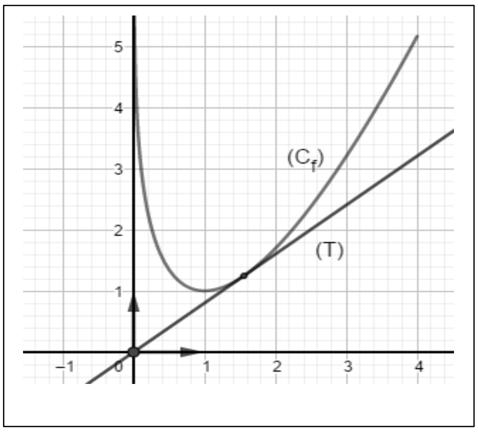
<table>
<tr><th colspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="4">الموضوع الأول</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1)</td><td>$a \equiv 6[7]$
$b \equiv 5[7]$</td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7:
$5^6 \equiv 1[7]\,,\,5^5 \equiv 3[7]\,,\,5^4 \equiv 2[7]\,,\,5^3 \equiv 6[7]\,,\,5^2 \equiv 4[7]\,,5^1 \equiv 5[7]\,,\,5^0 \equiv 1[7]$
<table>
<tr><td>n</td><td>6k</td><td>6k+1</td><td>6k+2</td><td>6k+3</td><td>6k+4</td><td>6k+5</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة 5^n على 7</td><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr>
</table></td><td>0.75
0.75</td><td>01.5</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>$a^a + b^b + 4 \equiv (-1)^{2022} + 5^{6\times 20+4} + 4[7]$
$a^a + b^b + 4 \equiv 0[7]$</td><td>0.5x2</td><td>01</td></tr>
<tr><td>4)</td><td>تبيان أن :
$A_n = 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n\,[7]$
تمنح 0.25 لكل محاولة
قيم n هي $6k+2$ أو $6k+3$ حيث kعدد طبيعي</td><td>0.25
0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1)</td><td>صحيحة لأن
<table>
<tr><td>بواقي قسمة n على 3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة n^2-1 على 3</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة $n(n^2-1)$ على 3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
</table></td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>صحيحة لأن:بفرض أن $F(x) = x^2 + 2x + x\ln x$ نجد $F''(x) = 2 + \frac{1}{x}$</td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>خاطئة لأن : $f'(x) = 1 + (x-1)e^x$
$f'(x_0) = 1$ معناه $x_0 = 1$
$y = x - e$ معادلة لمماس المنحى عند النقطة ذات الفاصلة 1</td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>4)</td><td>صحيحة لأن :
$S_n = (1+2+\cdots+n) + \ln\frac{1\times 2\times\cdots\times n}{2\times 3\times\cdots\times(n+1)}$
$S_n = \frac{n(n+1)}{2} - \ln(n+1)$</td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1)</td><td>$u_2=0$ و $u_3=-\frac{1}{3}$</td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ- $v_{n+1}=(n+1)\left(\frac{n}{2n+2}\,\frac{v_n-2}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+2=\frac{1}{2}v_n$
ومنه (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{2}$</td><td>0.75
0.5</td><td rowspan="2">2.25</td></tr>
<tr><td>ب- $v_n=4\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
$u_n=\frac{2}{n}\left[2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-1\right]$</td><td>0.5
0.50</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>$S_n=8\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$</td><td>0.75</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>4)</td><td>$w_n=\frac{4n}{v_n-nu_n}=2n$
$S'_n=w_1+w_2+\cdots+w_n$ ومنه $S'_n=2+4+6+\cdots+2n=n(n+1)$</td><td>0.50
0.50</td><td>01</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الرابع: (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1)</td><td>أ- إشارة كل من $\frac{x-1}{x}$ و $\ln x$
<table><tr><td>x</td><td>0   1 $+\infty$</td></tr><tr><td>$\frac{x-1}{x}$</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr><tr><td>Lnx</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr></table></td><td>0.50
0.25</td><td rowspan="2">01</td></tr>
<tr><td>ب- اشارة $\frac{x-1}{x}+\ln x$
<table><tr><td>x</td><td>0   1 $+\infty$</td></tr><tr><td>$\frac{x-1}{x}+Lnx$</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr></table></td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ- $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=+\infty$</td><td>0.25
0.25</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب- $f'(x)=\ln x+\frac{x-1}{x}$
الدالة f متناقصة تماما على $]0;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$
جدول التغيرات:
<table><tr><td>x</td><td>0   1 $+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘ 1 ↗ $+\infty$</td></tr></table></td><td>0.25
0.25
0.25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="3">3)</td><td>أ- $h'(x)=1+\dfrac{1}{x}$
من اجل كل $x\in\left]0;+\infty\right[$ ، $h'(x)>0$ ومنه h متزايدة تماما على $x\in\left]0;+\infty\right[$</td><td>0.25
0.25</td><td rowspan="3">1.75</td></tr>
<tr><td>ب- مبرهنة القيم المتوسطة
$h(\alpha)=0$ معناه $\ln(\alpha)=2-\alpha$</td><td>0.5
0.25</td></tr>
<tr><td>جـ- $y=f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)=\left(\ln\alpha+\dfrac{\alpha-1}{\alpha}\right)(x-\alpha)+1+(\alpha-1)\ln\alpha$
$(T):\ \ y=\dfrac{-\alpha^2+3\alpha-1}{\alpha}x$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>4)</td><td>انشاء (T) و (C_f)

</td><td>0.25
0.5</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5)</td><td>أ- $(x-1)(-1+\ln x)=-x+x\ln x+1-\ln x=(x-1)\ln x+1-x=f(x)-x$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">01</td></tr>
<tr><td>ب- إشارة $f(x)-x$
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>e</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$x-1$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>|</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$-1+Lnx$</td><td></td><td>$-$</td><td>|</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$(x-1)(-1+Lnx)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
</table></td><td>0.75</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6)</td><td>أ-تبيان أن : $K'(x)=-\dfrac{3}{2}x+2+(x-1)\ln x+\dfrac{1}{2}x-1=f(x)-x$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td>ب- المساحة : $S=\int_1^e(x-f(x))dx=\left[-k(x)\right]_1^e=\left(\dfrac{5}{4}+\dfrac{1}{4}e^2-e\right)\ u.a$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">7)</td><td>- تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $\left]-2;+\infty\right[$ ، $g(x)=f(x+2)-1$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">0.50</td></tr>
<tr><td>- (C_g) صورة (C_f) بانسحاب ذي الشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

المجموع	مجزأة	عناصر الإجابة	
1.75	0.75 0.75 0.25	القيم الممكنة d و d' : $\begin{cases} d \backslash a \\ d \backslash b \end{cases}$ ومنه $d \backslash (5b-a)$ اي $d \backslash 3$ ومنه $d \in \{1;3\}$ $\begin{cases} d' \backslash b \\ d' \backslash c \end{cases}$ ومنه $d' \backslash (9b-c)$ اي $d' \backslash 7$ ومنه $d' \in \{1;7\}$ الاستنتاج: $p\operatorname{gcd}(a;b;c)=1$	1)
0.50	0.50	تعيّين قيم العدد الطبيعي n $\dfrac{5n+2}{n+1}=5-\dfrac{3}{n+1}$ معناه $(n+1) \backslash 3$ اي $n \in \{0;2\}$	2)
01	0.50 0.50	إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $17x \equiv 29[4]$ اي $x \equiv 1[4]$ $S=\{(4k+1;17k-3) \quad / k \in \mathbb{Z}\}$	3)
0.75	0.50 0.25	$\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy<279 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy<279 \end{cases}$ ومنه $(4k+1)(17k-3)<279$ ومنه $k \in \{-2;-1;0;1\}$ اذن $S'=\{(-7;-37),(-3;-20),(1;-3),(5;14)\}$	4)

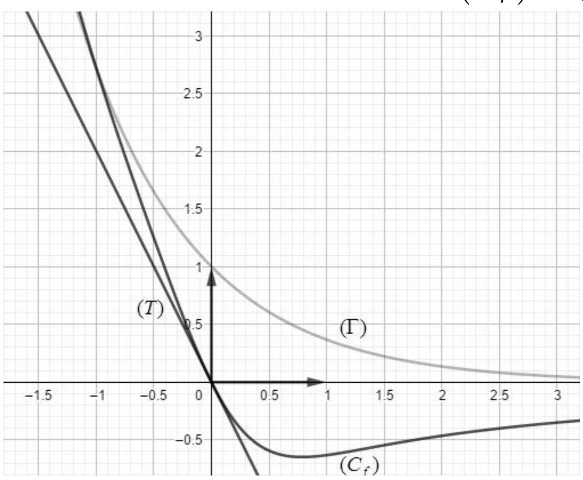
التمرين الثاني: (04 نقاط)

المجموع	مجزأة	عناصر الإجابة	
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو ج) لأن: $e^{(\ln x)^2-6}=x$ معناه $(\ln x-3)(\ln x+2)=0$ اي $x \in \{e^{-2}\ ;\ e^{3}\}$	1)
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو أ) $2^3 \equiv 1[7]$ ومنه $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ وبما ان $2023=3\times 674+1$ فإن $2^{2023} \equiv 2[7]$	2)
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو أ) لأن: $\displaystyle\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}}\,dx=\left[\ln(e^x+1)\right]_0^{\ln 4043}=\ln 2022$	3)
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو ب) لأن: $F'(x)=\dfrac{(3x+2)\sqrt{x}}{2x}$	4)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المجموع	مجزأة	عناصر الإجابة	
01	+0.25 0.75	البرهان بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n>-2$	1)

2)	اتجاه تغيّر المتتالية (u_n): من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{2}(u_n+2)$ بما أن من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_n>-2$ فإن من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_{n+1}-u_n<0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما التقارب: (u_n) متقاربة لأنها محدودة من الأسفل و متناقصة تماما	0.75 0.25	01
3)	أ- (v_n) هندسية أساسها 2: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+2}-u_{n+1}}=\frac{1}{\frac{1}{2}(u_{n+1}-u_n)}=2v_n$ v_n بدلالة n: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $v_n=-2^n$	0.50 0.50	1.75
	ب- المجموع S_n : من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $S_n=-\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1}{-\frac{1}{2}}=2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1\right]$	0.75	
4)	أ- تبيان أنّ $u_n=2\left(\frac{1}{2^n}-1\right)$: $S_n=(u_1-u_0)+(u_2-u_1)+\cdots+(u_n-u_{n-1})+\frac{1}{v_n}$ $S_n=u_n-u_0+\frac{1}{v_n}$ $u_n=S_n-\frac{1}{v_n}=2\left(\frac{1}{2^n}-1\right)$ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}2\left[\frac{1}{2^n}-1\right]=-2$	0.5 0.25	1.25
	ب- حساب المجموع S'_n: $S'_n=u_0+u_1+\cdots+u_n=4\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]-2(n+1)$ $S'_n=2-2n-\frac{1}{2^{n-1}}$	0.50	
التمرين الرابع: (07 نقاط)			
I) 1)	إشارة $g(x)-e^{-x}$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x)-e^{(-x)} & & - & 0 & + & \end{array}$	0.50	0.50
2)	التحقّق أنّ: $0,7<\alpha<0,8$ الدالة $x\mapsto g(x)-e^{-x}$ مستمرة على $\mathbb{R}$ و $\left(g(0.7)-e^{-0.7}\right)\left(g(0.8)-e^{-0.8}\right)<0$	0.50	0.50
II) 1)	حساب النّهايتين : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$	0.25 0.25	0.75

<table>
<tr><td></td><td>التفسير البياني: $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=0$</td><td>0.25</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)-e^{-x}$</td><td>0.50</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب- اِستنتاج اتجاه تغير الدالة:
الدالة f متناقصة تماما على $\left]-\infty;\alpha\right]$ ومتزايدة تماما على $\left[\alpha;+\infty\right[$
جدول تغيّراتها
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ α $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘ $f(\alpha)$ ↗ 0</td></tr>
</table></td><td>0.50
0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3)</td><td>أ- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-e^{-x}\right]=0$
التفسّير : (Γ) و $\left(C_f\right)$ متقاربان بجوار $+\infty$</td><td>0.50
0.25</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب- الوضعية النسبية للمنحنيين $\left(C_f\right)$ و (Γ)
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ -1 $+\infty$</td><td></td></tr>
<tr><td>$-x-1$</td><td>$+$ 0</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>الوضعية</td><td>$\left(C_f\right)$ فوق (Γ)</td><td>$\left(C_f\right)$ تحت (Γ)</td></tr>
</table>
$(C_f)\cap(\Gamma)=\{A(-1;e)\}$</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4)</td><td>أ- معادلة لـ (T) : $y=-2x$</td><td>0.50</td><td rowspan="3">02</td></tr>
<tr><td>ب- أنشئ (T) و (Γ) و $\left(C_f\right)$

</td><td>0.25X3</td></tr>
<tr><td>جـ- المناقشة البيانية :
اذا كان $m<f(\alpha)$ فإن المعادلة لا تقبل حلا
اذا كان $m=f(\alpha)$ فإن للمعادلة حلا موجبا تماما
اذا كان $m=0$ فإن للمعادلة حلا معدوما
اذا كان $m>0$ فإن للمعادلة حلا سالبا تماما</td><td>0.25
0.25
0.25</td></tr>
</table>

	اذا كان $f(\alpha)<m<0$ فإن للمعادلة حلين موجبين تماما		
5)	أ- حصرا العدد I $\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{2}x+1\right)dx \le \int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{x^2+1}\right)dx \le \int_{-1}^{0}\left(\frac{5}{4(1-x)}\right)dx$ $\frac{3}{4} \le I \le \frac{5}{4}\ln 2$	0.25	0.75
	ب-حساب J $J=\int_{-1}^{0}\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\left[\ln(x^2+1)\right]_{-1}^{0}=\frac{-\ln 2}{2}$ حصر المساحة $A=\int_{-1}^{0}\frac{x+1}{x^2+1}dx=I+J \quad u.a$ ومنه $\frac{3}{4}-\frac{\ln 2}{2} \le I+J \le \frac{5}{4}-\frac{\ln 2}{2}$ اي $\frac{3-2\ln 2}{4} \le A \le \frac{3}{4}\ln 2$	0.25 0.25	