

التمرين الثالث: (08 نقاط)

075+025 $a=3$ أي $2-a=-1$ ومنه $f(0)=-1$ (1)

2×0.5 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)=2$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)=-\infty$ (أ) (2)

2×0.5 التفسير الهندسي: $x=-1$ و $y=2$ مستقيمان مقاربان

1 $f'(x)=\frac{3}{(x+1)^2}$ (ب)

1 جدول التغيرات

x	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	2

0.5 $f'(x)=\frac{3}{4}$ تكافئ $x^2+2x-3=0$ (3) (أ)

0.5 الحلول: $x_1=1$ أو $x_2=-3$ (مرفوض)

0.25 $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ (ب)

0.75 $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$

2×0.5 $S=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$ (4)

$$S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$$

ج) $S_n = 145$ معناه $\frac{3n^2 - n}{2} = 145$ ومنه $3n^2 - n = 290$ وعليه $3n^2 - n - 290 = 0$ ، معادلة من

الدرجة الثانية نقوم بحلها بواسطة المميز: $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 3 \times (-290) = 1 + 12 \times 290 = 3481$

$\Delta = 3481$ ويكون $\sqrt{\Delta} = \sqrt{3481} = 59$ وبالتالي $n = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 59}{2 \times 3} = \frac{-58}{6} \notin \mathbb{N}$ (مرفوض) أو

إذن $n = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 59}{2 \times 3} = \frac{60}{6} = 10$ معناه $n = 10$ أو بعبارة أخرى

$$u_1 + u_2 + \dots + u_{10} = 145$$

أ) لدينا $u_n = 3n - 2$ ومنه $u_{n+5} = 3(n+5) - 2 = 3n + 15 - 2 = 3n + 13$

ب) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا $\frac{u_{n+5}}{n} = \frac{3n + 13}{n} = \frac{3n}{n} + \frac{13}{n} = 3 + \frac{13}{n}$

ج) يكون العدد $\frac{u_{n+5}}{n}$ عددا طبيعيا إذا فقط إذا كان $\frac{13}{n}$ عدد طبيعيا أي إذا كان n يقسم 13 ومنه $n = 13$ أو

$$n = 13$$

التمرين الثالث

1. نلاحظ من الشكل أن النقطة $B(0; -1)$ تنتمي إلى المنحنى (C) ، ومنه $f(0) = -1$ أي $2 - \frac{a}{0+1} = -1$

ومنه $2 - \frac{a}{1} = -1$ أي أن $-a = -3$ وبالتالي $a = 3$

أ) لدينا $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3}{x+1} = +\infty$ ومنه $\lim_{x \rightarrow -1} -\frac{3}{x+1} = -\infty$ ومنه

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} 2 - \frac{3}{x+1} = -\infty$ هندسيا تعني هذه النتيجة أن المستقيم الذي معادلة له $x = -1$

مستقيم مقارب للمنحنى (C) .

لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x+1} = 0$ ومنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{3}{x+1} = 0$ هندسيا تعني هذه النتيجة أن

المستقيم الذي معادلة له $y = 2$ مستقيم مقارب للمنحنى (C) .

ب) لدينا $f'(x) = 0 - \frac{0 \times 1 - 3 \times 1}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$

جدول تغيرات الدالة f

x	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$		2

$$f'(x) = \frac{3}{4} \text{ معناه } \frac{3}{(x+1)^2} = \frac{3}{4} \text{ ومنه } \cancel{3} \times 4 = \cancel{3} (x+1)^2 \text{ أي } (x+1)^2 = 4$$

ومنه $(x+1)^2 - 4 = 0$ أي $(x+1)^2 - 2^2 = 0$ وعليه $(x+1-2)(x+1+2) = 0$ أي $(x-1)(x+3) = 0$ ومنه إما $x-1=0$ أو $x+3=0$ أي $x=1$ أو $x=-3$ مرفوض لأنه لا ينتمي إلى المجال $]-1; +\infty[$. إذن المعادلة $f'(x) = \frac{3}{4}$ تقبل حلا واحدا على المجال $]-1; +\infty[$ هو $x=1$.

(ب) المستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) يوازي (D) معناه معامل توجيه (Δ) يساوي $\frac{3}{4}$ أي أن $f'(x) = \frac{3}{4}$

وحسب ماسبق فإن $x=1$ أي أن (Δ) يمس المنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1 ، لدينا

$$f(1) = 2 - \frac{3}{1+1} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \text{ ومنه } y = \frac{3}{4}(x-1) + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \text{ أي أن } y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$$

وهي معادلة (Δ) مماس للمنحنى (C) والذي يوازي (D) .

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 - \frac{3}{\frac{1}{2}+1} = 2 - \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2 - \cancel{3} \times \frac{2}{\cancel{3}} = 2 - 2 = 0$$

حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$ هي فواصل نقط المنحنى (C) التي تقع فوق محور الفواصل . نستنتج من البيان أن حلول هذه

$$\text{المتراجحة هو المجال } \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$$