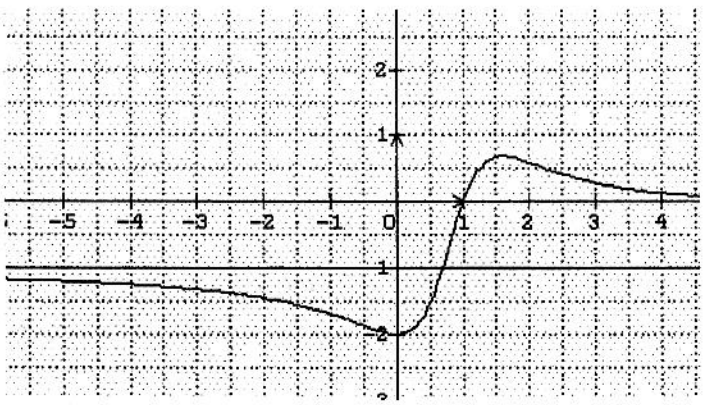
الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2012

المادة :الرياضيات الشعبة: تقني رياضي

محاور الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الأول:(03 نقط)		
	1) $9^{5k}\equiv 1[11]$ ، $9^{5k+1}\equiv 9[11]$ ، $9^{5k+2}\equiv 4[11]$ ، $9^{5k+3}\equiv 3[11]$ ، $9^{5k+4}\equiv 5[11]$	0.25	
	البواقي هي على الترتيب : 1، 9، 4 ، 3، 5.	0.25	
	2) لدينا $2011\equiv 9[11]$ ومنه $2011^{2012}\equiv 9^{2012}[11]$	0.25	
	وبما أن $2012=5\times 402+2$ فإنّ $9^{2012}\equiv 4[11]$	0.25	
	3) لدينا $9^{5n}\equiv 1[11]$ أي $9^{15n+1}\equiv 9[11]$ و $4\times 9^{15n+1}\equiv 3[11]$ و $4\times 9^{10n}\equiv 4[11]$	3×0.25	03
	ومنه نجد $4\times 9^{15n+1}+4\times 2011^{10n}+2011^{2012}\equiv 0[11]$	0.25	
	4) $2011^{2012}+2n+2\equiv 0[11]$ تكافئ $2n+6\equiv 0[11]$	0.25	
	ومنه $n\equiv 8[11]$	0.50	
	إذن $n=11k+8$ مع k عدد طبيعي	0.25	
	التمرين الثاني:(06 نقاط)		
	1) تعيين z_1 و z_2: $z_1=3+2i$ و $z_2=1-2i$ (+الطريقة)	2×0.50 0.25+	
	2) أ) $i\left(z_A-z_\Omega\right)=\left(z_B-z_\Omega\right)=-4+2i$ .....(تقبل أي طريقة أخرى)	0.50	
	ب) المثلث ΩAB قائم في Ω ومتقايس الساقين	0.50	
	3) أ) $z'=2z-3-2i$	0.50	
	ب) $z_C=-1-6i$	0.50	
	جـ) $z_D=5-4i$	0.50	06
	د) البرهان على أن $ABCD$ مربع	0.50	
	4) أ)لدينا $\left\|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BB}+\overrightarrow{BC}\right\|=\left\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right\|=\left\|\overrightarrow{BD}\right\|=\left\|z_D-z_B\right\|=4\sqrt{5}$	0.50	
	ومنه B تنتمي إلى المجموعة (E)	0.25	
	$MD=4\sqrt{5}$ ومنه (E) هي الدائرة ذات المركز D ونصف القطر $4\sqrt{5}$	0.50	
	ب) الإنشاء: (E) الدائرة ذات المركز D والتي تشمل B	0.50	
	التمرين الثالث:(07 نقاط)		
	(I) 1) $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-4$	2×0.25	
	$g'(x)=2(1-x)e^x$ و إشارتها.	2×0.25	
	جدول التغيرات	0.25	02,5
	2) الدالة g مستمرة وتغير إشارتها مرتين وبما أن $g(0)=0$ فإن العدد صفر هو حل	1	
	ولدينا $g(1,59)\times g(1,60)<0$ ومنه الحل الثاني هو α حيث $1,59<\alpha<1,60$ ...		
	3) إشارة $g(x)$	0.25	

160

محاور الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	1) (Π) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$ ومنه المستقيم ذو المعادلة $y = -1$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ..	0.25	
	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ومنه المستقيم ذو المعادلة $y = 0$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$	0.25	
	2) أ) البرهان على أنّ: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$	0.50	
	ب) إشارة $f'(x)$ وجدول تغيرات الدالة f	2×0.25	
	جـ) $f(1) = 0$ ، إشارة $f(x)$	2×0.25	
	3) أ) $f(\alpha) = \dfrac{2-\alpha}{\alpha-1} = \dfrac{1+1-\alpha}{\alpha-1} = -1 + \dfrac{1}{\alpha-1}$	0.25	
	ب) إيجاد حصر لـ $f(\alpha)$	0.25	
	جـ) رسم المنحنى (C_f): 	0.50	04,5
	4) المعادلة تكافيء: $f(x) = m + 1$		
	ومنه لما: $m \in]-\infty;-3[\cup \left]\dfrac{3-2\alpha}{\alpha-1};+\infty\right[$ لا توجد حلول		
	ولما: $m = -3$ للمعادلة حل مضاعف معدوم		
	و لما: $m \in]-3;-2[$ للمعادلة حلين من إشارتين مختلفتين		
	و لما: $m \in]-2;-1[$ للمعادلة حل وحيد موجب		
	و لما: $m \in \left]-1;\dfrac{3-2\alpha}{\alpha-1}\right[$ للمعادلة حلين موجبين		
	ولما: $m = \dfrac{3-2\alpha}{\alpha-1}$ للمعادلة حل مضاعف موجب.....	0.75	
	5) أ) $h'(x) = 2f'(x) \times f(x)$ إشارة $h'(x)$	2×0.25	
	ب) جدول تغيرات h	0.25	

161

محاور الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الرابع(04 نقط)		
	1) $-2x+y+5z-1=0$ معادلة للمستوي (P)	0.50	
	2) $\vec{n}(-2;1;5)$ هو شعاع ناظمي لـ (P) و $\vec{n'}(1;2;0)$ شعاع ناظمي لـ (Q)		
	بما أن $\vec{n}.\vec{n'}=0$ فإنّ $\vec{n}\perp\vec{n'}$ وبالتالي (P) و (Q) متعامدان	0.50	
	3) $\begin{cases} x=2t \\ y=-t+1 \\ z=t \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) (يقبل أي تمثيل وسيطي آخر)	0.75	04
	4) أ) $d_1=\frac{11}{\sqrt{30}}$ و $d_2=\frac{7}{\sqrt{5}}$	2×0.5	
	ب) $d^2=d_1^2+d_2^2$ ومنه $d=\sqrt{\frac{83}{6}}$	0.50	
	5) حساب d بطريقة ثانية ..... (0.25 للمحاولة + 0.50 للنتيجة)	0.75	

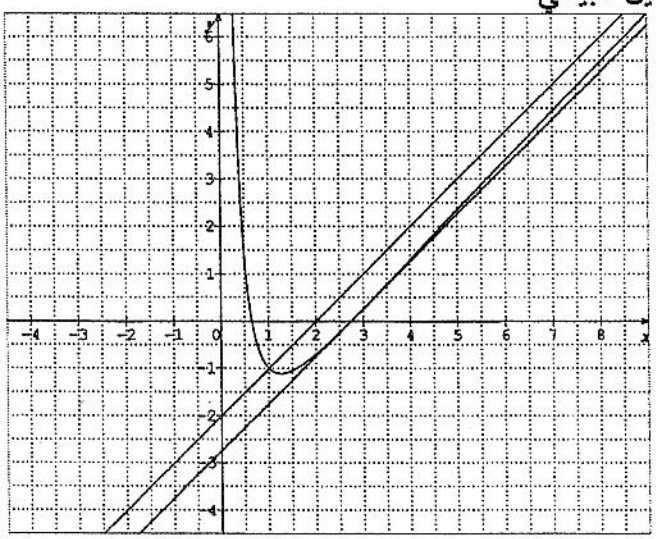
162

محاور الموضوع	عناصر الإجابـــة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	الموضوع الثاني		
	التمرين الأول: (05)		
	1) $z^2+2z+4=0$		
	$\Delta=\left(2i\sqrt{3}\right)^2$	0.25	
	$z_1=-1+i\sqrt{3}$ و $z_2=-1-i\sqrt{3}$	0.50	
	$z^2-2\sqrt{3}z+4=0$		
	$\Delta=(2i)^2$	0.25	
	$z_3=\sqrt{3}-i$ و $z_4=\sqrt{3}+i$	0.50	
	2) ا) $z_A=2e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}$ ، $z_B=2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$ ، $z_C=2e^{i\left(\frac{4\pi}{3}\right)}$ ، $z_D=2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$	4×0.25	
	ب) إثبات أن: $\frac{Z_D-Z_B}{Z_A-Z_C}=i$	0.25	
	نستنتج أن: $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{BD}\right)=\arg\left(\frac{Z_D-Z_B}{Z_A-Z_C}\right)=\frac{\pi}{2}$	0.25	05
	ومنه : المستقيمان (AC) و (BD) متعامدان.....	0.25	
	3) أ) $L_0=z_D\times z_0=z_D=-1+i\sqrt{3}$ و $L_1=z_D\times z_1=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$	2×0.25	
	ب) من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n$	0.25	
	(u_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $u_0=2$	2×0.25	
	$s_n=\left\|\overrightarrow{OM}_0\right\|+\left\|\overrightarrow{OM}_1\right\|+...+\left\|\overrightarrow{OM}_n\right\|$ لدينا : $=\lvert L_0\rvert+\lvert L_1\rvert+...+\lvert L_n\rvert$ $=u_0+u_1+...+u_n$		
	ومنه : $s_n=4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$	0.25	
	$\lim\limits_{n\to\infty}s_n=4$	0.25	

163

محاور الموضوع	عناصر الإجابـــة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الثاني: (03.5)		
	1) لدينا $\begin{cases}153=150+3\\153=147+6\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}153\equiv 3[15]\\153\equiv 6[7]\end{cases}$	1	
	2) x_0 حل للجملة (s)معناه $\begin{cases}x_0\equiv 3[15]\\x_0\equiv 6[7]\end{cases}$		
	و x حل للجملة (s)معناه $\begin{cases}x\equiv 3[15]\\x\equiv 6[7]\end{cases}$		3.50
	بالتالي: x حل للجملة (s)يكافئ $\begin{cases}x-x_0\equiv 0[15]\\x-x_0\equiv 0[7]\end{cases}$	1	
	(أو إثبات صحة الالتزامين)		
	3) x حل للجملة (s)معناه $x-153\equiv 0[105]$		
	بالتالي: $x=105k+48$ حيث k عدد صحيح.....	1	
	4) لدينا : (x حل للجملة و $500\le x\le 600$) معناه $k=5$	0.25	
	إذن: عدد الكتب هو 573	0.25	
	التمرين الثالث: (04.5)		
	1 (D) محتوى في (P)	0.5	
	2. أ) $\begin{cases}x=1+4t\\y=1+t\\z=3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ (يقبل أي تمثيل وسيطي آخر)	0.5	
	ب) (D) و (Δ) يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيات		
	$(-\frac{5}{19};\frac{13}{19};-\frac{18}{19})$	0.75	
	3) $3x-4z-3=0$ معادلة لـ (Q)	0.5	04.50
	4) أ) المسافة بين M و (P).....	0.25	
	المسافة بين M و (Q)	0.25	
	ب- مجموعة النقط M هي نقط الفضاء (P_1): $7x+3y-4z-4=0$	0.5	
	أو نقط الفضاء (P_2): $x+3y+4z+2=0$	0.5	
	(P_1) و (P_2) متعامدان	0.25	
	5) المستويات (P) ، (Q) و (P_2) تتقاطع وفق المستقيم (D)	0.5	

محاور الموضوع	عناصر الإجابـــة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الرابع: (07)		
	I) 1) $g(1)=-1$ و $g'(+1)=4$	0.50	
	$a=-2$ ، $b=2$	0.50	
	2) أ) $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to 0} g(x)=-\infty$	2×0.25	
	$g'(x)=2x+\frac{2}{x}$ ، $g'(x)>0$	2×0.25	
	جدول التغيرات	0.25	
	ب) مبرهنة القيم المتوسطة	0.25	
	إشارة $g(x)$	0.25	
	II) 1) أ) النهايات	2×0.25	
	ب) $f'(x)=\frac{x^2-2+2\ln(x)}{x^2}$	0.50	
	جدول التغيرات		
	x: 0 ، α ، $+\infty$; $f'(x)$: $-$ ، 0 ، $+$; $f(x)$: $+\infty$ ↘ $f(\alpha)$ ↗ $+\infty$	0.25	07
	2) أ) (Δ) مستقيم مقارب	0.25	
	دراسة الوضعية	0.50	
	ب) $f'(x)=1$ يكافئ $x=e$	0.25	
	$y=x-2-\frac{2}{e}$	0.25	
	ج) مبرهنة القيم المتوسطة	2×0.25	
	التمثيل البياني	0.5	
	3) مناقشة حلول المعادلة المعطاة حسب قيم m	0.75	



165