الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

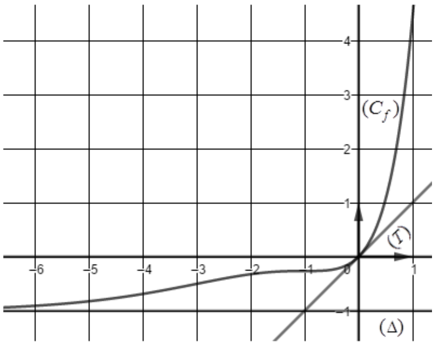
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2022
الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)



f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو مبيّن في الشكل المقابل.

1) بقراءة بيانية: عيّن $f'(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وأعط معادلة للمماس (T)

2) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

3) بيّن أنّ $a=1$ و $b=-1$ إذا علمت أن $f\left(x\right)=(x^2+a)e^x+b$

4) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2+1)e^{|x|}-1$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

بيّن أنّ الدالة g زوجية ثم اشرح كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) وأنشئ (C_g)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية :

1) f الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-x+\ln x}{x}$

$y=x-1$ هي معادلة للمستقيم المقارب المائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x : $\ln(2x-1)+\ln(2x+1)=\ln 3 \quad \cdots \quad (E)$

للمعادلة (E) حلان متمايزان في $\mathbb{R}$

3) f و F الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f\left(x\right)=\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ و $F(x)=x+\ln(1+e^{-2x})$

F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

4) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n=\dfrac{n+1}{n}$

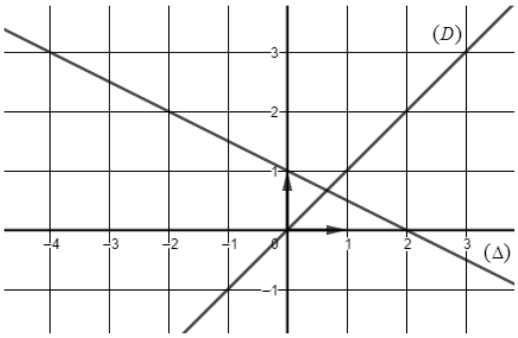
قيمة المجموع : $\ln u_1+\ln u_2+\cdots+\ln u_{2022}$ هي $\ln 2022$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (D) و (Δ) المستقيمان المعرفان كما يلي :

(D): $y=x$ و (Δ): $y=-\dfrac{1}{2}x+1$.

المتتالية العددية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=-4$ و $u_{n+1}=-\frac{1}{2}u_n+1$



1) أُنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط التمثيل.

2) أ− هل المتتالية (u_n) رتيبة ؟ برّر إجابتك .

ب− ضع تخمينا حول تقارب المتتالية (u_n)

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\left(u_n-\frac{2}{3}\right)^2$

أ− بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ثم احسب v_0

ب− عبّر عن v_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ واستنتج أنّ (u_n) متقاربة.

4) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_0\times v_1\times\cdots\times v_{n-1}=\left(\frac{14}{3}\right)^{2n}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{2x^2-2x-1}{x^2}+\ln x$

1) بيّن أنّ الدّالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

2) أ− بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}2<\alpha<1{,}3$

ب− استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\left(\frac{1}{x}-2-\ln x\right)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ− بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$

ب− فسّر النتيجتين السابقتين بيانيا.

2) أ− بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$

ب− استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ : $f(0{,}65)\simeq 0$ و $f(\alpha)\simeq-0{,}4$)

4) F الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=e^{-x}(2+\ln x)$

أ− تحقّق أنّ الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب− نضع $S(\lambda)=\int_\lambda^{1/2} f(x)\,dx$ حيث λ عدد حقيقي يحقق: $0<\lambda<\frac{1}{2}$

احسب $S(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

انتهى الموضوع الأول

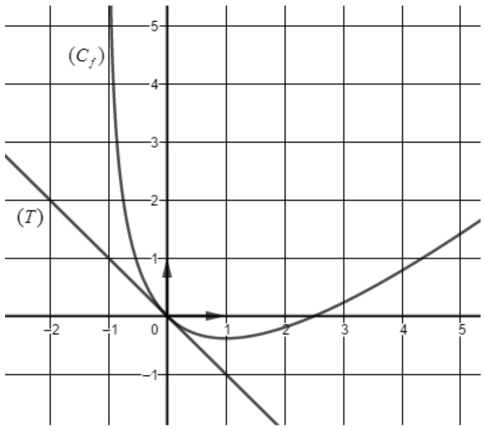
الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax-2\ln(x+1)$ حيث a عدد حقيقي. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

كما هو مبيّن في الشكل المقابل .



1) بقراءة بيانية، عيّن $f'(0)$ وأعط معادلة للمماس (T)

2) بيّن أنّ $a=1$

3) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)+x-m=0$

4) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $g(x)=|x+1|-1-2\ln|x+1|$ و (C_g) تمثيلها البياني.

أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x يختلف عن -1 ، $g(-2-x)=g(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ ، $g(x)=f(x)$

جـ- أنشئ (C_g) في المعلم السابق.

التّمرين الثاني:(04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثّلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التّبرير:

1) قيمة العدد الحقيقي I حيث $I=\int_1^2 (x-1)e^{x^2-2x}dx$ هي:

أ) $1-\frac{1}{e}$ ب) $\frac{e-1}{2e}$ جـ) $\frac{e+1}{2e}$

2) (u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتّان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=3$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+3$ ، $v_n=u_n+\alpha$

حيث α عدد حقيقي. قيمة العدد الحقيقي α حتّى تكون المتتالية (v_n) هندسية هي:

أ) $-\frac{9}{2}$ ب) $\frac{9}{2}$ جـ) $\frac{2}{9}$

3) f دالة عددية تُحقق، من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما: $\ln(x+1)\le f(x)\le e^x-1$

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0}\frac{f(x)}{x}$ هي:

أ) $+\infty$ ب) -1 جـ) 1

4) نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y''=2-\frac{1}{x^2}.......(E)$

عبارة الحل H للمعادلة (E) على $]0;+\infty[$ والذي يُحقق $H(1)=4$ و $H'(1)=2$ هي :

أ) $H(x)=x^2-x+4+\ln x$ ب) $H(x)=x^2-x+1+\ln x$ جـ) $H(x)=x^2-x+4-\ln x$

التمرين الثالث:(05 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسيّة المعرّفة على $\mathbb{N}$ وحدودها موجبة تماما حيث: $\begin{cases} u_0 \times u_2 = e^2 \\ \ln u_1 + \ln u_7 = -4 \end{cases}$

1) أ- عيّن u_1 والأساس q للمتتالية (u_n)

ب- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = e^{2-n}$

2) احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

3) نعتبر المتتالية العدديّة (v_n) المعرّفة بـ: $v_0 = e^3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_{n+1} = v_n + u_n$

أ- برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n = \dfrac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$

ب- بين أن (v_n) متقاربة.

4) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $\dfrac{1}{e}v_n = \dfrac{1}{1-e}\left(u_n - e^3\right)$

ب- نعتبر المجموع S'_n حيث: $S'_n = \dfrac{1}{e}v_0 + \dfrac{1}{e}v_1 + \dots + \dfrac{1}{e}v_n$

تَحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S'_n = \dfrac{1}{1-e}\left[S_n - (n+1)e^3\right]$

التّمرين الرّابع:(07 نقاط)

f الدّالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{1}{2}e^{-2x} - \dfrac{9}{2}e^{-x} - 2x + 4$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وبيّن أنّ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

2) أ- أثبت أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x) = -\dfrac{1}{2}e^{-2x}\left(e^x - 2\right)\left(4e^x - 1\right)$

ب- بيّن أنّ f متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty ; -\ln 4]$ و $[\ln 2 ; +\infty[$

ومتزايدة تماما على $[-\ln 4 ; \ln 2]$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -2x + 4$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4) أُكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) أنشئ (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1{,}9 ; +\infty[$ (نأخذ $f(-1{,}9) \simeq 0$ و $f(-\ln 4) \simeq -3{,}2$)

6) h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = -\dfrac{1}{2}e^{-2x} + \dfrac{9}{2}e^{-x} + 2x - 2$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث، من أجل كلّ عدد حقيقي x، $h(x) = a\,f(x) + b$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) اعتمادًا على (C_f) (لا يطلب إنشاء (C_h))

انتهى الموضوع الثاني