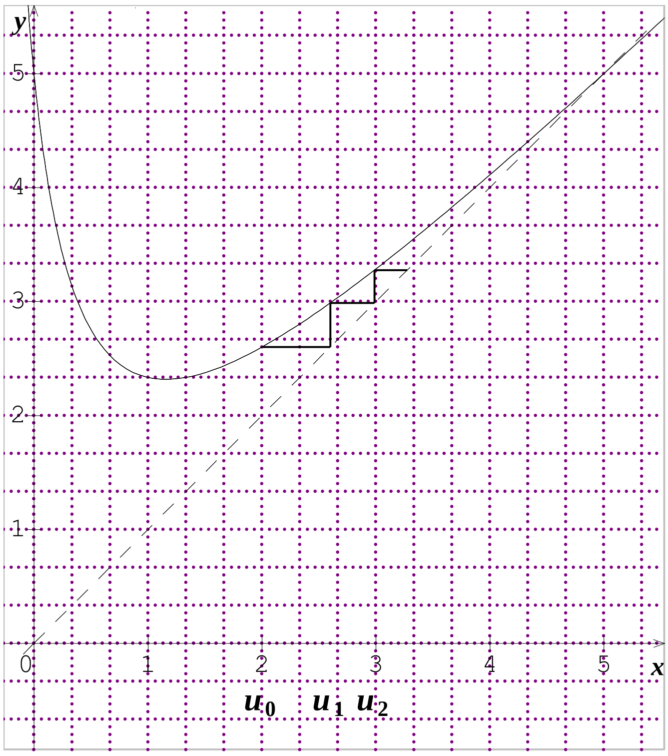
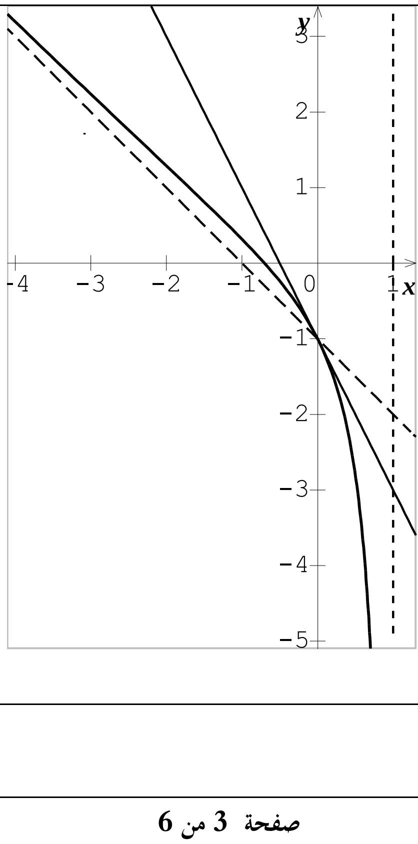
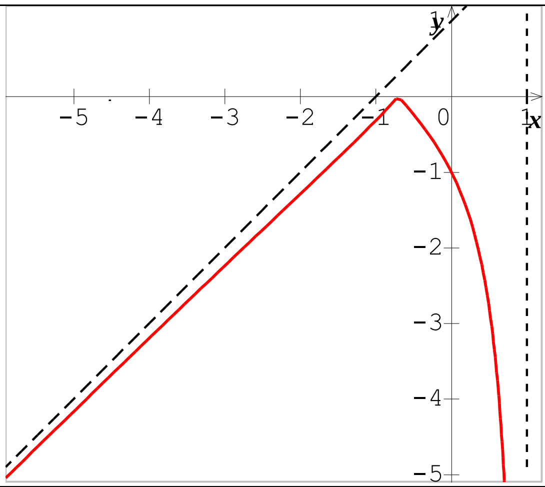
<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>أ- بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7
<table>
<tr><td>n</td><td>$3k$</td><td>$3k+1$</td><td>$3k+2$</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة 2^n على7</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
</table></td><td>0.5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td></td><td>ب- $6^{2n}=36^n$ ومنه $6^{2n}\equiv 1[7]$
<table>
<tr><td>n</td><td>$2k$</td><td>$2k+1$</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة 6^n على 7</td><td>1</td><td>6</td></tr>
</table></td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>لدينا $2021^{2022}\equiv(-2)^{2022}[7]$ ومنه $2021^{2022}\equiv 1[7]$
$1962^{1443}\equiv 2^{3k}[7]$ ومنه $1962^{1443}\equiv 1[7]$
ومنه $\left(2021^{2022}+1962^{1443}\right)^{1954}-2\equiv 0[7]$</td><td>0.5
0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>أ
<table>
<tr><td>n</td><td>$6k$</td><td>$6k+1$</td><td>$6k+2$</td><td>$6k+3$</td><td>$6k+4$</td><td>$6k+5$</td></tr>
<tr><td>2^n</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>6^n</td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>a_n</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td><td>3</td></tr>
</table></td><td>0.25×4</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td></td><td>ب- لدينا $a_n=2^n+6^n$ و منه
$a_{n+6}=2^{n+6}+6^{n+6}=2^6\times 2^n+6^6\times 6^n$
اذن $a_{n+6}\equiv 2^n+6^n[7]$ وبالتالي $a_{n+6}\equiv a_n[7]$ ومنه $S_{n+6}\equiv S_n[7]$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td></td><td>جـ . لدينا $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}2^k+\sum_{k=0}^{k=n}6^k=2^{n+1}-1+\dfrac{6^{n+1}-1}{5}$
و منه $5S_n=5\times 2^{n+1}+6^{n+1}-6$ اذن $S_n\equiv 2^{n+1}+3\times 6^{n+1}+3[7]$
و عليه $S_n\equiv 0[7]$ يكافئ $n=6k+5$</td><td>0.25
0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>صحيح لأنّ : $v_{n+1}=\dfrac{1}{5}v_n+\dfrac{4\beta+\alpha}{5}$</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>صحيح لأنّ : $u_n=\ln\sqrt{e^{n.\ln 2}}=n\times\ln\sqrt{2}$</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>خاطئ لأنّ: لدينا $x\equiv 3[7]$ و $x\equiv 1[3]$ و منه : $x=7k+3$ و
$7k+3\equiv 1[3]$
اذن $k=3k'+1$ وعليه $x=21k'+10$ أي $x\equiv 10[21]$
(تقبل طرائق اخرى)</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>صحيح لأنّ : $f(-x)+f(x)=0$</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1.75	**0.25** **0.5**	أ - $f(x)-x=\dfrac{5-x}{2x+1}$ <table><tr><td>x</td><td>0 5</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>الوضعية</td><td>(C) أعلى (Δ)</td><td>(C) أسفل (Δ)</td></tr></table>	1
	0.25×3 **0.25**	ب- تمثيل الحدود  التخمين: (u_n) متزايدة تماما	
1.5	**0.5+0.25**	أ - البرهان بالتراجع لدينا $2\le u_0<5$ وإذا كان $2\le u_n<5$ فان $f(2)\le f(u_n)<f(5)$ اي $\dfrac{13}{5}\le u_{n+1}<5$ ومنه $2\le u_{n+1}<5$	2
	0.5 **0.25**	ب - لدينا $u_{n+1}-u_n=\dfrac{5-u_n}{2u_n+1}>0$ و منه (u_n) متزايدة تماما (u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة	
0.5	**0.5**	$5-u_{n+1}=5-\dfrac{2u_n^2+5}{2u_n+1}=\dfrac{2u_n}{2u_n+1}(5-u_n)$	3
1.25	**0.5**	أ - $\dfrac{2u_n}{2u_n+1}-\dfrac{10}{11}=\dfrac{2(u_n-5)}{11(2u_n+1)}\le 0$	4
	0.5 **0.25**	ب - لدينا $0<5-u_{n+1}\le\dfrac{10}{11}(5-u_n)$ و منه $0<5-u_n\le 3\left(\dfrac{10}{11}\right)^n$ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=5$	

<table>
<tr><th colspan="4">التمرين الرابع: (07 نقاط)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty$</td><td>0.25+0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td>أ –
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ 0 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$e^{(x)}-1$</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr>
<tr><td>$e^{(x)}-x$</td><td>↘ 1 ↗</td></tr>
</table>
تقبل الاجابة باستعمال: بيان الدالة $x\mapsto e^x$ و المستقيم ذي المعالة $y=x$</td><td>0.5</td><td rowspan="3">1.75</td></tr>
<tr><td>ب – $f'(x)=\dfrac{(x-2)(e^x-x)}{(x-1)^2}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>جـ – f متناقصة تماما
جدول التغيرات
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ 1</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘ $-\infty$</td></tr>
</table></td><td>0.5

0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>أ – $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)=-1$
$y=-x-1$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C) عند $-\infty$</td><td>0.5
0.25</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب – (C) أسفل (Δ) في المجال $]0;1[$ و (C) أعلى (Δ) في المجال $]-\infty;0[$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>4</td><td>معادلة (T): $y=-2x-1$</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5</td><td>أ – مبرهنة القيمة المتوسطة</td><td>0.75</td><td rowspan="2">1.75</td></tr>
<tr><td>ب – إنشاء
(T)
(Δ)
(C)

</td><td>0.25
0.25
0.5</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>6</td><td>$\dfrac{e^{x}-x^{2}+x-1}{x-1}=mx$ تكافئ $f(x)=mx-1$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td></td><td>
<table>
<tr><td>m</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td></td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>الحلول</td><td>حل موجب تماما وحل معدوم</td><td>حل معدوم</td><td>حل سالب تماما وحل معدوم</td><td>حل معدوم</td><td>حل معدوم</td></tr>
</table>
</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>7</td><td>$\begin{cases} g(x)=-f(x) & : x\le \alpha \\ g(x)=f(x) & : \alpha \le x<1 \end{cases}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td></td><td>إنشاء (C_g)
</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>أ لدينا. $A_n=(n^2+3n+1)B_n+7$ ومنه $p\gcd(A_n\,;\,B_n)=p\gcd(B_n\,;7)$</td><td>0.5</td><td rowspan="3">1.5</td></tr>
<tr><td></td><td>ب – $p\gcd(A_n\,;\,B_n)\in\{1;7\}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td></td><td>جـ – $p\gcd(A_n\,;\,B_n)=7$ تكافئ $n+2\equiv 0[7]$
اذن قيم n المطلوبة هي كل الأعداد الطبيعية ما عدا $7k+5$ مع $k\in\mathbb{N}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>أ –لدينا $51x-4y\equiv 29[4]$ اي $3x\equiv 1[4]$ ومنه $x\equiv 3[4]$</td><td>0.75</td><td rowspan="2">1.5</td></tr>
<tr><td></td><td>ب – الحلول : $(x;y)=(4k+3;51k+31)$ مع $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>3</td><td>أ $51x-4y=45$ تكافئ $51x-4(y+4)=29$
و منه الحلول: $(x;y)=(4k+3;51k+27)$ مع $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td></td><td>ب - $|y-12x|\le 3$ تكافئ $2\le k\le 4$ اذن الثنائيات هي $(11;129)$
و$(15;180)$ $(19;231)$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>حيث $f(0)=0$ و $f'(0)=0$ تكافئ $\ln b=0$ $ab+\dfrac{1}{b}=0$ ومنه
$a=-1$ و $b=1$ اذن $f(x)=-1+\dfrac{1}{x+1}+\ln(x+1)$</td><td>0.5+0.5</td><td>1</td></tr>
</table>

2	$g'(x)=1+\ln(x+1)$ $x\mapsto -2x+(x+2)\ln(x+1)$ دالة أصلية للدالة f على $]-1\,;+\infty[$	0.5 01	1.5
3	أ - $u_{2022}=\int_{2021}^{2022} f(x)\,dx=-2+2024\ln 2023-2023\ln 2022$ u_{2022} هو مساحة الحيز المحدد بـ (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=2021$ ، $x=2022$	0.25 0.25	1.5
	ب - $u_n=-2+(n+2)\ln(n+1)-(n+1)\ln n$	0.5	
	جـ - $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-2+\ln(n+1)+\frac{n+1}{n}\times\frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}}\right)=+\infty$	0.5	
التمرين الثالث: (05 نقاط)			
1	$v_{n+1}=u_{n+1}-1=-\frac{1}{3}(u_n-1)^2=-\frac{1}{3}(v_n)^2$	01	1
2	البرهان بالتراجع	01	1
3	$v_{n+1}-v_n=-v_n\left(\frac{1}{3}v_n+1\right)>0$ ومنه (v_n) متزايدة تماما (v_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	0.25+0.25 0.25	0.75
4	أ- $w_{n+1}=\ln\left(-\frac{3}{v_{n+1}}\right)=2\ln\left(-\frac{3}{v_n}\right)=2w_n$ و $w_0=\ln 3$	0.25+0.5	1.75
	ب - $w_n=2^n\ln 3$ ، $v_n=-3^{1-2^n}$ ، $u_n=-3^{1-2^n}+1$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$	4x 0.25	
5	لدينا $\frac{1}{v_n}=-3^{2^n-1}$ ومنه $P_n=(-1)^{n+1}\times 3^{2^{n+1}-n-2}$	0.5	0.5
التمرين الرابع: (07 نقاط)			
I 1	h متزايدة تماما على $]0;+\infty[$	0.5	0.5
2	أ – تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة	0.5	0.75
	ب – $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline h(x) & & - & 0 & + & \end{array}$	0.25	
II 1	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	0.5+0.25	0.75
2	أ - $f'(x)=\frac{(2-x)h(x)}{x}$	0.5	1
	ب –اتجاه التغير	0.25	

f متزايدة تماما على $[\alpha;2]$ ومتناقصة تماما على كل من $]0;\alpha]$ و $[2;+\infty[$

جدول التغيرات

x	0		α		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$f(2)$	$\searrow$	$-\infty$

0.25

---

3 $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha(\alpha+2)$ و $1{,}8\leq f(\alpha)\leq 2{,}4$ — **0.25+0.25** — **0.5**

4

أ - $g'(x)=\frac{2x^2+x+2}{x}$. $g'(x)>0$ و $g(1)=0$ — **0.25+0.5**

ب - لدينا $f''(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ، f'' تنعدم عند 1 و تغير اشارتها و بالتالي

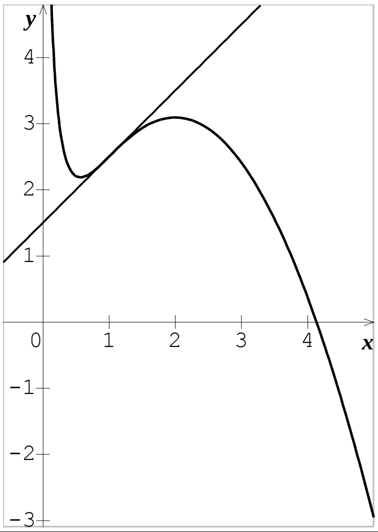
$A\left(1;\frac{5}{2}\right)$ نقطة انعطاف — **0.25+0.25**

جـ - معادلة المماس (T) هي : $y=x+\frac{3}{2}$ — **0.5**

1.75

---

5 إنشاء (T) و (C) في المجال $]0\,;5]$



0.5+0.25 — **0.75**

6

أ - $k'(x)=-e^{-x}f'(e^{-x})$ — **0.25**

f متناقصة تماما على $[-\ln 2;-\ln\alpha]$ ومتزايدة تماما على كل من — **0.25**

$]-\infty;-\ln 2]$ و $[-\ln\alpha;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to-\infty}k(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}k(x)=+\infty$ — **0.25**

ب -

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$-\ln\alpha$		$+\infty$
$k'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$k(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(2)$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

0.25

1