كيس على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها باللمس، من بينها 6 حمراء اللون تحمل

الأرقام 1، 2، 2، 4، 6، 8، و البقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1، 3، 5، 5.

1) نسحب ثلاثة قريصات من هذا الكيس واحدة تلو الأخرى دون إرجاع.

المطلوب: حساب:

أ - احتمال الحصول على ثلاثة قريصات من نفس اللون.

ب - احتمال الحصول على ثلاثة قريصات بلونين مختلفين.

ج - احتمال الحصول على ثلاثة قريصات تحمل ثلاثة أرقام مجموعها 15.

د - احتمال الحصول على ثلاثة قريصات مجموعها 15 علما أنها من نفس اللون.

التمرين الثالث (5 نقاط):

الدالة كثير الحدود P معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $P(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + \frac{1}{2}$

1. شكل جدول تغيرات الدالة P على \mathbb{R} .

2. بين أن المعادلة $P(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\frac{1}{2}; 0[$.

3. استنتج إشارة $P(x)$ على \mathbb{R} .

4. الدالة العددية G معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $G(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + \frac{1}{2}x$

عين اتجاه تغير الدالة G على \mathbb{R} (لا يطلب حساب $G(\alpha)$).

التمرين الرابع (5 نقاط):

الجدول التالي يمثل تطور نسبة البطالة في بلد بين السنوات 1970 و 2005.

السنة a_i	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
رتبة السنة $x_i = a_i - 1970$	0	5	10	15	20	25	30	35
النسبة المئوية y_i	1.3	1.5	1.5	1.3	1.4	2.2	2.5	2

1. مثل بيانياً سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

(1cm لكل 5 سنوات على محور الفواصل و 1cm لكل 0.5% على محور الترتيب)

2. جد إحداثيتي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط ثم علمها.

3. أ. بين أن المعادلة المختصرة لـ (Δ) مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي:
 $y = 0,03x + 1,19$ ثم ارسمه.

ب. ما هي نسبة البطالة المتوقعة في هذا البلد سنة 2009؟

ج. ابتداء من أي سنة تصبح النسبة المتوقعة للبطالة أكبر من 3%؟