حل الاختبار الأخير

التمرين الأول:

① إيجاد PGCD(2016 ; 1980):

$2016 = 1980 \times 1 + 36$

$1980 = 36 \times 55 + 0$

(0,75) PGCD(2016 ; 1980) = 36

② $a = (3+\sqrt{7})^2 = 3^2 + \sqrt{7}^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{7}$

$= 9 + 7 + 6\sqrt{7}$

(0,75) $a = 16 + 6\sqrt{7}$

③ $b = 2\sqrt{16+6\sqrt{7}} - \sqrt{28}$

$= 2\sqrt{(3+\sqrt{7})^2} - \sqrt{4 \times 7}$

$= 2 \times (3+\sqrt{7}) - 2\sqrt{7}$

(0,75) $= 6 + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$

$b = 6$

④ حل المتراجحة: $2x + 6\sqrt{7} \geq a$

$2x + 6\sqrt{7} \geq 16 + 6\sqrt{7}$

$2x \geq 16 + 6\sqrt{7} - 6\sqrt{7}$

(0,75) $2x \geq 16$

$x \geq \frac{16}{2}$

$x \geq 8$

كل الأعداد الأكبر أو تساوي 8 هي حلول لهذه المتراجحة.

التمرين الثاني:

① النشر:

$M = 2(x-1)(3x+2)$

$= 2(3x^2 + 2x - 3x - 2)$

$= 6x^2 + 4x - 6x - 4$

(1) $M = 6x^2 - 2x - 4$

② تحليل $S = 6x^2 - 2x - 4 - (x-1)(3x+2)$

$= 2(x-1)(3x+2) - (x-1)(3x+1)$

$= (3x+2)[2(x-1) - (x-1)]$

$= (3x+2)[2x - 2 - x + 1]$

(1) $S = (3x+2)(x+3)$

③ حل المعادلة: $(3x+2)(x+3) = 0$

$3x + 2 = 0$ أو $x + 3 = 0$

(1) $3x = -2$; $x = -3$

$x = -\frac{2}{3}$

التمرين الثالث:

① حساب سعة الخزان:

$V =$ حجم الاسطوانة + نصف حجم الكرة

$V = \pi r^2 \times h + \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$

$= 3{,}14 \times 1{,}2^2 \times 2{,}4 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 1{,}2^3$

$= 10{,}85 + 3{,}61$

(1,25) $V \approx 14{,}46\ m^3$

② حساب حجم الفسخ:

$V = \left(1 - \frac{40}{100}\right) \times 14{,}46$

(0,75) $= 0{,}6 \times 14{,}46$

$V = 8{,}67\ m^3$

③ وضعية الطفلان:

نقارن بين النسبتين: $\frac{HB}{HC}$ و $\frac{HM}{HN}$

$\frac{HM}{HN} = \frac{0{,}30}{2} = 0{,}4$ ... ①

$\frac{HB}{HC} = \frac{1{,}20}{3{,}60} = 0{,}33$ ... ②

(1) من ① و ② نستنتج أن:

$\frac{HM}{HN} \neq \frac{HB}{HC}$

وعليه: $(CN) \not\parallel (BM)$

إذن الطفلان غير متوازيان.

التمرين الرابع:

① إثبات أن: $AC = 3$:

بتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث HCA قائم في H:

(0,75) $AC^2 = HC^2 + HA^2$

$= 1^2 + (\sqrt{2})^2$

$= 1 + 2$

$AC^2 = 3$

$AC = \sqrt{3}$

$AC = 3$

إثبات أن: $BH = 3$

بتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث HAB قائم في H:

$HB^2 + HA^2 = AB^2$

$HB^2 = AB^2 - HA^2$

$HB^2 = (6\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2$

$= 72 - 8$

$HB^2 = 64$

$HB = \sqrt{64}$

$\boxed{HB = 8}$

② لنبيّن أن: $\sin\hat{B} = \cos\hat{C}$

في المثلث القائم HAB:

$\sin\hat{B} = \frac{HA}{BA} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ... ①

لدينا في المثلث القائم HCA

$\cos\hat{C} = \frac{HC}{CA} = \frac{1}{3}$ ... ②

من ① و ② نستنتج أن: $\boxed{\sin\hat{B} = \cos\hat{C}}$

③ لنبيّن أن المثلث ABC قائم في A

نبرهن أن: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AB^2 + AC^2 = (6\sqrt{2})^2 + 3^2$

$= 72 + 9$

$AB^2 + AC^2 = 81$ ... ①

$BC^2 = (8+1)^2 = 9^2 = 81$ ... ②

من ① و ② نستنتج: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

ومنه المثلث ABC قائم في A حسب نظرية فيثاغورس العكسية.

المسألة:

الجزء I:

① ⓐ المسافة التي تقطعها V_1:

$d_1 = 145875 - 145732 = \boxed{143\ Km}$

المسافة التي تقطعها V_2:

$d_2 = 216615 - 216487 = \boxed{128\ Km}$

ⓑ المدة المستغرقة لـ V_1:

$T_1 = 10h\,48mn - 9h = 1h\,48mn = \boxed{1,3h}$

المدة المستغرقة لـ V_2:

$T_2 = 10h\,36mn - 9h = 1h\,36mn = \boxed{1,6h}$

② حساب سرعة V_1:

$V_1 = \frac{d_1}{T_1} = \frac{143}{1,3} = \boxed{110\ Km/h}$

حساب سرعة V_2:

$V_2 = \frac{d_2}{T_2} = \frac{128}{1,6} = \boxed{80\ Km/h}$

③ المسافة الفاصلة بين السيارتين:

$143 - 128 = \boxed{15\ Km}$

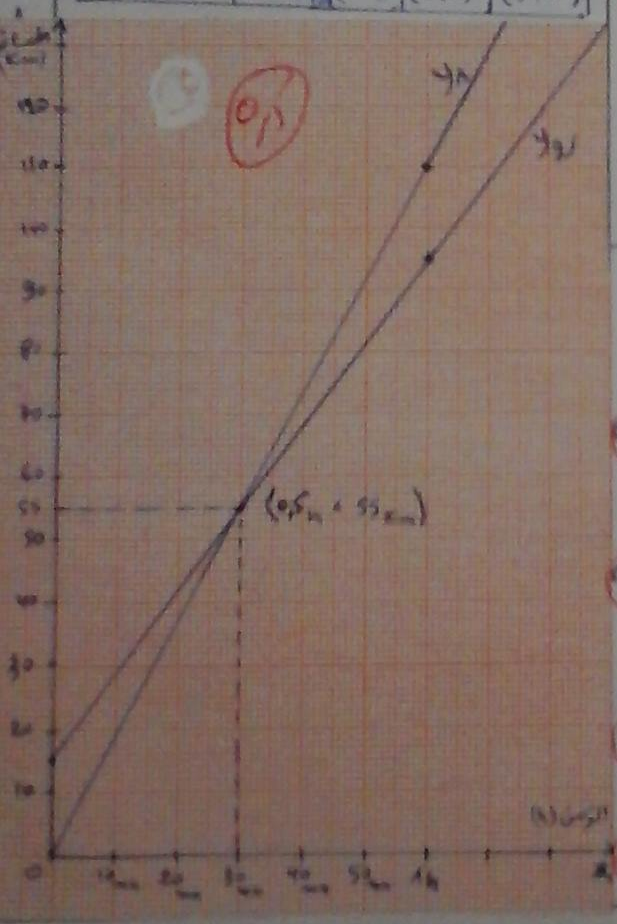
الجزء II:

① * $y_1 = 110x$

* $y_2 = 80x + 15$

② تمثيل الدالتين:

x	0	1	x	0	1
y_2	15	95	y_1	0	110
$(x;y)$	$(0;15)$	$(1;95)$	$(x;y)$	$(0;0)$	$(1;110)$



④ حسب المبيانات فاصلة نقطة التقاطع هي $x_0 = 30$ و $y_0 = 91$ و ترتيبة نقطة التقاطع هي 55

1) V_1 تمثل السرعة بالنسبة V_2 بالنسبة لحدود (بعض ساعة) في مدة الساعة $10 km$

وتكون المسافة المقطوعة عند ذلك $55 km$

وحسابيا: نحل المعادلة:

$$110n - 3n = 91$$
$$110n - 3n = 91$$
$$30n = 91$$
$$n = \frac{91}{30}$$
$$n = 91$$

نعوض x بقيمته في المعادلة فنجد:

$$y = 110 \times 91$$
$$y = 55$$

يكون V_1 بالنسبة V_2 بالنسبة $30 km$ المسافة المقطوعة عندئذ $55 km$

الجزء III :

1) حساب الوسط الحسابي:

مركز الفئة ① : $\frac{15+21}{2} = 18$

مركز الفئة ② : $\frac{21+27}{2} = 24$

مركز الفئة ③ : $\frac{27+33}{2} = 30$

مركز الفئة ④ : $\frac{33+39}{2} = 36$

$$\bar{a} = \frac{18 \times 45 + 24 \times 96 + 30 \times 73 + 36 \times 36}{45 + 96 + 73 + 36}$$

$$\bar{a} = \frac{8526}{250}$$

$$\bar{a} = 35,304$$

المعدل

②

فئات العمر	التكرار	التكرار المجمع الصاعد	التكرار المجمع الصاعد	التكرار المجمع الصاعد
عدد المشتل	45	96	73	36
التكرار المجمع الصاعد	45	141	214	250
التكرار المجمع الصاعد	$\frac{45}{250}$ = 0,18	0,564	0,856	1

النسبة المئوية للعدد المشتل الذي عمرهم دون 24 سنة هي: $0,564 \times 100$

أي: $56,4\%$

③ المئينة الوسيطية:

الترتيبة التي تقع فيها المئينات الموجودتين في وسط السلسلة هي: $\frac{250}{2} = 125$

و (126)

المرتبتين 125 و 126 تقعان في الفئة الثانية

أي $[21 ; 27[$

و هي الفئة الوسيطية.