الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2011

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــــوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: (E)...... $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)، ثم اكتب حلولها على الشكل المثلثي.

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقاط A، B، C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=2i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$، $z_C=\sqrt{3}-i$، نضع: $L=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

أ) اكتب L على الشكل الأسي.

ب) أثبت أن: $z_A-z_B=L(z_C-z_B)$، ثم استنتج أن A صورة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه وتحديد عناصره المميزة.

ج) استنتج نوع المثلث ABC ثم احسب مساحته S.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{a+b\ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2/ g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1+2\ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ ، فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$.

د) أنشئ (C_g).

3/ أ) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=\frac{1+\ln 2x}{2x}$. احسب $h'(x)$.

ب) تحقّق أن: $g(x)=\frac{1}{4x^2}+\frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n=\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$.

1/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $u_n=1+\frac{1}{n(n+2)}$، ثم استنتج أن: $u_n>1$

2/ ادرس اتجاه تغير (u_n) ثم بيّن أنها متقاربة ، احسب نهاية (u_n).

3/ ليكن الجداء p_n المعرف كما يلي: $p_n=u_1\times u_2\times ...\times u_n$

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $p_n=\frac{2n+2}{n+2}$.

4/ (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $v_n=\ln u_n$ حيث $\ln$ دالة اللوغاريتم النيبيري

عبّر بدلالة p_n عن S_n حيث: $S_n=v_1+v_2+.......+v_n$ ثم احسب نهاية S_n لما n ينتهي إلى $+\infty$

التمرين الرابع: (05 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1/ المعادلة: $21x+14y=40$ لا تقبل حلولا في مجموعة الأعداد الصحيحة

2/ في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون: $\overline{3421}+\overline{1562}=\overline{5413}$

3/ باقي القسمة الإقليدية للعدد: $1+3+3^2+...+3^{2011}$ على 7 هو: 6

4/ الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

أ- المستوي (ρ) الذي معادلته $2x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيهه لا يشتركان في أية نقطة.

ب- معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (ρ) هي: $x-y+z=0$.

الموضـــوع الثانـــي

التمرين الأول: (04.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث:

$\overrightarrow{AD}(1;5;2)$ ، $\overrightarrow{BD}(0;7;3)$ ، $\overrightarrow{CD}(1;-3;7)$ و $C(2;8;-4)$

1/ بيّن أن النقط A ، B ، D تعيّن مستويا.

2/ بيّن أن المستقيم (CD) يعامد المستوي (ABD)

3/ I المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

أ) بيّن أن المستقيم (AB) يعامد المستوي (CDI)

ب) عيّن معادلة للمستوي (CDI) واكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

ج) استنتج إحداثيات النقطة I

4/ احسب الأطوال DI ، CD ، AB واستنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(مساحة رباعي الوجوه = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

L العدد المركب المعرف كما يلي: $L=\dfrac{-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{5+3i}$.

1/ أ) اكتب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

ب) بيّن أن: $L^{12}+1=0$ ، ثم احسب: $\left(-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right)^{12}+(5+3i)^{12}$.

ج) n عدد طبيعي فردي و p عدد طبيعي زوجي أثبت أن: $L^{4n}+L^{4p}=0$.

2/ أ) النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب: $z_A=5+3i$ و $z_B=5-3i$ عيّن اللاحقة $z_{A'}$ للنقطة A' صورة النقطة A بالتشابه المباشر الذي مركزه النقطة B ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$.

ب) عيّن z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABA' .

التمرين الثالث: (07.5 نقطة)

أ) f الدّالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=3-\frac{4}{e^{x}+1}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس تغيّرات الدّالة f.

2- عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3- بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

4- لتكن g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=f(x)-x$.

أ- ادرس تغيّرات الدّالة g.

ب- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7<\alpha<2,8$

5- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$ والمنحنى (C_f).

ب) (U_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n: $U_{n+1}=f(U_n)$

1- باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثّل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل.

2- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإن: $1\leqslant U_n<\alpha$.

3- بيّن أنّ المتتالية (U_n) متزايدة تماما.

4- استنتج أن (U_n) متقاربة و بيّن أنّ: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=\alpha$.

التمرين الرابع: (04 نقاط)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n=2^n+3^n+4^n+5^n+6^n$

1) تحقّق أن: $4\equiv-3[7]$ ثم بيّن أن: $A_3\equiv6[7]$.

2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7.

3) بيّن أنه إذا كان n فرديا فإن: A_n+1 يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.

4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7؟