المادة : رياضيات — **المستوى : ثالثة ثانوي**

الشعبة : تقني رياضي — **المعامل : 6**

الإختبار الأول — **المدة: 2 ساعة**

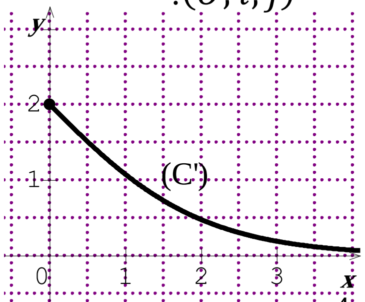
التمرين الأول (10ن): نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ وَ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بيّن أنّ f معرّفة جيّداً على $\mathbb{R}$. **(0.5ن).**
2) بيّن أنّ f زوجية. **(0.5ن).**
3) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وَ $+\infty$. **(0.25ن+0.25ن+0.25ن).**
4) تحقق أنّ: $f(x)-x=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}$. **(0.5ن).**
5) إستنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ ثُمّ حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ). **(0.5ن+0.75ن).**
6) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ثُم شكّل جدول تغيّراتها. **(1.5ن+1ن).**
7) أنشئ البيان (C_f). **(1ن).**
8) ليكن (C_g) التمثيل البياني للدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=-f(x)$ وَ ليكن $(\Gamma)=(C_f)\cup(C_g)$.
بيّن أنّ معادلة (Γ) هي: $y^2-x^2=1$. **(1ن).**
9) نعتبر معلماً جديداً $(O;\vec{u};\vec{v})$ حيث: $\vec{u}=\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}+\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$ وَ $\vec{v}=-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}+\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$. نرمز بـ $(x;y)$ لإحداثيتي النقطة M في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ وَ بـ $(x';y')$ إحداثياتها في المعلم $(O;\vec{u};\vec{v})$. عبّر عن x وَ y بدلالة x' وَ y'. **(1ن).**
10) عيّن معادلة (Γ) في المعلم $(O;\vec{u};\vec{v})$. **(1ن).**

التمرين الثاني (10ن): I) نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x-xe^x+1$.

1) أحسب نهايتي g عند $-\infty$ وَ $+\infty$. **(0.25ن+0.5ن).**
2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ثُمّ شكّل جدول تغيّراتها. **(1.25ن+0.5ن).**
3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $1.2<\alpha<1.3$. **(1ن).**
4) إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$. **(0.25ن).**

II) نعتبر f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{4x}{e^x+1}$ وَ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.



1) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f'(x)=\frac{4g(x)}{(e^x+1)^2}$. **(0.5ن).**
2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ثُم شكّل جدول تغيّراتها. **(0.75ن+1.25ن+0.25ن).**
3) أثبت أنّ: $f(\alpha)=4(\alpha-1)$، ثُمّ إستنتج حصراً لـ $f(\alpha)$. **(0.5ن+0.25ن).**
4) أرسم المنحنى (C_f) حيث: $||\vec{i}||=1cm$ وَ $||\vec{j}||=4cm$. **(0.5ن).**

III) نُمثل في الشكل المنحنى (C') (أعلاه) للدالة h المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{4}{e^x+1}$.

لتكن النقط $M(x;h(x))$ ، $P(x;0)$ وَ $Q(0;h(x))$.

1) بيّن أنّ مساحة المستطيل $OPMQ$ تكون أعظمية إذا كانت α هي فاصلة النقطة M. **(1.25ن).**
2) نفرض أنّ فاصلة النقطة M هي α ، أثبت أنّ المماس (T) في النقطة M للمنحنى (C') يُوازي المستقيم (PQ). **(1ن).**

ملاحظات هامة جدا: 1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب وَ الكتابة تكون إما بالأزرق أوْ الأسود .
2) لا تكتب وَ لا تُلطخ هذه الورقة لأنّك ستُرجعها مع ورقة الإجابة .
3) كل شخص يُرجع الورقة فارغة (على الأقل حاول) **يتحمل مسؤوليته** .

بالتوفيق