| العلامة مجموع | العلامة مجزأة | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) |
|---|---|---|
| **02** | **01**<br>**0.5**<br>**0.5** | **التمرين الأول: ( 04 نقاط)**<br>1) أ) البرهان بالتراجع.........................................................................<br>**ب)** إثبات أن : $(u_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$<br>من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-u_n=\frac{-(u_n+2)^2}{u_n+5}$ ..........................<br>- $(u_n)$متقاربة ................................................................................. |
| **0.75** | **0.5**<br>**0.25** | 2) إثبات أن $(v_n)$ متتالية حسابية : من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_{n+1}-v_n=\frac{1}{3}$<br>ـ حدها الأول $v_0=\frac{1}{3}$ ................................................................................. |
| **01** | **0.5**<br>**0.25**<br>**0.25** | 3) ـ من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}n$ ...............................................<br>ـ من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n=\frac{1}{v_n}-2$ ومنه $u_n=\frac{-2n+1}{n+1}$ ..........<br>ـ حساب النهاية ................................................................................. |
| **0.25** | **0.25** | 4) إثبات أن: من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n=u_0v_0+u_1v_1+....+u_nv_n$<br>من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n=\frac{1}{u_n+2}$ معناه $u_nv_n=1-2v_n$ .........<br>............ $S_n=(1-2v_0)+(1-2v_1)+....+(1-2v_n)$<br>$S_n=\frac{1}{3}(1-n^2)$ |
| **03** | **0.75×2**<br>**0.5×3** | **التمرين الثاني : (04 نقاط )**<br>1) أ) $P(A)=\frac{3}{10}$ ، $P(B)=\frac{7}{60}$.<br>ب) $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ و $P_A(B)=\frac{1}{6}$ و $P(A\cup B)=\frac{11}{30}$ |

<table>
<tr><td>

(2

<table>
<tr><td>$X_i$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>$P(X_i)$</td><td>$\frac{1}{12}$</td><td>$\frac{5}{12}$</td><td>$\frac{5}{12}$</td><td>$\frac{1}{12}$</td></tr>
</table>

– الأمل الرياضياتي $E(X)=\frac{3}{2}$

</td><td>**0.75**<br>**0.25**</td><td>**01**</td></tr>
<tr><td colspan="3">

**التمرين الثالث : (05 نقاط )**

</td></tr>
<tr><td>

(1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-\sqrt{3}\,z+1=0$

$\Delta=-1=i^2$ و $Z_1=\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ و $Z_2=\frac{\sqrt{3}+i}{2}$

</td><td>**0.5×3**</td><td>**1.5**</td></tr>
<tr><td>

(2

– الشكل الاسي: $Z_A=e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $Z_B=e^{i\frac{\pi}{6}}$

– $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^n=\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{6}}$ ومنه $n=12k+2; k\in\mathbb{N}$

</td><td>**2×0.5**<br>**0.25×2**</td><td>**1.5**</td></tr>
<tr><td>

(3 أ) لدينا $\frac{Z_B}{Z_C}=\frac{e^{i\frac{\pi}{6}}}{e^{i\left(\frac{-\pi}{6}\right)}}=e^{i\frac{\pi}{3}}$

أي $\frac{Z_B-Z_0}{Z_C-Z_0}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه المثلث $OBC$ متقايس الاضلاع .............................

ب) $Z_B=e^{i\frac{\pi}{3}}Z_C$ ومنه $B$ هي صورة $C$ بالدوران $r$ الذي مركزه $O$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

</td><td>**0.5**<br>0.5<br>**0.5**</td><td>**1.5**</td></tr>
<tr><td>

(4 تعيين مجموعة النقط : $|Z|=\left|\overline{Z}-\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}\right|$ تكافئ $|Z|=\left|\overline{Z}-Z_B\right|$

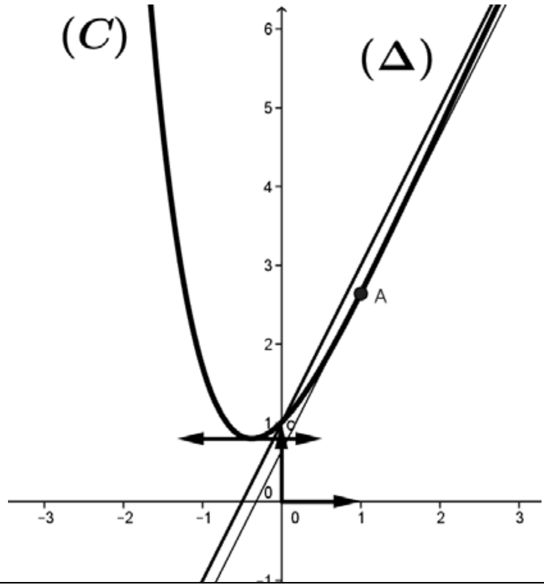
تكافئ $|Z|=\left|\overline{Z-Z_C}\right|$ أي $|Z|=|Z-Z_C|$ ومعناها $OM=CM$

و $(\gamma)$ هي محور القطعة المستقيمة $[OC]$ .............................................................

بما أن: $r(O)=O$ و $r(C)=B$ فإن صورة $(\gamma)$ بالدوران $r$ هي محور القطعة $[OB]$

</td><td>**0.25**<br>0.25</td><td>**0.5**</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| | | **التمرين الرابع: ( 07 نقاط )** |
| **1.5** | $0.25\times2$<br>0.25<br>0.5<br>0.25 | .I $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$<br>**أ)** $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=2$<br>**ب)** دراسة اتجاه تغير الدالة $g$.<br>الدالة $g$ تقبل الإشتقاق على $\mathbb{R}$، $g'(x)=(2-x)e^{-x}$ ..........................<br>الدالة $g$ متزايدة تماما على $]-\infty;2]$ ومتناقصة تماما على $[2;+\infty[$ ................<br>ــ جدول تغيرات $g$ ........................................................ |
| **01** | 0.5<br>0.5 | **جـ)** $g$ دالة مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;2]$ مغيرة إشارتها فحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $]-\infty;2]$ حلا وحيدا $\alpha$<br>و $g(-0.38)=-0.017$ ؛ $g(-0.37)=0.016$ $g(-0.38)\times g(-0.37)<0$ إذن<br>$-0.38<\alpha<-0.37$<br>ــ استنتاج إشارة $g(x)$ ..................................................... |
| **1.25** | $0.25\times2$<br>$0.25\times2$<br>0.25 | .II<br>1) **أ)** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ .......................................<br>**ب)** $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))=0$ نستنتج أن $(\Delta): y=2x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ $(C)$ بجوار $+\infty$<br>**جـ)** دراسة الوضع النسبي: ........................................................ |
| **1.25** | 0.5<br>0.5<br>0.25 | 2) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ $f'(x)=g(x)$ .......................................<br>ـ $f$ متزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ و $f$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$<br>ـ جدول التغيرات.......................................................... |
| **0.5** | 0.5 | 3) معادلة المماس<br>$(T): y=2x+1-e^{-1}$ |

| | | |
|---|---|---|
| **0.75** | 0.75 | 4) رسم المماس و المنحنى<br> |
| **0.25** | 0.25 | $f(x)=2x+m$ (5<br>لما $m\in\left]-\infty;1-\frac{1}{e}\right[$ المعادلة لا تقبل حلول<br>لما $m=1-\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حل مضاعف<br>لما $m\in\left]1-\frac{1}{e};1\right[$ المعادلة تقبل حلين موجبين تماما<br>لما $m=1$ المعادلة تقبل حل واحد معدوم<br>لما $m\in\left]1;+\infty\right[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب تماما |
| **0.5** | 0.25<br>0.25 | 6) أ) $F$ الدالة الأصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل القيمة 1 للمتغير<br>$F(x)=\int_1^x te^{-t}dt=(-1-x)e^{-x}+2e^{-1}$<br>**ب)** $A=\int_1^3\left((2x-1)-f(x)\right)dx=2e^{-1}-4e^{-3}\,u\,a$ |

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="3"><u>التمرين الأول:</u> ( 04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) حساب $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$: $u_1=\ln 3$ ، $u_2=\ln 5$ و $u_3=\ln 7$</td><td>0.5×3</td><td>01.5</td></tr>
<tr><td>2) نبين أن $\frac{2n+3}{2n+1}>1$ : بما أن $2n+3>2n+1$ فإن $\frac{2n+3}{2n+1}>1$<br>ـ اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$: $u_{n+1}-u_n=\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$ بما أن $\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)>0$ فإن $(u_n)$متزايدة تماما</td><td>0.25</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>3) أ) نبين أن $e^{u_n}=v_n$:<br>لدينا $v_0=1$ و $e^{u_0}=1$ و منه الخاصية محققة من أجل $n=0$<br>نفرض $e^{u_n}=v_n$ و نبين أن $e^{u_{n+1}}=v_{n+1}$:<br>لدينا: $v_{n+1}=2n+3=e^{u_n+\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)}=e^{u_{n+1}}$<br>ب) استنتاج عبارة $u_n$ : $u_n=\ln v_n=\ln(2n+1)$<br>$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=+\infty$</td><td>0.5×2<br><br>0.25<br>0.5</td><td>1.75</td></tr>
<tr><td>4) حساب المجموعين:<br>$S_n=\ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right)+\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)+\ldots+\ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right)=\ln v_n-\ln v_0=\ln\left(\frac{v_n}{v_0}\right)=\ln v_n=u_n$<br>$T=e^{u_{1439}}+e^{u_{1440}}+\ldots+e^{u_{2018}}=v_{1439}+v_{1440}+\ldots+v_{2018}$<br>$=\frac{2018-1439+1}{2}\left[2(1439+2018)+2\right]=2005640$</td><td>0.25<br><br>0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="3"><u>التمرين الثاني:</u> ( 03 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) تمثيل وسيطي للمستقيم $(\Delta)$: $(\Delta):\begin{cases}x=t+1\\ y=5t-2 & (t\in\mathbb{R})\\ z=-2t+1\end{cases}$</td><td>+0.5<br>0.75</td><td>1.25</td></tr>
<tr><td>2) التحقق أن المستويين $(P_1)$، $(P_2)$ يتقاطعان .<br>ـ التقاطع وفق المستقيم $(\Delta)$</td><td>0.25<br>0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>3) معادلة ديكارتية للمستوي $(Q)$: $(Q):x+5y-2z-19=0$</td><td>0.25</td><td>0.5</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| | 0.25 | $(P_1)\cap(P_2)\cap(Q)=(\Delta)\cap(Q)$ بالتعويض نجد نقطة التقاطع $E(2;3;-1)$ |
| 0.75 | 0.25 | 4) أ) التحقق أن النقطة $H$ هي المسقط العمودي |
| | 0.25 | ب) طبيعة المثلث $EBH$ : المثلث قائم في $H$ |
| | 0.25 | حجم رباعي الوجوه $ABEH$ : $V_{ABEH}=\frac{1}{3}S_{EBH}\times d\left[A,(Q)\right]=5\ uv$ <br> (مساحة المثلث $EBH$ : $S_{EBH}=\frac{1}{2}EH\times HB=\frac{\sqrt{30}}{2}$ ) |
| **التمرين الثالث: ( 05 نقاط)** | | |
| 01 | 0,25×4 | ا) مجموعة حلول المعادلة: $(\bar{z}-4+i)(z^2-4z+5)=0$ هي $S=\{4+i;2-i;2+i\}$ |
| 1.25 | 0,25×4 | II) 1) التحقق أن: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$ |
| | 0.25 | قيم العدد الطبيعي : $n=2k+1;k\in\mathbb{N}$ |
| 01 | 0.5 | 2) $\begin{cases}\lvert z_D-z_A\rvert=\lvert z_B-z_A\rvert\\ \arg\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=\frac{\pi}{3}+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})\end{cases}$ أي $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=e^{i\frac{\pi}{3}}$ <br> ومنه $ABD$ مثلث متقايس الاضلاع. |
| | 0.5 | $z_D=e^{i\frac{\pi}{3}}(z_B-z_A)+z_A=3+(1+\sqrt{3})i$ |
| 1.25 | 0.75 | 3) حساب $z_G$ : $z_G=3+i\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ |
| | 0.5 | ـ عناصر التشابه المباشر: نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{6}$ |
| 0.5 | 0.5 | 4) طبيعة مجموعة النقط : $(\Gamma)$ هي القطعة $]CG[$ |

| التمرين الرابع: (08 نقاط) | | |
|---|---|---|
| I- حساب $g(1)$<br>ـ استنتاج إشارة $g(x)$: | 0.5<br>01 | 1.5 |
| II- 1) حساب النهاية: $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$<br>و تبيان أنّ: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$<br>التفسير البياني: $x = 0$ و $y = 0$ معادلتي المستقيمين المقاربين لـ $(C_f)$ | 0.75<br>0.5<br>0.5 | 1.75 |
| 2) أ- تبيان أنّ $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(1 + x\ln x)^2}$<br>ب- $f$ متناقصة تماما على $]1;+\infty[$ و متزايدة تماما على $]0;1]$<br>ـ جدول التغيرات | 01<br>0.75<br>0.75 | 2.50 |
| 3) $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها $e^{-1}$<br>معادلة المماس : $(T)\ :\ y = \dfrac{e^2}{e-1}x - \dfrac{e}{e-1}$<br>ـ رسم المماس و المنحنى | 0.25<br>0.25<br>0.75 | 1.25 |
| 4) المعادلة $(e-1)f(x) = e^2x - me$ تكافئ $f(x) = \dfrac{e^2}{e-1}x - \dfrac{e}{e-1}m$ و<br>منه المعادلة تقبل حلين متمايزين من أجل $m > 1$ | 0.25<br>0.25 | 0.5 |
| III- 1) $I_n = \int_1^n f(x)dx = [\ln(1 + x\ln x)]_1^n = \ln(1 + n\ln n)$ | 0.25 | 0.25 |
| 2) اتجاه تغير المتتالية $(I_n)$<br>$I_{n+1} - I_n = \ln\left(\dfrac{1 + (n+1)\ln(n+1)}{1 + n\ln n}\right)$ و منه $(I_n)$ متزايدة تماما<br>(لأنّ $(\ln(1 + (n+1)\ln(n+1)) > \ln(1 + n\ln n))$)<br>أو $I_{n+1} - I_n = \int_n^{n+1} f(x)dx > 0$ | 0.25 | 0.25 |