التصحيح المفصل لموضوع الرياضيات بكالوريا 2017 شعبة الآداب و الفلسفة و اللغات

الموضوع الاول

التمرين الأول :

لدينا $a=2016$ $b=1437$ $c=1954$.

1) تعيين بواقي الأعداد a و b و c على 5

لدينا $2016\equiv 1[5]$ و منه $a\equiv 1[5]$ باقي قسمة a على 5 هو 1

لدينا $1437\equiv 2[5]$ و منه $b\equiv 2[5]$ باقي قسمة b على 5 هو 2

لدينا $1954\equiv 4[5]$ و منه $c\equiv 4[5]$ باقي قسمة c على 5 هو 4

2) مما سبق لدينا $\begin{cases} a\equiv 1[5] \\ b\equiv 2[5]....(1) \\ c\equiv 4[5] \end{cases}$ بالجمع الجملة (1). نجد $a+b+c\equiv 7[5]$ و $7\equiv 2[5]$ و منه $a+b+c\equiv 2[5]$ باقي قسمة $a+b+c$ على 5 هو 2 .

بضرب الجملة (1) نجد $abc\equiv 8[5]$ و $8\equiv 3[5]$ و منه $abc\equiv 3[5]$ باقي قسمة abc على 5 هو 3.

لدينا $b\equiv 2[5]$ و منه $b^4\equiv 2^4[5]$ أي $b^4\equiv 16[5]$ و $16\equiv 1[5]$ و منه $b^4\equiv 1[5]$ باقي قسمة b^4 هو 1 .

3) أ) لدينا مما سبق $b^4\equiv 1[5]$ و منه بالرفع الى قوى n نجد $b^{4n}\equiv 1[5]$ محققة

ب) لدينا $2016=4\times 504$ و هو من الشكل $4n$ و منه $b^{2016}\equiv 1[5]$ إذن $b^{2016}-1\equiv 0[5]$ و منه $b^{2016}-1$ يقبل القسمة على 5 .

4) أ) لدينا $c\equiv -1[5]$ يكافئ ان $c-(-1)=1954+1=1955$ مضاعف للعدد 5 إذن $c\equiv -1[5]$ محققة .

ب) بما أن $c\equiv -1[5]$ فإن $c^{2017}\equiv (-1)^{2017}[5]$ و $c^{1438}\equiv (-1)^{1438}[5]$ بما أن العدد 2017 عدد فردي و 1438 عدد زوجي فإن $\begin{cases} c^{2017}\equiv -1[5] \\ c^{1438}\equiv 1[5] \end{cases}$ بالجمع نجد $c^{1438}+c^{2017}\equiv 1+(-1)[5]$

و منه $c^{1438}+c^{2017}\equiv 0[5]$.

التمرين الثاني :

(u_n) متتالية هندسية حيث $u_1=20$ و $u_3=320$.

1) تبين أن أساس المتتالية هو $q=4$ و حدها الاول هو 5 لدينا $u_3=u_1.q^{3-1}$ أي ان $u_3=u_1.q^2$ و منه

$q^2=\frac{u_3}{u_1}=\frac{320}{20}=16$ بما حدود المتتالية موجبة يعني ان $q=4$.

الحدها الأول هو $u_0=\frac{u_1}{q}=\frac{20}{4}=5$.

2) عبارة الحد العام هي $u_n=u_0.q^n=5\times 4^n$. الحد السابع هو $u_6=5\times 4^6=20480$.

3) أ-حساب المجموع : $S=u_0+u_1+u_2+....+u_n=u_0\left[\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right]=5\left[\frac{4^{n+1}-1}{4-1}\right]=\frac{5}{3}\left(4^{n+1}-1\right)$

ب- من الجزء أ- نستنتج ان $S'=u_0+u_1+u_2+....+u_6=\frac{5}{3}\left(4^7-1\right)=27305$

التمرين الثالث :

$$f(x)=\frac{4x-3}{2x-2}$$

1) التحقق انه من اجل كل عدد حقيقي يختلف عن 1 فإن $f(x)=2+\frac{1}{2x-2}$ بتوحيد المقامات نجد

$$f(x)=\frac{4x-4}{2x-2}+\frac{1}{2x-2}=\frac{4x-3}{2x-2}$$

2) أ) حساب النهايات $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{4x}{2x}=\frac{4}{2}=2$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x}{2x}=\frac{4}{2}=2$ و

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)=\lim_{\substack{x\to 1\\ <}}\frac{1}{2x-2}=-\infty \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)=\lim_{\substack{x\to 1\\ >}}\frac{1}{2x-2}=+\infty$$

ب) من النهايات السابقة نستنتج ان $x=1$ معادلة المستقيم المقارب العمودي للمنحنى (C_f) و $y=2$ معادلة المستقيم المقارب أفقي للمنحنى (C_f) .

3) أ) المشتقة : $f'(x)=\frac{4\times(-2)-(-3)(2)}{(2x-2)^2}=\frac{-8+6}{(2x-2)^2}=\frac{-2}{(2x-2)^2}$ محققة .

ب) مما سبق المشتقة سالبة على المجالين $]1;+\infty[$ و $]-\infty;1[$ و منه نستنتج ان الدالة f متناقصة على المجالين $]1;+\infty[$ و $]-\infty;1[$.

جدول تغيراتها

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

4) إيجاد نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل : نحل المعادلة $f(x)=0$ يكافئ $\frac{4x-3}{2x-2}=0$ يكافئ $\begin{cases}4x-3=0\\ \text{و}\\ 2x-2\neq 0\end{cases}$

أي ان $\begin{cases}x=\frac{3}{4}\\ \text{و}\\ x\neq 1\end{cases}$ و منه نقطة التقاطع هي $A\left(\frac{3}{4}\,;\,0\right)$

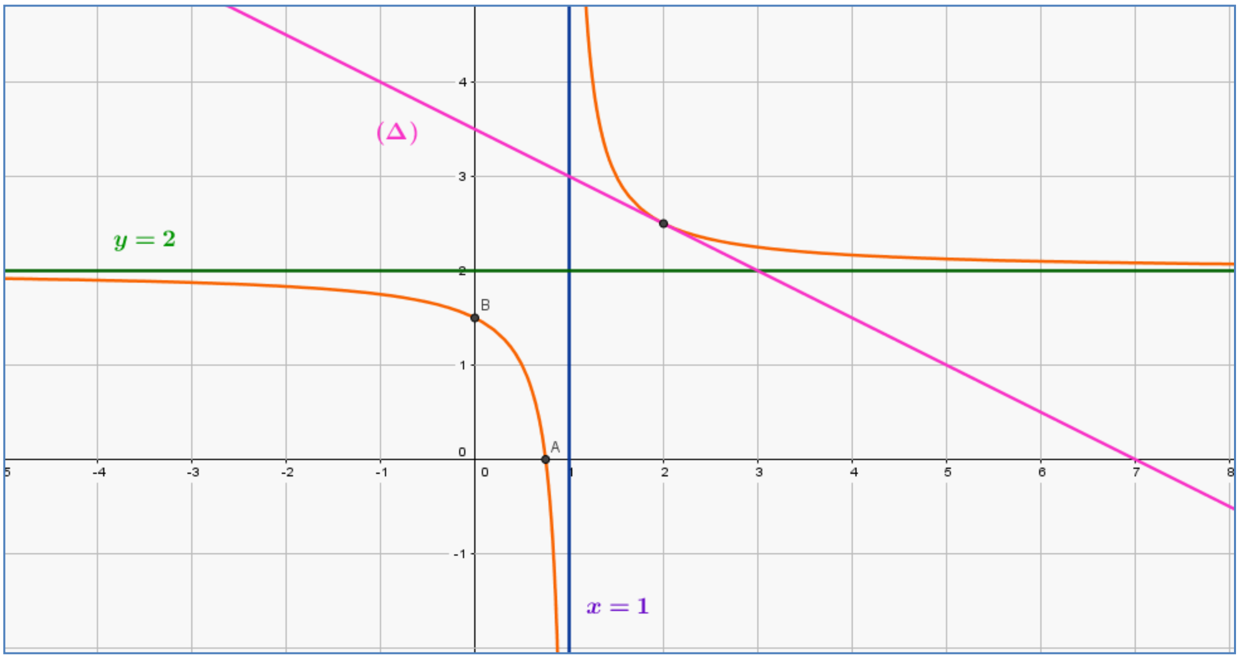
نقطة التقاطع مع حامل محور التراتيب يعني نحسب $f(0)=\frac{4(0)-3}{2(0)-2}=\frac{3}{2}$ و منه نقطة التقاطع هي $B\left(0\,;\frac{3}{2}\right)$

5) معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2 هي $y=f'(2)(x-2)+f(2)$ و لدينا

$f(2)=\frac{4(2)-3}{2(2)-2}=\frac{8-3}{4-2}=\frac{5}{2}$ و $f'(2)=\frac{-2}{(2(2)-2)^2}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$.

$y=-\frac{1}{2}(x-2)+\frac{5}{2}$ و منه $y=-\frac{1}{2}x+\frac{2}{2}+\frac{5}{2}$ أي $y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$.

6)رسم البيان



التصحيح المفصل لموضوع الرياضيات بكالوريا 2017 شعبة الآداب و الفلسفة و اللغات
الموضوع الثاني

التمرين الأول :

(u_n) متتالية حسابية $u_0=-5$ حدها الأول و $u_3+u_7=50$.

1) تعين أساس هذه المتتالية لدينا $u_3=u_0+3r=-5+3r$ و $u_7=u_0+7r=-5+7r$ بالتعويض في $u_3+u_7=50$ نجد $-10+10r=50$ و منه $10r=60$ إذن $r=6$ هو الأساس المطلوب .

2) عبارة الحد العام هي $u_n=u_0+nr=-5+6n$.

3) تبين ان 2017 حد من حدود هذه المتتالية $-5+6n=2017$ أي ان $6n=2017+5$ و منه $6n=2022$ أي ان $n=337$ و منه $u_{337}=2017$ و هو الحد ذو الرتبة 338 .

4) حساب المجموع : $S=u_0+u_1+u_2+....+u_n$ أي $S=\frac{n+1}{2}[u_0+u_n]=\frac{n+1}{2}[-5-5+6n]=\frac{n+1}{2}[-10+6n]$

التمرين الثاني :

$a\equiv -5[7]$; $b=1966$; $c=2017$.

1) تعيين البواقي : لدينا $\begin{cases} a\equiv -5[7] \\ 0\equiv 7[7] \end{cases}$ بالجمع نجد $a\equiv 2[7]$ و منه باقي قسمة a على 7 هو 2 .

لدينا $b=7\times 280+6$ و منه باقي قسمة b على 7 هو 6 .

لدينا $c=7\times 288+1$ و منه باقي قسمة c على 7 هو 1 .

2) التحقق ان $b\equiv -1[7]$ لدينا $b-(-1)=1966+1=1967$ و هو مضاعف للعدد 7 و منه $b\equiv -1[7]$ محققة .

3) إثبات ان العدد $b^{2017}+3\times c^{1434}-2$ قابل للقسمة على 7

باقي قسمة c على 7 هو 1 يعني ان $c\equiv 1[7]$ بالرفع الى قوى 1434 نجد $c^{1434}\equiv 1[7]$ بالضرب في 3 نجد $3\times c^{1434}\equiv 3[7]$ و لدينا $b\equiv -1[7]$ بالرفع الى قوى 2017 نجد $b^{2017}\equiv -1[7]$ (بما أن 2017 عدد فردي فإن $(-1)^{2017}\equiv -1$).

$\begin{cases} 3\times c^{1434}\equiv 3[7] \\ b^{2017}\equiv -1[7] \end{cases}$ بالجمع نجد $b^{2017}+3\times c^{1434}\equiv 2[7]$ بطرح 2 نجد $b^{2017}+3\times c^{1434}-2\equiv 2-2[7]$ و منه

$b^{2017}+3\times c^{1434}-2\equiv 0[7]$

4) لدينا $2^3\equiv 8[7]$ و $8\equiv 1[7]$ و منه $2^3\equiv 1[7]$ بالرفع الى قوى k نجد $2^{3k}\equiv 1[7]$ و هو المطلوب

$2^{3k}\equiv 1[7]$ بالضرب في 2 نجد $2^{3k}\times 2\equiv 2[7]$ أي ان $2^{3k+1}\equiv 2[7]$

$2^{3k+1}\equiv 2[7]$ بالضرب في 2 نجد $2^{3k+1}\times 2\equiv 4[7]$ أي ان $2^{3k+2}\equiv 4[7]$.

5) تعيين قيم n حتى يكون 2^n+3 قابلا للقسمة على 7

$2^n+3\equiv 0[7]$ يكافئ $\begin{cases} 2^n\equiv -3[7] \\ 0\equiv 7[7] \end{cases}$ بالجمع نجد $2^n\equiv 4[7]$ من الجزء 5 نجد ان $2^n\equiv 4[7]$ لما $n=3k+2$ و k عدد طبيعي .

التمرين الثالث :

$f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x$

1) حساب النهايات : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{3}x^3\right)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{3}x^3\right)=-\infty$.

2) أ) تبين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(x-2)(x+2)$ لدينا $f'(x)=x^2-4$ بالتحليل نجد $f'(x)=(x-2)(x+2)$ و هو المطلوب .

ب) استنتاج تغيرات الدالة f لدينا $f'(x)=0$ يكافئ ان $(x-2)(x+2)=0$ يكافئ $\begin{cases} x+2=0 \\ أو \\ x-2=0 \end{cases}$ يكافئ ان

$\begin{cases} x=-2 \\ أو \\ x=2 \end{cases}$ بما أن f' كثير حدود من الدرجة الثانية و ينعدم عند العددين 2 و 2 ـ نستنتج أن

$f'(x)>0$ يكافئ $x\in\left]-\infty;-2\right[\cup\left]2;+\infty\right[$

$f'(x)<0$ يكافئ $x\in\left]-2;\ 2\right[$

و منه f متزايدة على المجالين $\left]-\infty\ ;-2\right]$; $\left[2;+\infty\right[$ و متناقصة على المجال $\left[-2\ ;\ 2\right]$.

3) جدول تغيرات f

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{40}{3}$	$\searrow$	$-\frac{40}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ يكافئ $\frac{1}{3}x^3-4x=0$ أي ان $\frac{1}{3}x(x^2-12)=0$ يكافئ ان $\begin{cases} \frac{1}{3}x=0 \\ أو \\ x^2-12=0 \end{cases}$ أي ان $\begin{cases} x=0 \\ أو \\ x^2=12 \end{cases}$ أي

ان $\begin{cases} x=0 \\ أو \\ x=\sqrt{12} \\ أو \\ x=-\sqrt{12} \end{cases}$ و منه للمعادلة ثلاثة حلول $\begin{cases} x=0 \\ أو \\ x=2\sqrt{3} \\ أو \\ x=-2\sqrt{3} \end{cases}$.

إذن المنحنى (C_f) يتقاطع مع حامل محور الفواصل في نقطتين $O(0;\ 0)$; $A(2\sqrt{3}\ ;\ 0)$; $B\left(-2\sqrt{3};\ 0\right)$

و $O(0;\ 0)$ هي نفسها نقطة تقاطع مع حامل محور التراتيب .

4) نقطة الانعطاف : نحسب المشتقة الثانية $f''(x)=2x$ و التي تنعدم عند 0 و تغيير إشارتها عنده

x	$-\infty$		0		$+\infty$
إشارة $f''(x)$		$-$	0	$+$	

و منه $O(0;\,0)$ هي نقطة انعطاف .

5) معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $O(0;\,0)$: لدينا $f'(0)=-4$ و منه المعادلة هي $(T):\,y=-4x$

.

6) رسم البيان (C_f) و المماس (T)