الإجابة النموذجية لموضوع امتحان بكالوريا دورة: **2014**

اختبار مادة: الرياضيات　　　الشعبة: تقني رياضي　　　المدة: **04** ساعات ونصف

**(الموضوع الأول)**

| عناصر الإجابة | العلامة: مجزأ | العلامة: مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: ( 05.5 نقطة)** | | |
| 1) حل المعادلة: $\Delta=(2i)^2$ ، $z_1=\sqrt{3}+i$ و $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$ .............................. | 4x0.25 | |
| 2) أ) $\frac{z_1}{z_2}=e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$ .............................. | 01 | |
| ب) $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n=e^{i\left(n\frac{\pi}{3}\right)}$ ؛ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيلي صرف معناه $2n=3+6k$ ليس لها حل في $\mathbb{N}$ | 0.5 | |
| لأن $2n$ زوجي و $3+6k$ فردي ومنه لا يوجد أي عدد طبيعي يحقق المطلوب.... | 0.25 | 05.5 |
| 3) أ) $\frac{z_3-z_1}{z_2-z_1}=-\frac{\sqrt{3}}{2}i=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$ .............................. | 0.5 | |
| $z'-z_1=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}(z-z_1)$ (أو $z'=-\frac{\sqrt{3}}{2}iz+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}i$) النسبة $\frac{\sqrt{3}}{2}$، الزاوية $-\frac{\pi}{2}$ | 0.5 | |
| ب) المثلث $ABC$ قائم في $A$ ، مع قبول أي تبرير صحيح.............................. | 0.5 | |
| 4) أ) $(E)$ هي الدائرة التي مركزها $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$ ونصف قطرها $r=\frac{\sqrt{7}}{2}$ .............................. | 0.75 | |
| ب) $(E')$ هي محور القطعة $[AC]$ (أو معادلة $(E')$ : $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$).............................. | 0.5 | |
| **التمرين الثاني: ( 04.5 نقط)** | | |
| 1) أ) بحل الجملة نجد $t=-1$ و $t'=-1$، إذن $B(1;0;2)$ .............................. | 0.5 | |
| ب) $(P):\begin{cases}x=1+2t\\ y=-2t-t'\\ z=2-t+2t'\end{cases};(t;t')\in\mathbb{R}^2$ .............................. | 0.5 | |
| 2) أ) $A(6;4;4)$ لا تنتمي إلى المستوي $(P)$،لأن الجملة $\begin{cases}6=1+2t\\ 4=-2t-t'\\ 4=2-t+2t'\end{cases}$ ليس لها حل. | 0.5 | |
| ب) $B\in(P)$ و $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_1=0$ و $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_2=0$ ، حيث $\vec{u}_1$ و $\vec{u}_2$ شعاعا توجيه $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ | | 04.5 |
| إذن $B$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستوي $(P)$.............................. | 0.5 | |
| 3) أ) $(Q):5x+y-7z-6=0$ .............................. | 0.5 | |
| ب) $C(3;-2;1)$ و $D(1;1;0)$ .............................. | 0.5 | |

| | | |
|---|---|---|
| 4) أ) $BCD$ قائم في $B$، $V(ABCD)=\frac{15}{2}uv$ ................................ | 01 | |
| ب) $S(ACD)=\frac{3\times V(ABCD)}{d(B,(Q))}$ ومنه $S(ACD)=\frac{3\times\frac{15}{2}}{\sqrt{3}}=\frac{15\sqrt{3}}{2}ua$ ......... | 0.5 | |
| **التمرين الثالث:** ( 04 نقط) | | |
| I- 1) $f(x)-x\geq 0$ في $[1;2]$ و $f(x)-x<0$ في $]2;+\infty[$ ............................ | 0.5 | |
| 2)أ) $f'(x)=\frac{x-2}{x-1}$ ، $f$ متزايدة تماما على $]2;+\infty[$ و متناقصة تماما على $[1;2]$ .......... | 0.75 | |
| ب) $f$ متزايدة تماما على $[2;e+1]$، $2\leq x\leq e+1$ ومنه $2=f(2)\leq f(x)\leq f(e+1)=e$ | 0.5 | |
| II) 1) $u_0\in[2;e+1]$ محقق. | | |
| نفرض $u_n\in[2;e+1]$ ومنه ،حسب 2)ب)، $u_{n+1}=f(u_n)\in[2;e+1]$، إذن ........ | 0.75 | |
| 2) $u_{n+1}-u_n=f(u_n)-u_n$ وبما أن $u_n\in[2;e+1]$ فإن $u_{n+1}-u_n\leq 0$ | | 04 |
| ومنه $(u_n)$ متناقصة ................................................................ | 0.5 | |
| 3) $(u_n)$ متناقصة ومحدودة من الأسفل ( بالعدد 2 ) فهي متقاربة ........................ | 0.5 | |
| بفرض $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=l$ فإن $l=f(l)$ لأن $f$ مستمرة ومنه $l=2$ ........................ | 0. 5 | |
| **التمرين الرابع:** ( 06 نقط ) | | |
| I) 1) $\lim\limits_{x\to 0}g(x)=0$ ............................................ | 0.25 | |
| $g'(x)=2+\ln x$ ............................................ | 0.25 | |
| إشارة $g'(x)$: $0\ -\ e^{-2}\ +\ 3$ ............................................ | 0.25 | |
| $g(3)=3+3\ln 3$ و $g(e^{-2})=-e^{-2}$ ، جدول التغيرات ................................ | 0.25 | |
| 2)أ) $2\notin\left]0;e^{-2}\right]$ ومنه المعادلة $g(x)=2$ لا تقبل حلا في $\left]0;e^{-2}\right]$ .............. | 0.25 | |
| $g$ مستمرة ومتزايدة تماما على $[e^{-2};3]$ ، $2\in[-e^{-2};3+3\ln 3]$ إذن للمعادلة حل وحيد في المجال $]e^{-2};3[$. | 0.25 | |
| و $g(1,45)=1,99;\ g(1,46)=2,01$ ومنه $1,45<\alpha<1,46$ ..................... | 0.25 | |
| ب) إشارة $g(x)-2$ : $0\ -\ \alpha\ +\ 3$ ................................ | 0.25 | |
| II) 1) $f$ لا تقبل الاشتقاق عند 2 ،لأن $(C_f)$ لا يقبل مماسا في النقطة ذات الفاصلة 2 ...... | 0.25 | |
| 2) العدد المشتق من اليمين هو $\ln 2$ والعدد المشتق من اليسار هو $-\ln 2$ ................ | 0. 5 | |
| 3) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=-\infty$ ............................................ | 0.25 | 06 |
| من أجل $x\in]0;2[$، $f'(x)=-\frac{g(x)-2}{x}$، من أجل $x\in]2;3]$، $f'(x)=\frac{g(x)-2}{x}$ | 0. 5 | |
| إشارة $f'(x)$: $0\ +\ \alpha\ -\ 2\ +\ 3$ ............................................ | 0.5 | |
| $f(\alpha)=(2-\alpha)\ln\alpha$ ، $f(2)=0$ ، $f(3)=\ln 3$، جدول التغيرات ........ | 0.25 | |

| | | |
|---|---|---|
| III) 1) $\lim_{x \xrightarrow{<} \frac{\pi}{2}} h(x) = -\infty$ و منه $x=\frac{\pi}{2}$ معادلة مستقيم مقارب $(\Delta)$ ............. | 0.25 | |
| 2) $h(x)=f(\cos x)$ ............................................................ | 0.25 | |
| $h$ مركب الدالة $x \mapsto \cos x$ متبوعة بالدالة $x \mapsto f(x)$ ............................ | 0.25 | |
| الدالة "cos" متناقصة تماما على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ و $f$ متزايدة تماما على $]0;1]$ ومنه $h$ متناقصة تماما على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ ............................................................ | 0.25 | |
| $h(0)=0$ و $h'(0)=0$ وجدول التغيرات ........................ | 0.25 | |
| رسم $(\Delta)$ و $(C_h)$ ............................................................ | 0. 5 | |

| العلامة | | |
|---|---|---|
| مجموع | مجزأة | (الموضوع الثاني) عناصر الإجابة |

**التمرين الأول: ( 04.5 نقط)**

1) أ) $(\gamma)$ هي الدائرة التي مركزها $A$ ونصف قطرها 2. إنشاء $(\gamma)$ .............. 0.75

ب) $(\gamma')$ نصف مستقيم مبدؤه $A$ ومعامل توجيهه $tg(\frac{3\pi}{4})=-1$ . إنشاء $(\gamma')$ ....... 0.75

جـ) إحداثيات نقطة تقاطع $(\gamma)$ و $(\gamma')$ هي: $(1-\sqrt{2};1+\sqrt{2})$ .................... 0.5

2) أ) $\dfrac{z_1-z_0}{z_0}=i\sqrt{2}$ .................................... 0.5

$\dfrac{z_0-z_1}{z_0}=-i\sqrt{2}$ ومنه $OAB$ مثلث قائم في $A$ ........................ 0.5

ب) $z_2=1+\sqrt{2}-i(1+\sqrt{2})$ ........................... 0.25

جـ) $\begin{cases}\alpha+(1+\sqrt{2})\beta=0\\ \alpha+\beta=\sqrt{2}\end{cases}$ ومنه $(\alpha;\beta)=(1+\sqrt{2};-1)$ .................... 0.5

د) $\overline{OM}\,\overline{AC}=0$ ، $(E)$ هي المستقيم المار من $O$ و $\overline{AC}$ شعاع ناظمي له...... 0.5

( تبرير آخر: معادلة $(E)$ هي $y=-x$ )

إنشاء $(E)$ ........................ 0.25

المجموع: 04.5



**التمرين الثاني: ( 4.5 نقطة)**

1) أ) $\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AC}=18$ و $\widehat{BAC}=34°$ ........................ 01

ب) $\widehat{BAC}\neq 0$ و $\widehat{BAC}\neq\pi$ ومنه $A$، $B$، $C$ تعين مستويا.................... 0.5

2) أ) $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ ........................ 0.5

ب) $(ABC):2x-y+2z-3=0$ .................................... 0.5

3) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$ ، $\Omega(2;-3;1)$ ، $R=3$ ............... 01

4) $(P):2x-y+2z+d=0$ ........................................ 0.25

$|9+d|=9$ ومنه $d=0$ ، $d=-18$ ........................................ 0.5

$(P_1):2x-y+2z=0$ و $(P_2):2x-y+2z-18=0$ ........................ 0.25

المجموع: 04.5

**التمرين الثالث: ( 05 نقط)**

1) بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد $5^n$ : 01

| قيم $n$ | $4k$ | $4k+1$ | $4k+2$ | $4k+3$ |
|---|---|---|---|---|
| الباقي | 1 | 5 | 9 | 13 |

2) أ) من أجل $p=4k+2$، $(k\in\mathbb{N})$، $5^p\equiv 9[16]$ ومنه يوجد $n\in\mathbb{N}$ يحقق $5^p=9+16n$

أي $C_n=D_p$ ........................................ 0.5

ب) من أجل $p=6$، $n=976$ ........................................ 0.5

المجموع: 05

| | | |
|---|---|---|
| 3) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $f'(x)=4\ln 5\times 5^{4x+2}>0$ ، $f$ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ | | |
| جدول التغيرات ...... | 0.75 | |
| استنتاج أن $f(x)>0$ ...... | 0.5 | |
| 4) أ) $\frac{5^{(4\times0+2)}-9}{16}=1=u_0$ . نفرض $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$ ومن $u_{n+1}=5^4(u_n+\frac{9}{16})-\frac{9}{16}$ نجد $u_{n+1}=\frac{5^{4n+6}-9}{16}$ | | |
| ومنه لكل $n\in\mathbb{N}$ ، $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$ ...... | 0.75 | |
| ب) $5^{(4n+2)}\equiv 9[16]$ ومنه $5^{(4n+2)}-9\equiv 0[16]$ أي $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}\in\mathbb{N}$ ...... | 0.5 | |
| 5) $u_n=\frac{1}{16}f(n)$ و $\frac{1}{16}>0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما لأن $f$ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ | 0.5 | |
| **التمرين الرابع: ( 06 نقطة )** | | |
| 1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ ...... | 0.5 | |
| 2) $f'(x)=xe^x$ ، $f$ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ...... | 0.75 | |
| جدول التغيرات ...... | 0.25 | |
| 3) أ) $1\notin[-1;0[$ ومنه المعادلة لا تقبل حلولا على $]-\infty;0]$ ...... | 0.25 | |
| $f$ مستمرة ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$ و $1\in[-1;+\infty[$ إذن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ ...... | 0. 25 | |
| $f(1,27)<1<f(1,28)$ لأن $f(1,27)\simeq 0.96; f(1,28)\simeq 1.01$ ...... | 0.5 | 06 |
| ب) $(T): y=ex-e$ ، $(C_f)$ أعلى $(T)$ لأن $f(x)-y=(x-1)(e^x-e)\geq 0$ ... | 0.75 | |
| ج) رسم $(T)$ و $(C_f)$ ...... | 0.75 | |
| 4) $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ تعني $f(x)=f(m)-1$ ...... | 0.25 | |
| $f(x)=f(m)-1$ تقبل حلا واحدا إذا كان $f(m)-1=-1$ أو $f(m)-1\geq 0$ ...... | 0.25 | |
| أي $m=1$ أو $m\geq\alpha$ ( $f$ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ و $\alpha>0$ ) ...... | 0. 25 | |
| 5) أ) $h$ دالة زوجية لأنها معرفة على $\mathbb{R}$ و $h(-x)=h(x)$ ...... | 0.25 | |
| ب) إذا كان $x\leq 0$ فإن $h(x)=-f(x)$ ومنه $(C_h)$ نظير $(C_f)$ بالنسبة إلى محور الفواصل على المجال $]-\infty;0]$ ثم نكمل الرسم بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب ...... | 0.25 | |
| رسم $(C_h)$ ...... | 0.25 | |
| 6) $g'(x)=(ax+a+b)e^x$ ، بالمطابقة نجد، $a=1$ ، $b=-2$ ...... | 0. 5 | |