ثانوية : خالص سليمان ـ بشلول ـ البويرة — الشعبة: 3 آداب وفلسفة + لغات

التصحيح المفصل لبكالوريا جوان 2015

الموضوع1 — **الأستاذ: شداني عبد المالك**

تصحيح التمرين الأول (05 نقاط) — المحور: الحساب في $\mathbb{Z}$ — التنقيط

1.25 — **1) إذا كان a عددا صحيحا حيث : $a \equiv -1[5]$ فإن : الاجابة: ج) $a \equiv 99[5]$**

التعليل: لدينا $a \equiv -1[5]$ ومنه $\begin{cases} a \equiv 4[5] \\ 99 \equiv 4[5] \end{cases}$ ومنه $a \equiv 99[5]$.

1.25 — **2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو: الاجابة: ب) 6**

التعليل: لدينا، $99 \equiv 1[7]$ ومنه $-99 \equiv -1[7]$ وعليه $-99 \equiv 6[7]$

الخلاصة: باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو : 6

1.25 — **3) من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على الاجابة: أ) 3**

التعليل: لدينا، $10 \equiv 1[3]$ ومنه $10^n \equiv 1[3]$ وعليه $10^n - 1 \equiv 0[3]$

الخلاصة: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على 3

1.25 — **4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوما: الاجابة ب) مضاعف للعدد 3**

التعليل: لتكن a ، b و c ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة ومنه نجد: $\begin{cases} a = k \\ b = k+1 \\ c = k+2 \end{cases}$ مع $k \in \mathbb{N}$

منه: $a+b+c = k+(k+1)+(k+2) = 3k+3 = \boxed{3(k+1)} \rightarrow$ مضاعف للعدد 3

تصحيح التمرين الثاني (07 نقاط) — المحور: المتتاليات العددية — التنقيط

1 — **1) حساب u_1 و u_2 :** $u_1 = u_0 \times q = 2\times 3 = \boxed{6}$ ، $u_2 = u_1 \times q = 6\times 3 = \boxed{18}$

1 — **2) كتابة u_n بدلالة n ، ثم استنتاج u_5.**

من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = u_0 \times q^n = \boxed{2\times 3^n}$ حساب u_5 : $u_5 = 2\times 3^5 = \boxed{486}$

1 — **3) تعيين إتجاه تغير المتتالية (u_n)**

لدينا، $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2\times 3^{n+1}}{2\times 3^n} = \frac{\cancel{2\times 3^n}\times 3}{\cancel{2\times 3^n}} = 3$ ومنه نلاحظ $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ ومنه (u_n) متتالية متزايدة تماما

1 — **4) أ) حساب المجموع S_n .**

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = 2\times\frac{1-3^{n+1}}{1-3} = 2\times\frac{1-3^{n+1}}{-2} = -\left(1-3^{n+1}\right) = \boxed{3^{n+1}-1}$$

1 — **ب) إستنتاج بدلالة n قيمة المجموع : $2+6+18+...+486$**

نلاحظ ان: $2+6+18+...+486 = u_0+u_1+u_2+...+u_5 = 3^{5+1}-1 = 3^6 - 1 = \boxed{728}$

1 — **5) أ) تعيين باقي القسمة الاقليدية على 5 لكل من الاعداد 3 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4 :**

$\boxed{3 \equiv 3[5]}$ ، $\begin{cases} 3^2 \equiv 9[5] \\ 9 \equiv 4[5] \end{cases}$ إذن: $\boxed{3^2 \equiv 4[5]}$ ، $\begin{cases} 3^3 \equiv 27[5] \\ 27 \equiv 2[5] \end{cases}$ منه: $\boxed{3^3 \equiv 2[5]}$ ، $\begin{cases} 3^4 \equiv 81[5] \\ 81 \equiv 1[5] \end{cases}$ منه: $\boxed{3^4 \equiv 1[5]}$

0.5 — **ب) استنتاج انه لكل k من $\mathbb{N}$ ، $3^{4k} \equiv 1[5]$:** لدينا $3^4 \equiv 1[5]$ ومنه $\left(3^4\right)^k \equiv 1[5]$ ومنه $3^{4k} \equiv 1[5]$

0.5 — **ج) تعيين الاعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5 :**

يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5 معناه $3^n - 1 \equiv 0[5]$ أي $3^n \equiv 1[5]$ ، مما سبق لدينا $3^{4k} \equiv 1[5]$

ومنه نستنتج أن $\boxed{n = 4k}$

1) أ) حساب النهايات:

1

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-x+3}{x-2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-x}{x} = -1 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-x+3}{x-2} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-x}{x} = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 2} f(x) = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 2} \dfrac{-x+3}{x-2} = +\infty \\ \lim\limits_{x \xrightarrow{<} 2} f(x) = \lim\limits_{x \xrightarrow{<} 2} \dfrac{-x+3}{x-2} = -\infty \end{cases}$$

ب) استنتاج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f):

1

- المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 1$ (موازي لمحور الفواصل)
- المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $y = 2$ (موازي لمحور التراتيب)

2) حساب $f'(x)$ ثم إستنتاج اتجاه تغير الدالة f:

1.25

لدينا، $f'(x) = \dfrac{-1(x-2)-1(-x+3)}{(x-2)^2} = \dfrac{-1}{(x-2)^2}$ ومنه نلاحظ ان $f'(x) < 0$

0.5

الخلاصة: الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}-\{2\}$.

0.5

3) جدول التغيرات:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$-1 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow -1$

4) تعيين العددين a و b:

1

المستقيم (Δ) مماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 معناه $(\Delta): y = f'(0)(x-0)+f(0)$

بما أن: $f'(0) = -\dfrac{1}{4}$ و $f(0) = -\dfrac{3}{2}$ وعليه: $\boxed{(\Delta): y = -\dfrac{1}{4}x - \dfrac{3}{2}}$ الخلاصة: $a = -\dfrac{1}{4}$ ، $b = -\dfrac{3}{2}$

5) أ) التحقق ان $f(x) = -1 + \dfrac{1}{x-2}$

0.5

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $-1 + \dfrac{1}{x-2} = \dfrac{-(x-2)+1}{x-2} = \dfrac{-x+2+1}{x-2} = \dfrac{-x+3}{x-2} = f(x)$

ب) استنتاج النقط من المنحنى (C_f) التي من إحداثياتها أعداد صحيحة:

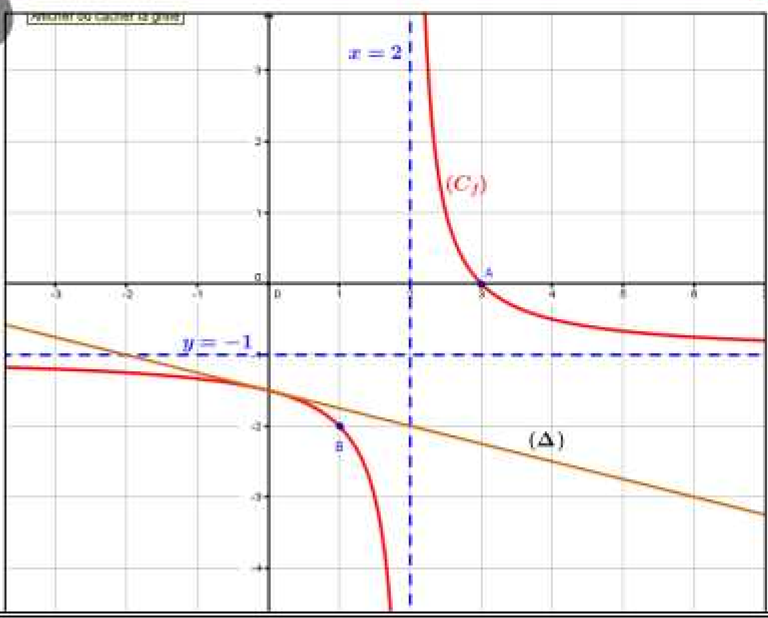
1

النقاط التي من أجلها تكون إحداثياتها صحيحة يعني ان $\dfrac{1}{x-2}$ عدد صحيح أي أن $x-2$ قاسم لـ 1 ومنه

$\begin{cases} x-2 = 1 \\ x-2 = -1 \end{cases}$ وعليه $\begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$ الخلاصة: النقط التي إحداثياتها أعداد صحيحة هي $A(3;0)$ و $B(1;-2)$

6) إنشاء (Δ) و (C_f):

1.25



التصحيح المفصل لبكالوريا جوان 2015

الموضوع2 — **الأستاذ: شداني عبد المالك**

تصحيح التمرين الأول (06 نقاط) — المحور: المتتاليات العددية — التنقيط

1) أ) تبيان أن u_1+u_3 : الوسط الحسابي: $u_1+u_3=2u_2=2\left(\frac{1}{2}\right)=1$

ب) تعيين الحد الاول u_1 ثم استنتاج ان $r=-\frac{5}{2}$:

لدينا، $\begin{cases}u_1+u_3=1\\ u_1-u_3=5\end{cases}$ بالجمع نجد $2u_1=6$ وعليه $\boxed{u_1=3}$ ومنه : $r=u_2-u_1=\frac{1}{2}-3=\boxed{-\frac{5}{2}}$

2) كتابة u_n بدلالة n :

من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=u_1+(n-1)r=3+(n-1)\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{2}n+\frac{5}{2}+3=\boxed{-\frac{5}{2}n+\frac{11}{2}}$

3) أ) حساب بدلالة n المجموع S_n :

$$S_n=\frac{(\quad)(u_1+u_n)}{2}=\frac{n\left(3-\frac{5}{2}n+\frac{11}{2}\right)}{2}=\frac{n\left(-\frac{5}{2}n+\frac{17}{2}\right)}{2}=\frac{n(-5n+17)}{4}$$

ب) تعيين قيمة n حتى يكون $S_n=-\frac{657}{2}$:

$S_n=-\frac{657}{2}$ يكافئ $\frac{n(-5n+17)}{4}=-\frac{657}{2}$ ومنه $2n(-5n+17)=-2628$

اي $-10n^2+14n+2628=0$ أي $-5n^2+7n+1314=0$

حساب المميز Δ : $\Delta=26569$ ومنه $\sqrt{\Delta}=163$ ومنه $\begin{cases}n=\frac{-17-163}{-10}=18\\ n=\frac{-17+163}{-10}=-\frac{146}{10}\notin\mathbb{N}\end{cases}$ الخلاصة: $n=18$

4) أ) التحقق انه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n)=-5n^2-n+18$:

لدينا، $(n+2)(9-5n)=9n-5n^2+18-10n=-5n^2-10n+9n+18=-5n^2-n+18$

ب) إثبات أن : $T_n=\frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$:

نضع، $P(n):T_n=\frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$

المرحلة1: من أجل $n=1$ الطرف الاول : $T_1=u_1=3$ الطرف الثاني: $\frac{1}{6}(2)(14-5)=3$ منه $P(1)$ محققة

المرحلة2: من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم ،

نفرض صحة $P(n):T_n=\frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$ ونبرهن صحة $P(n+1):T_n=\frac{1}{6}(n+1)(n+2)(9-5n)$

$$T_{n+1}=u_1+2u_2+\dots+nu_n+(n+1)u_{n+1}=T_n+(n+1)u_{n+1}=\frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)+(n+1)\left(-\frac{5}{2}n+3\right)$$

لدينا،

$$=\frac{1}{6}(n+1)\left[n(14-5n)+6\left(-\frac{5}{2}n+3\right)\right]$$
$$=\frac{1}{6}(n+1)\left[-5n^2-n+18\right]$$
$$=\frac{1}{6}(n+1)(n+2)(9-5n)$$

وهو المطلوب

$$u_{n+1}=-\frac{5}{2}(n+1)+\frac{11}{2}=-\frac{5}{2}n-\frac{5}{2}+\frac{11}{2}=-\frac{5}{2}n+3$$

التنقيط	المحور: الحساب في $\mathbb{Z}$ — تصحيح التمرين الثاني (06 نقاط)

1) تعيين باقي قسمة الاقليدية على 7 لكل من العددين a و b

$\begin{cases} a \equiv 13[7] \\ 13 \equiv 6[7] \end{cases}$ ومنه $a \equiv 6[7]$ من جهة أخرى $\begin{cases} b \equiv -6[7] \\ -6 \equiv 1[7] \end{cases}$ ومنه $b \equiv 1[7]$

الخلاصة: باقي قسمة الاقليدية على 7 لكل من العددين a و b هو 6 و 1 على الترتيب

2) تبيان أن العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7

$a \equiv 6[7]$ ومنه $a \equiv -1[7]$ وعليه $a^3 \equiv -1[7]$ اي $a^3+1 \equiv 0[7]$ ومنه a^3+1 يقبل القسمة على 7

$b \equiv 1[7]$ ومنه $b^3 \equiv 1[7]$ و عليه $b^3-1 \equiv 0[7]$ ومنه b^3-1 يقبل القسمة على 7

3) أ) تحقق أن $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$

لدينا $\begin{cases} a \equiv 6[7] \\ 2015 \equiv 6[7] \end{cases}$ ومنه $a \equiv 2015[7]$ ، $\begin{cases} b \equiv 1[7] \\ 1436 \equiv 1[7] \end{cases}$ ومنه $b \equiv 1436[7]$

ب) تعيين باقي القسمة الاقليدية على 7 للعدد 2015^3+1436^3

لدينا، $\begin{cases} a \equiv 2015[7] \\ b \equiv 1436[7] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^3 \equiv 2015^3[7] \\ b^3 \equiv 1436^3[7] \end{cases}$ بالجمع نجد: $a^3+b^3 \equiv 2015^3+1436^3[7]$ ....(1)

من جهة أخرى: $\begin{cases} a^3+1 \equiv 0[7] \\ b^3-1 \equiv 0[7] \end{cases}$ بالجمع نجد: $a^3+b^3 \equiv 0[7]$ ....(2)

الخلاصة: من 1 و2 نجد: $2015^3+1436^3 \equiv 0[7]$ إذن باقي قسمة 2015^3+1436^3 على7 هو 0

ج) استنتاج أن: $2015^3+1436^3-1962^3+1 \equiv 0[7]$

لدينا، $1962 \equiv 2[7]$ ومنه $\begin{cases} 1962^3 \equiv 8[7] \\ 8 \equiv 1[7] \end{cases}$ ومنه $1962^3 \equiv 1[7]$ ومنجهة أخرى: $2015^3+1436^3 \equiv 0[7]$

ومنه : $2015^3+1436^3-1962^3+1 \equiv 0-1+1[7]$ اي $2015^3+1436^3-1962^3+1 \equiv 0[7]$

التنقيط	المحور: دالة كثير الحدود من الدرجة 3 — تصحيح التمرين الثالث (08نقاط)

1) أ) حساب النهايات:

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$ $\quad$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$

ب) اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول التغيرات:

لدينا من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 3x^2-3 = 3(x^2-1)$

إشارة $f'(x)$: $f'(x)=0$ تكافئ $x^2-1=0$ أي $x^2=1$ أي $\begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$ ومنه:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	

الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;-1[$ و $]1;+\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]-1;1[$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

3) تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها:

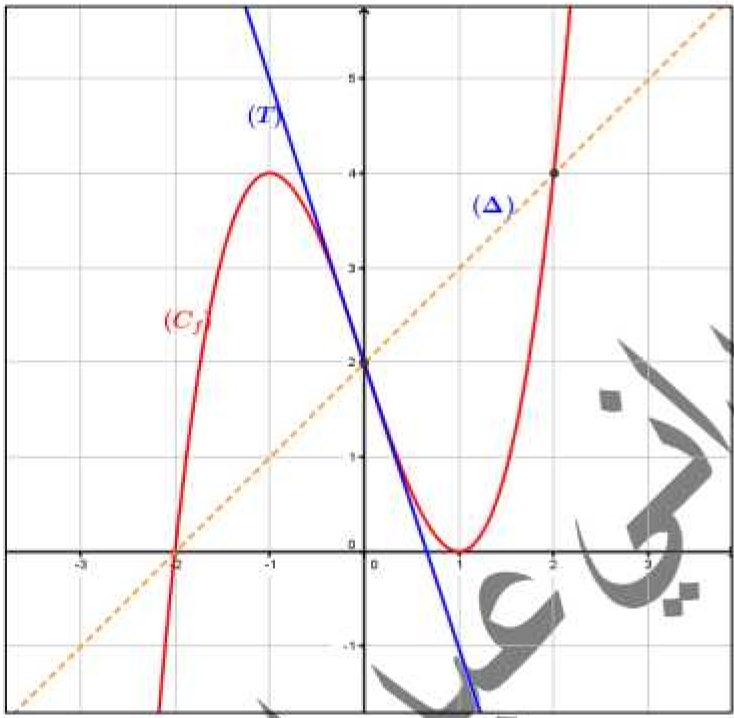
من اجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x)=6x$ نلاحظ أن المشتقة الثانية تنعدم وتغير إشارتها عند النقطة ذات الفاصلة 0 الخلاصة: النقطة $A(0;2)$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

4) معادلة المماس (T) :

$(T): y = f'(0)(x-0)+f(0)$ بما أن $\begin{cases} f'(0) = -3 \\ f(0) = 2 \end{cases}$ فإن : $(T): y = -3x+2$

5) حساب $f(-2)$ و $f(2)$ ثم إنشاء (T) و (C_f) :

$f(-2)=4$ و $f(-2)=0$



6) أ) إنشاء المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x+2$:

ب) حلول المتراجحة $f(x) \geq x+2$ بيانيا:

حلول المتراجحة $f(x) \geq x+2$ بيانيا يعود الى تعيين فواصل نقط التي يكون من اجلها المنحنى (C_f) يقع فوق او يتقاطع مع المستقيم ذو المعادلة $y = x+2$

بقراءة بيانية نجد: $S = [-2;0] \cup [2;+\infty[$

00000000000_____0000000000000_____000000000000000000000_____