

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول (⊖) : 08 نقاط

- نعبر في المجموعة \mathbb{R} المعادلة التفاضلية : $(E): y'+2y = 3x^2 - 1$
- 1- برهن أنه توجد دالة كثير حدود وحيدة p من الدرجة الثانية هي حل للمعادلة (E) .
 - 2- عين في \mathbb{R} مجموعة حلول المعادلة التفاضلية: $(E'): y'+2y = 0$.
 - 3- برهن أن دالة g هي حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة $(g-p)$ هي حل للمعادلة (E') .
 - 4- استنتج مجموعة حلول المعادلة (E) في المجموعة \mathbb{R} .
 - 5- عين الحل g للمعادلة (E) و الذي يأخذ القيمة $\frac{9}{4}$ من أجل القيمة 0 للمتغير .

التمرين الثاني (⊖) : 12 نقطة

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 1 - 2 \ln(x)$

- 1- أدرس تغيرات الدالة g .
- 2- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + \frac{1 - (\ln x)^2}{x}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - 2- برهن أن ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$) ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - 3- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2}$ ،
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .
 - 4- أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $0.3 < \alpha < 0.4$.
ج) أرسم (Δ) و (C_f) .
 - 5- نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ : $h(x) = f(-x)$
- اشرح كيفية رسم المنحني (C_h) انطلاقا من المنحني (C_f) ثم أرسم (C_h) .