الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: **جوان 2013**

الشعبة: **تسيير واقتصاد**

اختبار في مادة: **الرياضيات** — المدة: **03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

في رف من رفوف مكتبة "ثانوية النجاح"، يوجد 150 كتاب رياضيات و 50 كتاب فلسفة، حيث 40% من كتب الرياضيات و 70% من كتب الفلسفة تخص شعبة التسيير والاقتصاد.

نختار عشوائيا من الرف كتابا واحدا.

عيّن مع التبرير، الجواب الصحيح الوحيد من بين الأجوبة المقترحة، في كل حالة من الحالات التالية:

1) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات هو:

(أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{2}{5}$ (جـ) $\frac{1}{150}$

2) احتمال أن يكون الكتاب المختار خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد هو:

(أ) $0,24$ (ب) $0,475$ (جـ) $0,21$

3) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد هو:

(أ) $0,15$ (ب) $0,4$ (جـ) $0,3$

4) إذا كان الكتاب المختار يخص شعبة التسيير والاقتصاد، فإنّ احتمال أن يكون كتاب رياضيات هو:

(أ) $\frac{2}{75}$ (ب) $\frac{12}{19}$ (جـ) $\frac{3}{10}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي تطور النسب المئوية من ميزانية إحدى الجامعات، والمخصّصة للإنفاق على البحث العلمي بين سنتي 2005 و2012:

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة المئوية $y_i\%$	3,3	3,8	4,5	4,7	5	5,2	5,7	6,2

1) مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

2) جِدْ إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط، ثمّ مثّلها.

3) بيّن أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y = 0,38x + 3,09$ ، ثمّ ارسمه.

4) بفرض أنّ تغيّر النسب المئوية يبقى على هذه الوتيرة في السنوات القادمة.

أ- قدّر النسبة المئوية لإنفاق هذه الجامعة على البحث العلمي في سنة 2015.

ب- في أية سنة تصبح النسبة المئوية المتوقّعة للإنفاق على البحث العلمي لهذه الجامعة هي $9,93\%$ ؟

<u>التمرين الثالث</u>: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـــ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$u_{n+1} = \left(\dfrac{2a+1}{3}\right)u_n - \dfrac{2a+4}{3}$ ؛ حيث a وسيط حقيقي.

1- عيّن قيمة a التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2- نفرض $a \neq \dfrac{5}{2}$. عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية، ثمّ احسب عندئذ u_n ومجموع n حدا الأولى من المتتالية.

3- عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية، ثمّ عيّن في هذه الحالة كلا من u_{50} ومجموع 50 حدا الأولى منها.

4- نفرض $a = 4$. برهن بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، فإنّ: $u_n = 3^n + 2$ ، ثمّ بيّن أنّ:

$u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n = \dfrac{1}{2}\left(3^{n+1} + 4n + 3\right)$.

<u>التمرين الرابع</u>: (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{e^x - 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$. فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2- أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) تحقق أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإنّ: $f(x) = 2x - 2 + \dfrac{e^x}{e^x - 1}$ ، ثمّ استنتج أنّ المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = 2x - 2$ ، مقارب للمنحنى (C_f) .

3- بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإنّ: $f'(x) = \dfrac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{\left(e^x - 1\right)^2}$.

استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4- مثّل بيانيا كلاّ من (Δ) و (Δ') و (C_f) .

5- احسب العدد: $\int_1^2 f(x)\,dx$ ، ثمّ فسره هندسيا.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـــ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 6$.

1) أ- احسب الحدود: u_1، u_2، u_3 و u_4.

ب- هل المتتالية (u_n) رتيبة على $\mathbb{N}$؟ برّر إجابتك.

2) أ- بيّن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 4 = -\frac{1}{2}(u_n - 4)$.

ب- استنتج أن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n = u_n - 4$ هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

جـ) اكتب v_n، ثمّ u_n بدلالة n.

د) بيّن أن (u_n) متقاربة.

3) باستعمال عبارة u_n، تأكد ثانية من نتيجة السؤال 1) ب .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

وُضِعت أسئلة امتحان شفوي في علبتين متماثلتين A و B. العلبة A تحتوي على 4 أسئلة في الثقافة العامة، و 6 أسئلة في مادة الاختصاص؛ والعلبة B تحتوي على 3 أسئلة في الثقافة العامة، و 7 أسئلة في مادة الاختصاص. (عمليات سحب الأسئلة واختيار إحدى العلبتين متساوية الاحتمال)

1) يختار مترشح إحدى العلبتين ليسحب منها عشوائيا، سؤالا واحدا.

أ- شكّل شجرة الاحتمالات المتوازنة.

ب- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة A؟

جـ- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة B؟

د- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص؟

هـ- علما أن المترشح سحب سؤالا في الثقافة العامة، ما احتمال أن يكون من العلبة B؟

2) مترشح آخر يسحب عشوائيا سؤالا واحدا من العلبة A وسؤالا واحدا من العلبة B.

بيّن أن احتمال سحب سؤالين في مادة الاختصاص هو $0,42$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي تطور عدد مستعملي الهاتف النقال في مدينة ما من سنة 2006 إلى سنة 2012:

السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
عدد المستعملين y_i	21400	32400	48000	75600	121200	207000	280000

1) أ- مثّل سحابة النقط $M_i(x_i\,;y_i)$ في معلم متعامد (نأخذ على محور الفواصل $1cm$ لكل سنة وعلى محور التراتيب $1cm$ لكل 20000 مستعمل).

ب- هل يمكن تسوية سحابة النقط السابقة بتعديل خطي؟ برّر إجابتك.

2) بوضع: $z_i = \ln y_i$ من أجل $i \in \{1;2;3;4;5;6;7\}$. (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

أ- أنقل الجدول التالي على ورقة الإجابة، ثمّ أكمله:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

ب- مثّل سحابة النقط $M_i'(x_i\,;z_i)$ في معلم متعامد آخر مبدؤه $O'(0;9)$ وبوحدة $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $5cm$ لكل وحدة على محور التراتيب.

جـ- جِدْ إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i'(x_i\,;z_i)$.

د- بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i\,;\,z_i)$ هي: $z = 0{,}44x + 9{,}51$.

3) أ- تحقق أنّ: $y = k\,e^{0{,}44x}$ ، حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه. (تدوّر النتيجة إلى الوحدة)

ب- بفرض أنّ عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة، قدر عددهم سنة 2014.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = \dfrac{-x^2+x+2}{x^2}$.

1) عيّن، تبعا لقيم x ، إشارة $g(x)$.

2) أ- تحقق أنه، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $g(x) = -1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}$.

ب- استنتج الدوال الأصلية للدالة g على $]0;+\infty[$.

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0;8[$ كما يلي: $f(x) = 3 - x - \dfrac{2}{x} + \ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- تحقق أن f هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $]0;8[$ والتي تنعدم عند 1.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;8[$.

جـ- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

د- شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين، أحدهما α ، حيث: $3{,}8 < \alpha < 3{,}9$.

3) مثّل بيانيا (C_f).

III) الدالة العددية h معرفة على $\left]-\dfrac{2}{3};2\right]$ كما يلي: $h(x) = f(3x+2)$.

1) بيّن أنّه إذا كان $-\dfrac{2}{3} < x \le 0$ فإنّ $0 < 3x+2 \le 2$ وإذا كان $0 \le x \le 2$ فإنّ $2 \le 3x+2 \le 8$.

2) احسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

3) شكّل جدول تغيرات h.