

# الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2011

المادة : رياضيات الشعبة : تقني رياضي

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاور الموضوع												
المجموع	مجزأة														
04	0,25×2	<p>الموضوع الأول</p> <p>التمرين الأول: (04 نقاط)</p> <p>1/ حلول المعادلة (E) : <math>z_2 = \sqrt{3} + i</math> ، <math>z_1 = \sqrt{3} - i</math></p> <p><math>z_2 = 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)</math> و <math>z_1 = 2 \left[ \cos \left( -\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right) \right]</math></p> <p>2 (أ) <math>L = e^{\frac{4\pi}{3}}</math></p> <p>ب) إثبات أن <math>z_A - z_B = L(z_C - z_B)</math> ومنه A صورة C بالدوران الذي مركزه النقطة B ذات اللاحقة <math>\sqrt{3} + i</math> وقيس زاويته <math>\frac{4\pi}{3}</math></p> <p>ج) المثلث ABC مثلث متقايس الساقين <math>AB = BC</math> مساحته s حيث</p> <p><math>s = \frac{1}{2} AC \times BH = \sqrt{3}ua</math> حيث H منتصف [AC]</p>	<p>الشكل الأسّي للعدد المركب الدوران</p>												
	0,5×2														
	0,5														
	0,25×3														
	0,5														
0,75															
06	0,5×2	<p>التمرين الثاني: (06 نقاط)</p> <p>1/ من <math>f \left( \frac{1}{2} \right) = 1</math> نجد <math>a = 1</math> ثم من <math>f' \left( \frac{1}{2} \right) = 0</math> نجد <math>b = 2</math></p> <p>2 (أ) <math>\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0</math></p> <p>(د<sub>1</sub>) : <math>y = 0</math> و (د<sub>2</sub>) : <math>x = 0</math> مستقيمان مقاربان لـ (C<sub>f</sub>)</p> <p>ب) <math>g'(x) = \frac{-\ln 2x}{x^2}</math> وإشارته</p> <p>0 — + — <math>\frac{1}{2}</math> — - — +∞</p> <p>g متزايدة تماما على <math>\left] 0; \frac{1}{2} \right]</math> و متناقصة تماما على <math>\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[</math></p> <p>جدول التغيرات:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td>+∞</td> </tr> <tr> <td>g'(x)</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>g(x)</td> <td>-∞</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>ج) <math>g(x) = 0</math> تكافئ <math>x = \frac{\sqrt{e}}{2e}</math></p> <p>د) إنشاء (C<sub>g</sub>)</p> <p>3 (أ) <math>h(x) = -\frac{\ln 2x}{2x}</math></p> <p>ب) التحقق <math>g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}</math> ثم <math>G(x) = -\frac{3+2\ln 2x}{4x}</math></p>	x	0	$\frac{1}{2}$	+∞	g'(x)		+	-	g(x)	-∞	1	0	<p>دراسة الدالة اللوغارتمية الدوال الأصلية</p>
	x		0	$\frac{1}{2}$	+∞										
	g'(x)			+	-										
	g(x)		-∞	1	0										
	0,25+0,5														
	0,25×2														
	0,5+0,25														
0,25															
0,25															
0,5															
0,5															
0,5															
0,75+0,25															

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	مصادر الموضوع
مجموع	مجزأة		
05	0.5×2	التمرين الثالث: (05 نقاط) 1/ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ : $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ ، $u_n > 1$	اتجاه تغير متتالية
	1	2/ حيث $u_n = f(n)$ : $f(x) = 1 + \frac{1}{x(x+2)}$ ، $f'(x) = -\frac{2x+2}{x^2(x+2)^2} < 0$ من	البرهان بالتراجع
	0.5×2	أجل $x > 0$ ومنه $(u_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ ، $(u_n)$ متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة	نهاية متتالية
	0.25	3/ البرهان بالتراجع لأن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ من أجل: $n=1$ ، $p_1 = u_1 = \frac{4}{3}$	
	0.75	نفرض $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ ولدينا: $p_{n+1} = p_n \times u_{n+1} = \frac{2n+4}{n+3}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ فإن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$	
0.5×2	4/ $s_n = \ln p_n$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \ln 2$		
05	1	التمرين الرابع: (05 نقاط) 1/ صحيح لأن: $PGCD(21;14) = 7$ و 7 لا يقسم 40	التعداد الموافقة القواسم
	1	2/ خطأ لأن: $3421 + 1562 = 5313$	
	0.5×3	3/ خطأ لأن: $3^{44+\alpha} = 3^\alpha [7]$ و $1+3+3^2+\dots+3^{2011} = \frac{3^{2012}-1}{2}$	هندسة فضائية
	1	4/ صحيح لأن: $\vec{n}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ $(P)$ و $\vec{d}$ شعاع توجيه $(d)$ متعامدان وعليه $(P) \parallel (d)$ و $A \in (P)$ و $A \notin (d)$ إذن $(P) \cap (d) = \emptyset$	
	0.5	ب) خطأ لأن: معادلة $(Q)$ هي: $2x + y - z = 0$ <u>ملاحظة:</u> في كل سؤال تمنح 0.25 للاختيار الصحيح والباقي للتبرير.	

العلامة		عناصر الإجابة	مخاور الموضوع									
المجموع	مجزأة											
4.5	0,25×3	<p><b>التمرين الأول: (04.5 نقطة)</b></p> <p>1/ <math>\overline{AD}</math> و <math>\overline{BD}</math> غير متوازيين فالنقاط <math>D, B, A</math> تعين مستويا</p> <p>2/ بما أن <math>\overline{CD} \cdot \overline{BD} = 0</math> و <math>\overline{CD} \cdot \overline{AD} = 0</math> فإن: <math>(CD)</math> يعامد <math>(ABD)</math></p> <p>3/ <math>(CD)</math> عمودي على <math>(AB)</math> و <math>(CI)</math> عمودي على <math>(AB)</math> ومنه <math>(AB)</math> يعامد <math>(CDI)</math></p> <p>ب) <math>\overline{AB}(1, -2, -1)</math> ناظم للمستوي <math>(CDI)</math> و <math>C</math> نقطة منه فإن المعادلة الديكارتيّة</p> $\lambda \in \mathbb{R} \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = -2\lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$ هي: $x - 2y - z + 10 = 0$ ، التمثيل الوسيطى لـ $(AB)$ <p>ج) <math>I\left(\frac{1}{6}, \frac{11}{3}, \frac{17}{6}\right)</math></p> <p>د) <math>AB = \sqrt{6}</math> ، <math>CD = \sqrt{59}</math> ، <math>DI = \frac{\sqrt{354}}{6}</math></p>	<p>تطبيقات الجداء السلمي التمثيل الوسيطي لمستقيم الحجوم</p>									
	1											
	0.5											
	0,5×2											
04	0,5×2	<p><b>التمرين الثاني: (04 نقاط)</b></p> <p>1/ <math>L = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = e^{i\frac{3\pi}{4}}</math></p> <p>ب) لدينا <math>L^{12} = -1</math> ومنه <math>L^{12} + 1 = 0</math> و <math>(-4\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{12} + (5 + 3i)^{12} = 0</math></p> <p>ج) <math>L^{4n} + L^{-4n} = (-1)^n + (-1)^n = 0</math></p> <p>د) <math>z_A = -1 - 9i</math></p> <p>هـ) <math>z_C = 3 - 3i</math></p>	<p>الشكل ، المثلثي ، موافق ، التشابه</p>									
	0,5×2											
	0.75											
	0.75											
	0.5											
7.5	0,25×2	<p><b>التمرين الثالث: (07.5 نقطة)</b></p> <p>أ- <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3</math> ; <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1</math></p> <p>ب- المشتق وإشارته : <math>f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} &gt; 0</math></p> <p>ج- جدول التغيرات:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>-1</td> <td>3</td> </tr> </table> <p>د- المستقيمان المقاربان معادلتهما <math>y = 3</math> ، <math>y = -1</math></p>	$x$	$-\infty$	$+\infty$	$f'(x)$		+	$f(x)$	-1	3	
	$x$		$-\infty$	$+\infty$								
	$f'(x)$			+								
	$f(x)$		-1	3								
0,25×2												
0.25												
0,25×2												





العلامة		عناصر الإجابة	محاوير الموضوع
المجموع	مجزأة		
0.5	0.25	$f''(x) = \frac{4e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3}$ ، إشارته : $\xrightarrow{+ \quad 0 \quad -}$	الدوال العددية والمتتاليات
0.25	0.25	نقطة الانعطاف $\omega(0,1)$ معادلة المماس: $y = x + 1$	
0.25×2	0.25	4) أ- تغيرات $g$ : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$	
0.25	0.25	المشتق : $g'(x) = -\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ وهو سالب جدول التغيرات	
0.25	0.25		
0.25	0.25×2	ب- $g$ مستمرة ومتناقصة تماما على $[2,7; 2,8]$ $g(2,7) = 0,048$ و $g(2,8) = -0,029$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد $\alpha$ وحيد حيث $g(\alpha) = 0$ و $2,7 < \alpha < 2,8$	
0.25	0.75	5) أ- $f(x) = 0$ تكافئ $x = -\ln 3$ ب- رسم $C_f$ و المنصف الأول والمماس.	
0.5	0.75	ب) 1- تمثيل : $U_2, U_1, U_0$ 2- إثبات أن : $1 \leq U_n < \alpha$	
0.75	0.25	لأن $1 \leq U_0 < \alpha$ و $2,7 < \alpha < 2,8$ نفرض $1 \leq U_n < \alpha$ و $f$ متزايد تماما ومنه $f(1) \leq f(U_n) < f(\alpha)$ ومنه $1 \leq U_{n+1} < \alpha$ ومنه $1 \leq U_{n+1} < \alpha$ من أجل كل عدد طبيعي $n$	
0.25	0.25×2	3- المتتالية $(U_n)$ متزايدة تماما : $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n = g(u_n) > 0$ لأن $1 \leq U_n < \alpha$ 4- $(U_n)$ متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة و $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$	
04	0.25	التمرين الرابع: (04 نقاط) 1) $4 = -3[7]$	الموالات في $Z$
0.5	0.75	$A_3 = 6[7]$ ومنه $A_3 = -1[7]$ أي $A_3 = 2^3 + 3^3 + (-3)^3 + (-2)^3 + (-1)^3 [7]$	
0.75	0.75	2) $2^{3k+2} = 4[7]$ , $2^{3k+1} = 2[7]$ , $2^{3k} = 1[7]$	
0.75	0.75	$3^{6k+3} = 5[7]$ , $3^{6k+2} = 4[7]$ , $3^{6k+1} = 6[7]$ , $3^{6k} = 2[7]$ , $3^{6k+1} = 3[7]$ , $3^{6k} = 1[7]$	
0.75	0.25	3) $A_n = -1[7]$ : إذا كان $n$ فرديا فإن : $A_n = 2^n + 3^n + (-3)^n + (-2)^n + (-1)^n [7]$	
0.25	0.75	ومنه $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7 ، $A_{7011} = 6[7]$ ، الباقي هو 6	
0.75	0.75	4) $A_{1432} = 6[7]$ ومنه $A_{1432} = 2 \times 2^{3 \times 477 + 1} + 2 \times 3^{6 \times 238 + 4} + 1 [7]$	

