الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: 2013

اختبار مادة: الرياضيات الشعبة: رياضيات المدة: 04 ساعات ونصف

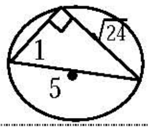
الإجابة النموذجية

عدد الصفحات: 4

مجزأة	المجموع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
		التمرين الأوّل: (06 نقاط)
$0,25+0,5$	06	1. أ - $\frac{z_A - z_B}{z_A} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث OAB متساوي الساقين وقائم في A .
$0,25\times 2$		ب - الرباعي $OABC$ مربع ، مساحته $s(OABC) = a^2\ ua$
$0,25\times 2$		2. أ - $\frac{z_E}{z_A} = \frac{b}{a}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z' = \frac{b}{a}e^{i\frac{3\pi}{4}}\times z$
$0,25$		ب - تبيان أنّ مساحة الرباعي $OEFG$ هي b^2 مقدّرة بوحدة المساحات. $S_{(OEFG)} = \left(\frac{b}{a}\right)^2\times a^2$
$0,5$		3. أ - $\lvert z_C\rvert^2 + \lvert z_E\rvert^2 - 2\lvert z_C\times z_E\rvert\cos\left[\arg\left(\frac{z_E}{z_C}\right)\right] = a^2+b^2-ab\sqrt{2}$
$0,25\times 2$		ب - المثلث OCE حسب الكاشي: $CE^2 = OC^2 + OE^2 - 2OC\times OE\times COS(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OE}) =$ $\lvert z_C\rvert - \lvert z_E\rvert^2 - 2\lvert z_C\rvert\lvert z_E\rvert\cos\left[\arg\left(\frac{z_E}{z_C}\right)\right] = a^2+b^2-ab\sqrt{2}$
$0,25$		II. 1- $M_{n+1} = s(M_n)$ معناه $\frac{z_{n+1}}{z_n} = \frac{b}{a}e^{i\frac{3\pi}{4}}$.
$0,75\times 2$		2 - (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{b}{a}$ وحدّها الأول u_0 معرّف بِ: $u_0 = \lvert z_0\rvert = \lvert z_A\rvert = a$. - (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{3\pi}{4}$ وحدها الأوّل v_0 معرّف بِ: $v_0 = \arg(z_A) = \frac{3\pi}{4}$.
$0,5$		3 - $T_n = u_0+u_1+u_2+u_3+...+u_n = \frac{a^2}{b-a}\left[\left(\frac{b}{a}\right)^{n+1} - 1\right]$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n = +\infty$
$0,75$		4 - $n=4\ell$ مع $\ell\in\mathbb{N}$.
		التمرين الثاني: (03 نقاط)
$0,75$	03	1. أ - تبيان أنّ: $PGCD(\alpha;\beta) = PGCD(\beta;10)$.
$0,5\times 2$		ب - $PGCD(\alpha;\beta)\in\{1;2;5;10\}$ جـ - $n=10p+2$ مع $p\in\mathbb{N}$.
$0,75$		2. أ - دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11.
$0,5$		ب - $n=110p+82$ مع $p\in\mathbb{N}$.

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (تابع للموضوع الأوّل)</th></tr>
<tr><th>المجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="8">05</td><td>$0,75$</td><td>1. أ - تبيان أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا (ABC).</td></tr>
<tr><td>$0,5\times 2$</td><td>ب - الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي لِ (ABC) ؛ $3x-2y+z-1=0$ معادلة له.</td></tr>
<tr><td>$0,5+0,25$</td><td>2. أ - $x+y-z+2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ ؛ (ABC) و $(\mathcal{P})$ متعامدان.</td></tr>
<tr><td>$0,5$</td><td>ب - (ABC) و $(\mathcal{P})$ متقاطعان وفق مستقيم (Δ) معرّف بِ $\left\{\begin{array}{l} x=-2+t \\ y=-7+4t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=-7+5t \end{array}\right.$.</td></tr>
<tr><td>$0,25\times 3$</td><td>ج - $d(D;(ABC))=\sqrt{14}$ ؛ $d(D;(\mathcal{P}))=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ؛ $d(D;(\Delta))=\sqrt{\frac{43}{3}}$.</td></tr>
<tr><td>$0,5$</td><td>3. أ - $x+4y+5z-33=0$ هي معادلة لِ $(\mathcal{Q})$ ؛</td></tr>
<tr><td>$0,25$
$+0,25$</td><td>ب - $(\mathcal{P})\cap(ABC)\cap(\mathcal{Q})=\{H\}$ هندسيا. $H\left(\frac{1}{3},\frac{7}{3},\frac{14}{3}\right)$</td></tr>
<tr><td>$0,25$</td><td>جـ - $d(D;(\Delta))=DH=\sqrt{\frac{43}{3}}$.</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع: (06 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="10">06</td><td>$0,5$</td><td>I– 1. أ - دراسة تغيرات الدالة u</td></tr>
<tr><td>$0,5$</td><td>ب - تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $e^x-e>3x-4$.</td></tr>
<tr><td>$0,75+0,5$</td><td>2. أ - $v'(1)=0$ ب - إثبات أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $v(x)\leq 0$.</td></tr>
<tr><td>$0,5$</td><td>جـ - استنتاج أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $\frac{-1+\ln x}{x^2}\leq 3x-4$.</td></tr>
<tr><td>$0,5$</td><td>3. إثبات أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $e^x-e+\frac{1-\ln x}{x^2}>0$.</td></tr>
<tr><td>$0,5$</td><td>II– 1. $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$</td></tr>
<tr><td>$0,5\times 2$</td><td>2. الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ؛ جدول تغيّرات الدالة f</td></tr>
<tr><td>$0,5$</td><td>3. $f(1)=0$ ؛ إنشاء المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $\left]0;\frac{5}{2}\right]$.</td></tr>
<tr><td>$0,25+$
$0,25+$
$0,25$</td><td>4. المساحة : $A=-\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)\,dx+\int_{1}^{2} f(x)\,dx,ua\approx 1,024\ ua$

$\left(\int f(x)\,dx=e^x-\frac{e}{2}x^2+\frac{1}{2}(\ln x)^2+c\right)$</td></tr>
</table>

(الموضوع الثاني) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التمرين الأوّل: (03 نقاط)		
1. أ - الأعداد الطبيعية n التي تحقق $2n+27\equiv 0[n+1]$ هي: $0;4;24$	$0,25$	03
ب - $(a;b)\in\{(1;5);(5;7)\}$.	$0,5$	
جـ - طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$:  يمكن استعمال $5^2=\sqrt{24}^2+1^2$ (فيثاغورث)	$0,25$	
2. أ - $\alpha=\overline{10141}=671$ و $\beta=\overline{3403}=478$	$0,25\times 2$	
ب - $\begin{cases}b^2-a^2=24\\671a-478b=9\end{cases}$ معناه $(a;b)=(5;7)$	$0,5$	
3. أ - $PGCD(2013;1434)=3$ ؛ $PGCD(671;478)=1$	$0,25\times 2$	
ب - $2013x-1434y=27$ معناه $(x;y)=(478k+5;671k+7)$ مع $k\in\mathbb{Z}$.	$0,5$	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		
1. $z^2+z+1=0$ معناه $z=\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ أو $z=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.	$0,5$	05
2. أ - $z_A=-\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}=e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ **ب -** مجموعة النقط هي المستقيم (OA) باستثناء النقطة A.	$0,5+0,25$	
3. أ - r هو دوران زاويته $-\dfrac{2\pi}{3}$ و مركزه $\omega(0;1)$	$0,5$	
ب - نسبة التحاكي h هي -2 ومركزه هو النقطة $\omega(0;1)$.	$0,5$	
جـ - r هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0;1)$ ونسبته 1 وزاويته $-\dfrac{2\pi}{3}$ ؛ h هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0;1)$ ونسبته 2 وزاويته π. إذن S هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0;1)$ ونسبته $1\times 2=2$ وزاويته $-\dfrac{2\pi}{3}+\pi=\dfrac{\pi}{3}$.	$0,75$	
التحقق من الكتابة المركّبة	$0,25$	
4. تبيان أنّ النقط O، Ω وَ E في استقامية.	$0,75$	
5. أ - المجموعة (Γ) هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 2.	$0,5$	
ب - (Γ) هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 4.	$0,5$	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1. أ - $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AB).	$0,25$	
ب - المستقيمان (AB) و (Δ) غير متقاطعين وغير متوازيين إذن هما ليسا من نفس المستوي.	$0,5$	

عناصر الإجابة (تابع للموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
2. أ - $(\lambda\in\mathbb{R});(\gamma\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-1+2\lambda+\gamma\\ y=\lambda\\ z=2-\lambda-\gamma\end{cases}$ وهو تمثيل وسيطي للمستوي $(\mathcal{P})$.	$0,25$	03
ب - إثبات أن $x-y+z-1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$.	$0,25$	
3. أ - تبيان أنّ النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB).	$0,25$	
ب - $M\left(-\frac{11}{3};-\frac{4}{3};\frac{10}{3}\right)$ و $N(-3;-2;4)$.	$0,75$	
جـ - $d(N,(P))=\frac{2}{\sqrt{3}}$ حساب مساحة المثلث ABN. $S(ABN)=\sqrt{2}\ u.a$	$0,5+0,25$	
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
I- 1. أ - $\lim_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ ؛ $\lim_{x\to+\infty}g(x)=1$.	$0,25\times2$	08
ب - $g'(x)=-(x^2-2x-1)e^{-x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ ؛ جدول تغيّرات الدالة g.	$0,25\times3$	
2. أ - $g(x)=0$ تقبل حلاً في $\left]-\infty;1-\sqrt{2}\right]$ وحلاً في $\left[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right]$ إذن تقبل حلين في $\mathbb{R}$	$0,5$	
$g(0)=0$ ؛ $\alpha\in\left]-0,8\,;-0,7\right[$ $g(-0,8)\times g(-0,7)<0$	$0,25\times2$	
ب - $x\in\left]-\infty;\alpha\right[\cup\left]0;+\infty\right[$ ، $g(x)>0$ ؛ $x\in\left]\alpha;0\right[$ ، $g(x)<0$ و $g(\alpha)=g(0)=0$	$0,25$	
II- 1. أ - $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ؛ $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	$0,25\times2$	
ب - $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$	$0,25$	
جـ - من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-x<0$ ومنه المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقع أسفل المستقيم (Δ).	$0,25$	
2. أ - تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$	$0,25$	
ب - جدول تغيرات الدالة f	$0,25$	
3. أ - تبيان أن المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسين $(f'(x)=1)$ لهما حلان $x=1$ أو $x=-1$)؛ $y=x$ ؛ $y=x-\frac{4}{e}$	$0,25\times3$	
ب - تمثيل المماسين والمنحني $(\mathcal{C}_f)$.	$0,25\times3$	
جـ - المناقشة بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $(x+1)^2+me^x=0$	$0,5$	
4. $H'(x)=(x+1)^2e^{-x}$	$0,25$	
ب - $S=4(2e-5)\ cm^2$	$0,25$	
III- 1. البرهان بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1\le u_n\le\alpha$.	$0,75$	
2. المتتالية (u_n) متناقصة لأن: $u_{n+1}-u_n=-(u_n+1)^2e^{-u_n}<0$	$0,25$	
3. استنتاج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ؛ $\lim_{n\to+\infty}u_n=-1$	$0,25\times2$	