الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: 2016

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 04 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأوّل: (04نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، لتكن النقط : $A\left(1;1;4\right)$ ، $B\left(0;3;1\right)$ و $C\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3};5\right)$ و المستوي $\left(P\right)$ الذي $x-2y+z-3=0$ معادلة له و المستقيم $\left(\Delta\right)$ الذي $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=4-3t \end{cases}, \ t\in\mathbb{R}$ تمثيلا وسيطيا له.

في كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة ، حدّدها مع التعليل.

		الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة جـ)
1	المستوي $\left(P\right)$ يحوي المستقيم	$\left(\Delta\right)$	$\left(AB\right)$	$\left(AC\right)$
2	المستويان $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$	متوازيان تماما	متقاطعان	متطابقان
3	المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم $\left(\Delta\right)$ هي النقطة	A	B	C
4	المستقيمان $\left(\Delta\right)$ و $\left(AC\right)$	متقاطعان	متوازيان	ليسا من نفس المستوي
5	مجموعة النقط M من الفضاء حيث $BM^2-9CM^2=0$ هي	مستوٍ	سطح كرة	مجموعة خالية

التمرين الثاني:(04 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $9z^2 - 6\sqrt{3}z + 4 = 0$.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، لتكن النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب:

$z_A = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i$ و $z_B = \overline{z_A}$.

أ- اكتب كلاّ من z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب- بيّن أنّ: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437} = 0$.

جـ- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا.

3) f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' = \left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$.

أ- عيّن طبيعة التحويل النقطي f و عناصره المميّزة.

ب- احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحويل f .

جـ- عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون O مركز ثقل الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث:(05 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $6x - 7y = 19$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) جد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) بحيث $x_0 = y_0$ ، ثم حل المعادلة (E).

2) استنتج قيم العدد الصحيح λ و التي تُحقّق: $\begin{cases} \lambda \equiv 24[7] \\ \lambda \equiv 5[6] \end{cases}$، ثم عيّن باقي قسمة العدد λ على 42 .

3) عيّن جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $|x + y - 1| \le 13$.

4) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تُحقّق الجملة: $\begin{cases} n - 5^n \equiv 2020[7] \\ n \equiv 1437[6] \end{cases}$.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث: $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$.

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ب- بيّن أنّ: $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a.

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h(x)=f(x)-\left[f'(a)(x-a)+f(a)\right]$.

أ- تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $h'(x)=f'(x)-f'(a)$.

ب- باستعمال اتجاه تغيّر الدالة g ، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغيّر h على $]-1;+\infty[$.

جـ- حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a).

4) أ- بيّن أنّه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما.

ب- ارسم المماسين والمنحنى (C).

5) نعتبر الدالة H المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $H(x)=\dfrac{1}{2}(x^2-2x-3)\ln(x+1)-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x$.

أ- بيّن أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

ب- احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

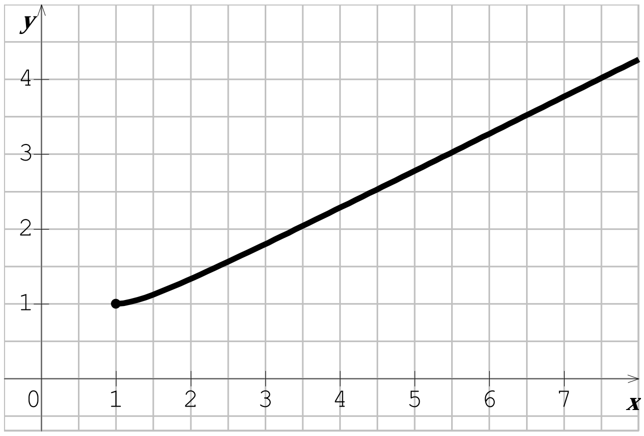
انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على 03 صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$



(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (الشكل المقابل).

1) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$u_0=6$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- انقل المنحنى المقابل ثم مثّل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها) مُوضّحا خطوط الإنشاء.

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

جـ- برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le 6$.

د- ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

هـ- برّر تقارب المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتاليتين العدديتين (v_n) و (w_n) المعرّفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{u_n-1}{u_n}$ و $w_n=\ln(v_n)$.

أ- برهن أنّ (w_n) متتالية هندسية أساسها 2، يطلب تعيين حدّها الأوّل.

ب- اكتب w_n بدلالة n ثم v_n بدلالة n .

جـ- بيّن أنّ: $u_n=\frac{1}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

4) احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n=\frac{1}{w_0}+\frac{1}{w_1}+...+\frac{1}{w_n}$.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

I) 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$(z^2-2\sqrt{2}\,z+4)(2z-\sqrt{2})=0 .$$

2) اكتب الحلول على الشكل الأسي.

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A ، B و C من المستوي التي لواحقها على الترتيب: $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $b=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ و $c=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$.

1) علّم النقط A، B و C في المعلم السابق.

2) نعتبر النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S الذي مركزه A و نسبته 3 و زاويته π

و النقطة E صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

- احسب اللاحقتين d و e للنقطتين D و E على الترتيب.

III) نضع : $z=\frac{d-b}{e-b}$.

1) اكتب العدد المركب z على الشكل المثلثي.

2) نعتبر النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $\left[DE\right]$ ، F نظيرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة I.

ما طبيعة الرباعي $BDFE$؟

<u>التمرين الثالث</u>: (04 نقاط)

في الفضاء المزوّد بالمعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط A، B، C و D حيث:

$A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;1;1)$.

1) بيّن أنّ ABC مثلث قائم في A.

2) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل A و العمودي على (AB) .

3) ليكن (P') المستوي حيث: $x-z-1=0$ ، معادلة له.

أ- هل المستويان (P) و (P') متعامدان؟ برّر إجابتك.

ب- بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين (P) و (P').

4) لتكن النقطة $H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$ من الفضاء.

أ- بيّن أنّ H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ).

ب-احسب المسافة بين D و (Δ).

5) أ- بيّن أنّ النقطة $E(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ).

ب- احسب حجم رباعي الوجوه $ABCE$.

<u>التمرين الرابع</u>:(06,5 نقطة)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-x\ln x$.

1)أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلاً وحيدا α حيث : $3,5<\alpha<3,6$.

3) استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$، حيث: $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=4cm$.

1) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$.

2) أ- برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

ب- بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ و متناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

د- احسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$، فسّر النتيجة هندسيا.

3) أ- بيّن أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$.

ب- استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

جـ- ارسم (C_f).

4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي:

$$x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2) \;...\; (E)$$

أ- تحقّق أنّ المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة: $f(x)=\dfrac{1}{2}x-m$.

ب- عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين.

5) h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

أ- بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب- ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الثاني