اختبار الثلاثي الأول في مادّة الرياضيات

المستوى: ثالثة رياضيات، تقني رياضيات | المدّة: ساعتان

التّمرين الأوّل: (6 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E) $\quad 11x-7y=5$ حيث x و y عددان صحيحان نسبيّان.

أ) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

ب) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$، نعتبر المستقيم (D) ذو المعادلة الدّيكارتيّة $11x-7y-5=0$. نرمز بـ (Δ) لمجموعة النّقط $M(x,y)$ من المستوي حيث $0\leq x\leq 50$ و $0\leq y\leq 70$.

عيّن عدد النّقاط من (D) التي تنتمي إلى (Δ) والتي تكون إحداثياتها أعداداً صحيحة نسبيّة.

2) نعتبر المعادلة (F) $\quad 11x^2-7y^2=5$ حيث x و y عددان صحيحان نسبيّان.

أ) أثبت أنّه إذا كانت الثنائيّة (x,y) حلاً للمعادلة (F) فإنّ $x^2\equiv 2y^2[5]$.

ب) ليكن x و y عددين صحيحين نسبيّين. أنقل ثمّ أتمم الجدولين الآتيين

y	0	1	2	3	4	$\equiv[5]$
$2y^2$						$\equiv[5]$

x	0	1	2	3	4	$\equiv[5]$
x^2						$\equiv[5]$

ج) استنتج أنّه إذا كانت الثنائيّة (x,y) حلاً للمعادلة (F) فإنّ كل من x و y مضاعف لـ 5.

3) أثبت أنّه إذا كان كل من x و y مضاعف لـ 5 فإنّ الثنائيّة (x,y) ليست حلاً للمعادلة (F).

التّمرين الثاني: (14 نقطة)

I. الجدول الآتي يُمثّل جدول تغيّرات الدّالّة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=x^3-x^2-x-1$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-\frac{22}{27}$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

1) أحسب $h(1,84)$. (تُعطى النّتيجة مدوّرة إلى 10^{-2})

2) استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II. نعتبر الدّالّة العدديّة g المعرّفة على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ بـ $g(x)=\frac{2x}{x^2-1}+\ln(x^2-1)$.

1) أحسُب نهايات الدّالّة g بجوار أطراف مجموعة تعريفها.

2) تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $g'(x)=\frac{2}{(x^2-1)}h(x)$، استنتج اتجاه تغيّر الدّالّة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها. (تُعطى $g(1,84)\simeq 2,41$)

3) أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-2,11\leq\alpha\leq -2,10$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

III. نعتبر الدّالّة العدديّة f المعرّفة على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ بـ $f(x)=e^x\ln(x^2-1)$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة على محور الفواصل: $1\,\mathrm{cm}$، الوحدة على محور التّراتيب: $6\,\mathrm{cm}$).

1) أحسُب نهايات الدّالّة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. فسّر هندسيّاً النّتائج.

2) أثبت أنّ $f'(x)$ من إشارة $g(x)$، واستنتج اتجاه تغيّر الدّالّة f.

3) شكّل جدول تغيّرات الدّالّة f.

4) أثبت أنّ $f(\alpha)=\frac{2\alpha e^\alpha}{1-\alpha^2}$ ثمّ عيّن حصراً لـ $f(\alpha)$.

5) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين β و λ حيث $-1,42\leq\beta\leq -1,41$ و $1,41\leq\lambda\leq 1,42$.

6) أرسم المنحنى (C_f).