المستوى: الثالثة تقني رياضي

اختبار الفصل الأول لمادة الرياضيات

التمرين الأول: (04 نقـط)

❶ عين الحلول العامة للمعادلة التفاضلية: $y'+2y=0$ ………… (1)

❷ نعتبـــر المعادلــــة التفاضلية : $y'+2y=x^2+x-1$ ………… (2)

نضع : $u=y+ax^2+bx+c$ حيث y حل للمعادلة (2) و $a\,;b\,;c$ أعداد حقيقية ثابتة

ا / عين الاعداد الحقيقية $a\,;b\,;c$ بحيث تكون u حلا للمعادلة (1)

ب/ استنتج الحلول العامة للمعادلة (2)

جـ/ عين حلول المعادلة (2) التي تحقق: $y(0)=\frac{1}{2}$

التمرين الثاني: (07 نقـط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^3+2x^2+3x+4}{(x+1)^2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ أ/ أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

ب/ بين أن (C_f) له مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلة له $y=x$. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

❷ بين أن $f'(x)=\frac{(x-1)(x^2+4x+5)}{(x+1)^3}$ و أدرس تغيرات f

❸ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $-2\prec\alpha\prec-1.5$

❹ عين النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم المقارب المائل (Δ).أكتب معادلة للمماس (T)

❺ أحسب $f(0)$ و أنشئ (T) و (Δ) و (C_f)

❻ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ_m) ذو معادلة $y=x+m$

التمرين الثالث: (09 نقـط)

الجزء I : f دالة معرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+x\ln(x+2)$ و (C_f) تمثيلها البياني في م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ أحسب $f'(x)$ ثم $f''(x)$ من أجل x ينتمي إلى المجال $]-2;+\infty[$

❷ أدرس تغيرات f' على المجال $]-2;+\infty[$

❸ أ/ بين أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث α ينتمي إلى $]-0.6\,;\,-0.5[$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x

❹ أ/ أدرس اتجاه تغيرات f على المجال $]-2;+\infty[$

ب/ عين النهايات للدالة f عند -2 و عند $+\infty$ ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f

الجزء II : ليكن x_0 عدد حقيقي من المجال $]-2;+\infty[$ ، نسمي (T_{x_0}) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة x_0.

نرمز من أجل x من المجال $]-2;+\infty[$ ، $d(x)=f(x)-[f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)]$.

❶ أ/ تحقق أنه، من أجل x من المجال $]-2;+\infty[$: $d'(x)=f'(x)-f'(x_0)$

ب/ باستعمال تغيرات f' ، استنتج إشارة $d'(x)$ حسب قيم x. استنتج تغيرات d على المجال $]-2;+\infty[$

❷ عين الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (T_{x_0})

❸ أكتب معادلة للمماس (T_{x_0})، المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0. أرسم (T_0)

❹ عين الأعداد x_0 التي يكون من أجلها المماسات (T_{x_0}) مارة بالمبدأ ثم أرسم هذه المماسات.

❺ أنشئ (C_f). نأخذ $\alpha=-0.54$ و $f(\alpha)=0.8$

انتـــــــهى