التصحيح المفصل بكالوريا 2018 شعبة الآداب و الفلسفة و اللغات الأجنبية الموضوع الأول

التمرين الأول :

1) دراسة بواقي قسمة 2^n على 5 :

لدينا $2^0 \equiv 1[5]$ و $2 \equiv 2[5]$ و $2^2 \equiv 4[5]$ و $2^3 \equiv 3[5]$ و $2^4 \equiv 1[5]$ و منه نرفع إلى قوى k نجد $2^{4k} \equiv 1[5]$

عدد طبيعي k	$4k+3$	$4k+2$	$4k+1$	$4k$	$n =$
	3	4	2	1	باقي قسمة 2^n على 5 هو

2) تعيين العدد الطبيعي a حيث $2018 = 4a + 2$ يكافئ $2016 = 4a$ يكافئ $a = \frac{2016}{4} = 504$.

3) إثبات أن العدد $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5 لدينا $2^{2018} \equiv 4[5]$ لأن $2018 = 4\times 504 + 2$.

$2017 \equiv 2[5]$ و منه $2017^8 \equiv 2^8[5]$ إذن $2017^8 \equiv 1[5]$ لأن $8 = 4\times 2$

$-5 \equiv 0[5]$ و منه بالجمع نجد $2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 4 + 1 - 5[5]$ يكافئ $2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 0[5]$ و منه باقي $2^{2018} + 2017^8 - 5$ على 5 هو 0 فهو قابل للقسمة على 5 .

4) أ- التحقق : لدينا $12 \equiv 2[5]$ بالرفع إلى قوى n نجد $12^n \equiv 2^n[5]$ (حسب خواص الموافقة)

و لدينا $-3 \equiv 2[5]$ بالرفع إلى قوى n نجد $(-3)^n \equiv 2^n[5]$.

ب-تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0[5]$ يكافئ $2^n + 2^n - 4 \equiv 0[5]$ يكافئ $2\times 2^n \equiv 4[5]$ يكافئ $2^{n+1} \equiv 4[5]$ من الجدول نجد أن $n+1 = 4k+2$ و منه $n = 4k+1$ و k عدد طبيعي .

التمرين الثاني

تعيين الاقتراح الصحيح مع التبرير

1) المتتالية (u_n) و التي عبارة حدها العام $u_n = n^2 - 1$: ندرس اتجاه تغيرها نحسب $u_{n+1} = (n+1)^2 - 1$ ثم الفرق $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2$ و منه $u_{n+1} - u_n = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$ و هو عدد طبيعي موجب إذن المتتالية متزايدة و منه الإجابة الصحيحة هي أ).

2) المتتالية (v_n) الهندسية و التي حدها الأول $v_1 = 3$ أساسها $q = 2$

عبارة حدها العام هي $v_n = v_1 \times q^{n-1}$ و منه $v_n = 3\times 2^{n-1}$ إذن الإجابة الصحيحة هي ب) .

المجموع هو $S_n = v_1 \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 3(2^n - 1)$ و منه الإجابة الصحيحة هي أ) .

3) الكريات الكلية هي $\Omega = \{11;12;13;14;15;16;17;18;19;\ 20\}$

الكريات التي تحمل رقم مضاعف للعدد 3 هي $A = \{12;15;18\}$ و احتمالها هو $P(A) = \frac{3}{10}$ و منه الإجابة الصحيحة هي ب)

الكريات التي تحمل رقم فردي مضاعف للعدد 3 هو $B = \{15\}$ و منه احتمالها $P(B) = \frac{1}{10}$ و منه الإجابة الصحيحة هي ج).

التمرين الثالث :

$f(x) = x^3 - 3x^2$.

1) حساب النهايات $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$ لأن 3 عدد فردي .

2) أ-حساب المشتقة $f'(x) = 3x^2 - 6x$ و منه $f'(x) = 3x(x-2)$ لها جذرين هما 2 و 0

إشارتها حسب الجدول التالي

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
إشارة $f'(x)$		+	0	−	0	+	

ب-و منه الدالة f متزايدة على المجالين $]-\infty;0]$ و $[2\ ;+\infty[$ و متناقصة على المجال $[0\ ;2]$.

جدول تغيرات

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$							
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	- 4	↗	$+\infty$

3) إثبات أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف لذالك

نحسب المشتقة الثانية $f''(x)=6x-6$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
إشارة $f''(x)$		−	0	+	

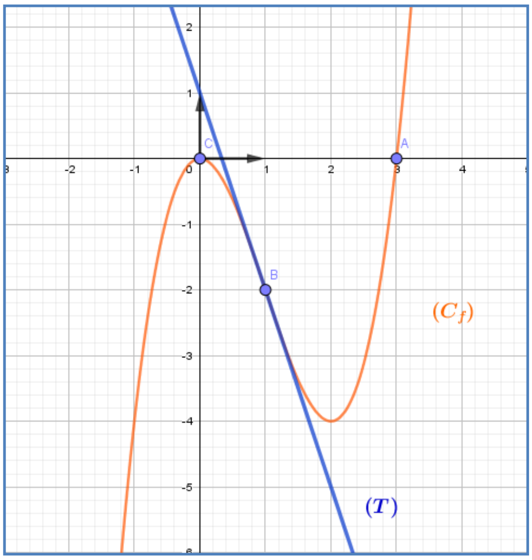
نلاحظ من الجدول أن f'' تنعدم عند 1 و تغير إشارتها و منه النقطة ذات الفاصلة 1 هي نقطة انعطاف و هي $B(1;-2)$ (لأن $f(1)=-2$)

4) معادلة المماس (T) هي $y=f'(x)(x-1)+f(1)$ و

لدينا $f(1)=-2$ و $f'(1)=3(1)^2-6(1)=-3$ بالتعويض نجد $y=-3(x-1)-2$ و منه $y=-3x+1$ هي معادلة المماس .

5) أ-نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هي التي تكون فواصلها حل للمعادلة $f(x)=0$ يكافئ $x^3-3x^2=0$ يكافئ $x^2(x-3)=0$ يكافئ $x^2=0$ أو $x-3=0$ و منه $x=0$ آو $x=3$ إذن $O(0;0)$ و $A(3;0)$ هما نقطتي تقاطع (C_f) و حامل محور الفواصل .

ب) رسم المنحنى (C_f) و (T)



6) حل بيانيا المتراجحة $f(x)>0$ يعني ايجاد فواصل النقاط من (C_f) التي يكون فيها (C_f) يقع فوق حامل محور الفواصل من البيان نلاحظ أن (C_f) يكون فوق حامل محور الفواصل على المجال $]3;+\infty[$

7) إثبات المساواة : $f(x)+4=x^3-3x^2+4$ و

$(x+1)(x-2)^2=(x+1)(x^2-4x+4)$ و منه

$(x+1)(x-2)^2=x^3-4x^2+4x+x^2-4x+4$ إذن

$(x+1)(x-2)^2=x^3-3x^2+4$ و منه $f(x)+4=(x+1)(x-2)^2$.

حل المعادلة $f(x)=-4$ يكافئ $f(x)+4=0$ يكافئ $(x+1)(x-2)^2=0$

يكافئ $(x+1)=0$ أو $(x-2)^2=0$

يكافئ $x=-1$ أو $x=2$ و هي حلول المعادلة $S=\{-1;\ 2\}$.

التصحيح المفصل للموضوع الثاني شعبة الآداب و الفلسفة و اللغات بكالوريا 2018

التمرين الأول :

لدينا $a=4b+6$

1) تعيين باقي قسمة a على 4

طرقة 1 : لدينا $a=4b+4+2$ و منه $a=4(b+1)+2$ باقي القسمة هو 2

طريقة 2 : لدينا $a\equiv 6[4]$ و $6\equiv 2\ [4]$ و منه $a\equiv 6[4]$ إذن باقي القسمة a على 4 هو 2.

2) العددان a و b متوافقان بترديد 3

لأن $a=4b+6$ يعني أن $a\equiv 4b+6[3]$ و $6\equiv 0[3]$ و $4\equiv 1[3]$ و منه $a\equiv 4b+6[3]$ يعني أن $a\equiv b[3]$.

3) نضع $b=489$

أ - التحقق $a\equiv -1[13]$ لدينا $a=4b+6=4(489)+6=1962$ و منه $a+1=1963$ أي أن $a+1=13\times 151$ مضاعف للعدد 13 إذن محققة .

ب -استنتاج باقي قسمة $a^{2018}+40^{2968}$ على 13 لدينا $a\equiv -1[13]$ و منه $a^{2018}\equiv 1[13]......(1)$ لأن الأس زوجي و $40\equiv 1[13]$ و منه $40^{2968}\equiv 1[13]......(2)$ بجمع (1) و (2) نجد $a^{2018}+40^{2968}\equiv 2\ [13]$ باقي القسمة المطلوب هو 2

4) تعيين قيم n حتى يكون $a^{2n}+n+3$ قابلا للقسمة 13 :

أي أن $a^{2n}+n+3\equiv 0[13]$ لدينا $a\equiv -1[13]$ و منه $a^{2n}\equiv 1[13]$ لأن $2n$ عدد زوجي و منه $a^{2n}+n+3\equiv 0[13]$ يكافئ $1+n+3\equiv 0[13]$ أي أن $n+4\equiv 0[13]$ يكافئ $n\equiv -4[13]$ يكافئ $n\equiv 9\ [13]$ (إضافة ما داخل الترديد) و منه $n=13k+9$ و k عدد طبيعي

التمرين الثاني :

المتتالية (u_n) هندسية حدودها موجبة تماما حدها الأول u_0 و أساسها q و $u_0\times u_2=576$; $u_0+u_1=30$.

1) إثبات أن $u_1=24$ باستخدام الوسط الهندسي $u_0\times u_2=576$; $u_0\times u_2=u_1^2$ و منه $u_1^2=576$ إذن $u_1=\sqrt{576}=24$ لان حدود المتتالية موجبة تماما .

بالتعويض في $u_0+u_1=30$ نجد $u_0+24=30$ و منه $u_0=6$.

2) إثبات أن الأساس هو $q=4$ لدينا $q=\dfrac{u_1}{u_0}=\dfrac{24}{6}=4$.

عبارة الحد العام هي $u_n=u_0.q^n$ و منه $u_n=6\times 4^n$.

3) لدينا من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_{n+1}=6\times 4^{n+1}$ و منه $u_{n+1}-u_n=6\times 4^{n+1}-6\times 4^n$ أي أن

$u_{n+1}-u_n=6\times 4^n(4-1)=18\times 4^n$

اتجاه تغير المتتالية بما أن الفرق السابق عدد موجب إذن المتتالية متزايدة .

4) حساب $4^4=256$

التحقق أن 1536 حد من حدود هذه المتتالية لدينا $1536=6\times 4^4$ أي أن $1536=u_4$ و هو الحد الخامس .

5) حساب المجموع S_n : $S_n=u_1\left(\dfrac{q^n-1}{q-1}\right)=24\left(\dfrac{4^n-1}{4-1}\right)=8\left(4^n-1\right)$.

التمرين الثالث :

$$f(x)=3-\frac{a}{x+1}$$

I - تعيين العدد الحقيقي a حتى يشمل (C_f) النقطة $O(0;0)$ أي أن $f(0)=0$ يعني أن $3-\frac{a}{0+1}=0$ يكافئ $3-a=0$ و منه $a=3$.

II - نضع $a=3$

1) إثبات أن من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ فإن $f(x)=\frac{3x}{x+1}$:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$: $f(x)=3-\frac{3}{x+1}$ بتوحيد المقامات نجد $f(x)=\frac{3(x+1)}{x+1}-\frac{3}{x+1}$ و منه $f(x)=\frac{3x+3-3}{x+1}=\frac{3x}{x+1}$ و هو المطلوب .

2) أ-حساب النهايات $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x}{x}\right)=3$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x}{x}\right)=3$ و $\lim_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{<}-1}\left(\frac{-3}{x+1}\right)=+\infty$ و

$$\lim_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}-1}\left(\frac{-3}{x+1}\right)=-\infty$$

ب-من النهايات نستنتج أن $y=3$; $x=-1$ معادلتي المستقيمان المقاربان للمنحني (C_f).

3) أ-المشتقة : من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$:

الطريقة الأولى $f(x)=3-\frac{3}{x+1}$ و منه $f'(x)=\frac{3}{(x+1)^2}$

أو بطريقة ثانية : $f(x)=\frac{3x}{x+1}$ و منه $f'(x)=\frac{3\times1-0\times1}{(x+1)^2}=\frac{3}{(x+1)^2}$

أو بطريقة ثالثة : $f'(x)=\frac{3(x+1)-3x}{(x+1)^2}=\frac{3x+3-3x}{(x+1)^2}=\frac{3}{(x+1)^2}$

ب-المشتقة f' موجبة على المجالين $]-1;+\infty[$ و $]-\infty;-1[$ و منه الدالة f متزايدة على المجالين السابقين

جدول تغيراتها

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		+	||	+	
$f(x)$	3	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	3

4) لدينا $(\Delta): y=3x+b$ تعيين b

لدينا $f(-2)=\frac{3(-2)}{-2+1}=6$ يعني أن (Δ) مماس للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=-2$ أن $6=3(-2)+b$ و منه $b=12$.

5) رسم المنحني (C_f)