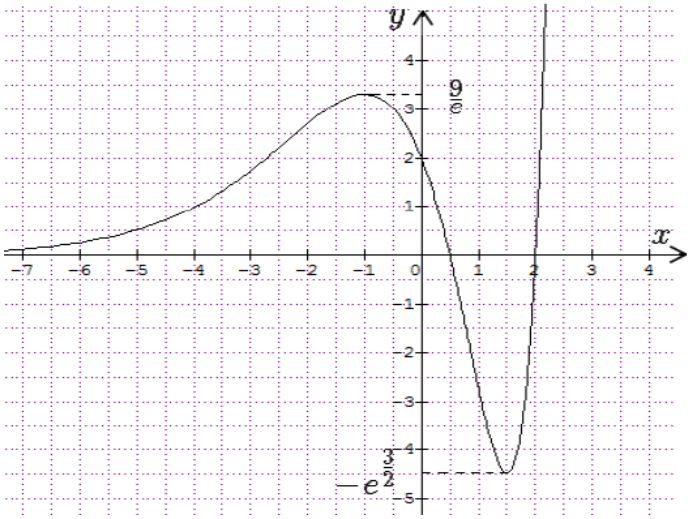
اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 2 سا

## التمرين الأول ( 04 نقاط ) :

$f$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ يعطى في الشكل التالي:




1. عين بيانيا إشارة الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .
2. شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .
3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = m - 2$ .

إذا علمت أن $f'(x_0) = -3$ اكتب معادلة مماس المنحني $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها: $x_0 = 0$ .

4. ماهي الدالة من بين الدوال الآتية التي منحناها البياني $(C_f)$ ( علل إجابتك ).

أ / $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{-x}$ ب / $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{x}$

ج / $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{2x}$

## التمرين الثاني (04 نقاط):

$g$ دالة عددية معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $I = [-2;2]$ و $g'$ دالتها المشتقة جدول تغيراتها يعطى :

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | 1 | 0 | -2 | -1 | 0 |

**عيّن العبارة الصحيحة مع التعليل:**

**1.** أ / $g(-2) < g(-1)$ ، ب / $g(-1) < g(0)$ ، ج / $g(0) < g(1)$

**2.** $(C)$ المنحني البياني الممثل لـ $g$ في معلم، $(C)$ يقبل مماسين موازيين للمستقيم ذي المعادلة:

أ / $y = x$ ، ب / $y = \frac{1}{2}x$ ، ج / $y = -\frac{1}{2}x$

**3.** لدينا $g(-2) > g(2)$ ، من أجل كل $k$ من المجال $]g(2);g(-2)[$ المعادلة $g(x) = k$ تقبل:

أ / حلا وحيدا ، ب / حلين ، ج / لا تقبل حلولا

**4.** لدينا $g(1) = 0$ ومن أجل كل $x$ من المجال $[0;2]$ :

أ / $g(x) \le -2x$ ، ب / $g(x) \ge -2x$ ، ج / $g(x) \ge 0$

## التمرين الثالث ( 08 نقاط ):

**الجزء الأول:** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2-(2x+1)e^{2x}$

1. احسب نهاية $g$ عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. احسب $g'(x)$ وادرس إشارة $g'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $g$.
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $[0,1;0,3]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

**الجزء الثاني:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2x-1-xe^{2x}$.

نرمز بـ $(C)$ إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$

1. احسب نهاية $f$ عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. احسب $f'(x)$ وادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.
3. بين أن: $f(\alpha)=-1+\dfrac{4\alpha^2}{2\alpha+1}$ ثم جد حصرا لـ : $f(\alpha)$ .
4. ليكن المستقيم $(D)$ الذي معادلته : $y=2x-1$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(2x-1)]$
5. ادرس وضعية $(C)$ بالنسبة إلى المستقيم $(D)$ ثم ارسم المنحني $(C)$.
6. نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=2x^2-1-x^2e^{2x^2}$ .
   - أ / تحقق أن: $h(x)=f(x^2)$.
   - ب / احسب $h'(x)$ وتحقق أن : $h'(x)=2xf'(x^2)$
   - ج / استنتج إشارة $h'(x)$ على $\mathbb{R}$

## التمرين الرابع ( 04 نقاط ):

حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : $2X^2+4X-16=0$

- استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة : $2(\ln x)^2+4\ln x-16=0$
- استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة : $2\ln(x)^2+4\ln x-16=0$

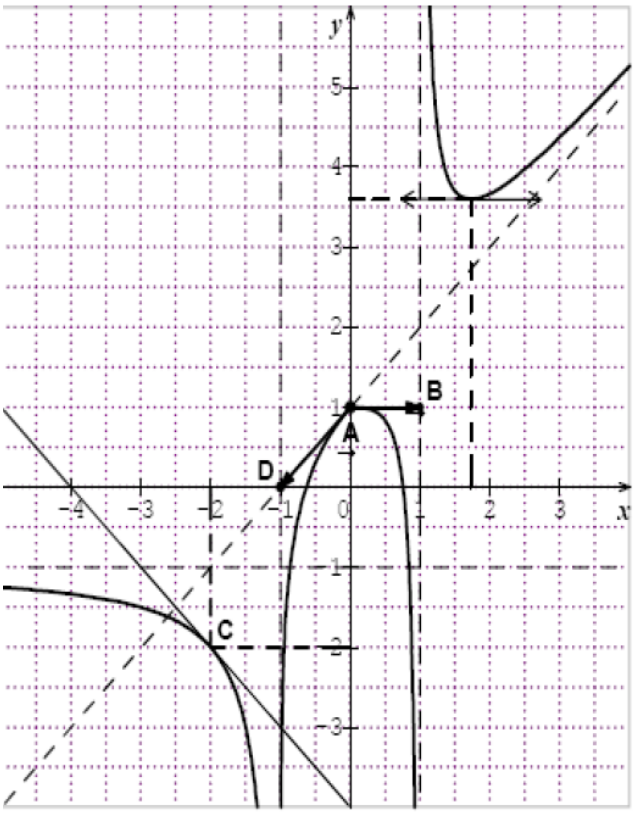
# الموضوع الثاني

## التمرين الأول (04 نقاط ) :

اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل

| | (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|---|
| $f$ دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ $f(x)=2(\ln x)^2-\ln x-3$ | $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=0$ | $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=+\infty$ | $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=-\infty$ |
| حل المعادلة : $\sqrt[3]{5-3x}=2$ | $S=\{+2\}$ | $S=\{+1\}$ | $S=\{-1\}$ |
| $f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ : $f(x)=3^{\frac{1}{x}}$ | دالتها المشتقة هي: $f'(x)=\frac{-\ln 3}{x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$ | دالتها المشتقة هي: $f'(x)=\frac{\ln 3}{x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$ | دالتها المشتقة هي: $f'(x)=\frac{\ln 3}{2x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$ |
| حل المعادلة التفاضلية : $y'=3y$ | هي الدوال : $x \mapsto ce^{-3x}$ حيث c عدد حقيقي ثابت | هي الدوال : $x \mapsto ce^{3x}$ حيث c عدد حقيقي ثابت | هي الدوال : $x \mapsto ce^{2x}$ حيث c عدد حقيقي ثابت |

## التمرين الثاني ( 08 نقاط ):




ليكن $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ اعتمادا على الشكل:

1. حدد $D_f$ ثم عين النهايات التالية:

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)$

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. أ / عين معادلة المستقيم المقارب المائل للمنحنى $(C_f)$.

ب / استنتج النهاية: $\lim\limits_{x \to +\infty}[f(x)-x-1]$.

3. أ / عين القيم التالية: $f(0)$ ، $f'_<(0)$ ، $f'_>(0)$ و $f'(-2)$.

ب / هل الدالة $f$ مستمرة وقابلة للاشتقاق عند 0 ؟ علل.

ج / حدد إشارة $f'(x)$ على $D_f$.

د /شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

4. حل بيانيا في المجال: $]-1;1[$ :

أ / المعادلة: $f(x)=0$ واعط حصرا لحلول المعادلة.

ب / المتراجحة: $f'(x) \geq 1$.

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

## التمرين الثالث ( 08 نقاط ):

I ) نعتبر في المجال $]0;+\infty[$ الدالة $g$ المعرفة كما يلي: $g(x)=x^2-2+\ln x$ .

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ ينتمي إلى المجال $\left[1;\frac{3}{2}\right]$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال : $]0;+\infty[$

II ) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2+1-\ln x}{x}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال : $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$
2. احسب كلا من : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .
3. استنتج جدول تغيرات الدالة $f$ .
4. بين أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته : $y=x$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ في جوار $+\infty$ .
5. ادرس الوضعية النسبية للمنحني $(C_f)$ بالنسبة المستقيم $(\Delta)$ .
6. بين أن : $f(\alpha)=2\alpha-\frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
7. ارسم المنحني $(C_f)$.