

التنقيط

تصحيح الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: 06 نقاط

ليكن كثير الحدود $p(x)$ ذو المتغير الحقيقي x حيث : $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

0.5

1. حساب $p(3)$. لدينا : $p(3) = 0$

نستنتج أن العدد جذر لكثير الحدود $p(x)$.

2. تعين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x :

$$p(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$$

0.1×2

باستعمال القسمة الاقليدية نجد : من أجل كل عدد حقيقي x : $p(x) = (x-3)(x^2 + x - 2)$

3. حل في \mathbb{R} المعادلة $p(x) = 0$.

0.5×2

لدينا : $p(x) = 0$ يكافئ : $\begin{cases} x-3=0 \\ x^2+x-2=0 \end{cases}$ نحل المعادلة : $x^2 - 3x + 2 = 0$ مميزها : $\Delta = 1 - 4(1)(-2) = 9$

ومنه نجد : $x_1 = 1$ و $x_2 = -2$ أي : $S = \{-2; 1; 3\}$

1. حل في \mathbb{R} المتراجحة $2(x^2 - 3) \leq x^3 - 5x$. أعط إشارة العدد $p\left(\frac{2012}{1434}\right)$

لدينا : $2(x^2 - 3) \leq x^3 - 5x$ يعني : $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$

نعلم أن :

0.1

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$x-3$		-		○	+
x^2+x-2	+	○	-	○	+
$p(x)$	-	○	+	○	+

ومنه : مجموعة حلول المتراجحة : $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$ هي : $S = [-2; 1] \cup [3; +\infty[$

0.5

إشارة العدد $p\left(\frac{2012}{1434}\right)$ لدينا العدد : $\frac{2012}{1434} \approx 1.403$ (نتيجة مدورة إلى 10^{-3})

ومنه : $p\left(\frac{2012}{1434}\right) < 0$

التمرين الثاني: 06 نقاط

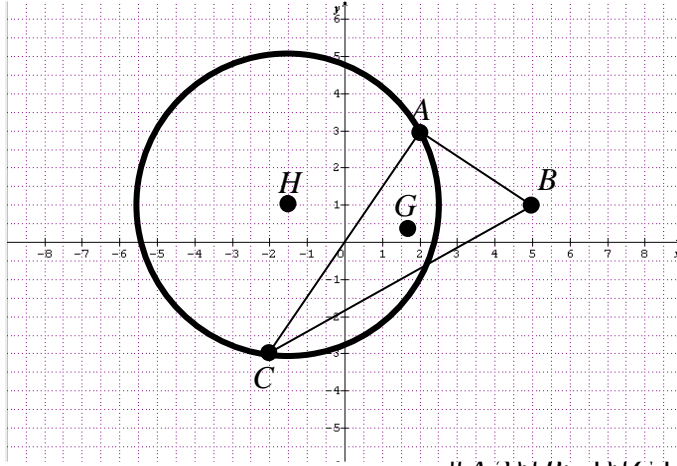
نعتبر في المستوى النقط $A(2;3)$ ، $B(5;1)$ ، و $C(-2;-3)$

0.5×2

1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{لدينا :}$$

2. إنشاء كل من النقط A, B, C و G



- لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

$$\vec{2HA} - \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0} \quad \text{لدينا: } 2-1+1=2 \neq 0 \quad \text{إذن } H \text{ موجودة ووحيدة تحقق :}$$

3. إيجاد إحداثيات النقطة H ثم أنشئها في المعلم السابق .

$$y_H = \frac{\alpha.y_A + \beta.y_B + \gamma.y_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{6-1-3}{2} = 1 \quad \text{و} \quad x_H = \frac{\alpha.x_A + \beta.x_B + \gamma.x_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{4-5-2}{2} = -\frac{3}{2} \quad \text{لدينا :}$$

لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \sqrt{65}$

4. كتابة الشعاع $2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}$ بدلالة الشعاع \vec{MH}

$$\text{لدينا : } 2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2(\vec{MH} + \vec{HA}) - (\vec{MH} + \vec{HB}) + (\vec{MH} + \vec{HC}) \quad \text{"حسب علاقة شال"}$$

$$2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MH} + 2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC} \quad \text{ومنه :}$$

$$2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MH} \quad \text{لكن نعلم أن : } 2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0} \quad \text{ومنه :}$$

5. برهان أن المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

$$\text{أي أن : } \|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 2.MH \quad \text{من جهة ثانية لدينا : } \|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \sqrt{65}$$

$$\text{أي أن : } MH = \frac{\sqrt{65}}{2}$$

ومنه : المجموعة (E) هي دائرة مركزها النقطة H ونصف قطرها $\frac{\sqrt{65}}{2}$

النمرين الثاني: 08 نقاط

$$f \text{ و } g \text{ الدالتان المعرفتان بالشكل : } f(x) = x^2 + 2x - 3, \quad g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

7. حساب كل من f' و g' .

الدالة f تقبل الاشتقاق على المجال $]-\infty; +\infty[$

$$\text{حيث : } f'(x) = 2x + 2 = 2(x + 1)$$

0.25×6

0.75×2

01

0.5×2

0.25

0.5

الدالة g تقبل الاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$

0.25

0.5

$$g'(x) = \frac{2(x-1) - (2x-1)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2} \text{ : حيث}$$

2. كتابة معادلة (Δ) مماس المنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = 5$.

0.5

يعني نحل المعادلة : $f'(x) = 0$ أي : $2(x+1) = 0$ نجد : $x = -1$

0.5

ومنه : $(\Delta) : y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -4$

3. كتابة معادلة (Δ') مماس المنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

01

لدينا : $(\Delta') : y = g'(2)(x-2) + g(2) = -(x-2) + 3 = -x + 5$

4. إيجاد العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+a)^2 + b$.

$$f(x) = (x+a)^2 + b = x^2 + 2ax + a^2 + b = x^2 + 2x + 3$$

0.5

بالمطابقة نجد : $\begin{cases} 2a = 2 \\ a^2 + b = -3 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$ ومنه : من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+1)^2 - 4$.

0.5

5. إيجاد العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $g(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$.

$$g(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1} = \frac{\alpha x - \alpha + \beta}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

0.5

بالمطابقة نجد : $\begin{cases} \alpha = 2 \\ -\alpha + \beta = -1 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases}$ ومنه : من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $g(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$.

0.5

6. كتابة معادلة المنحنى (C_f) في المعلم (A, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغيير دساتير المعلم أو استعمال شعاع

الانسحاب:

01

تعيين دساتير تغيير المعلم : بوضع $\begin{cases} x = X-1 \\ y = Y-4 \end{cases}$ نجد : $Y-4 = (X-1+1)^2 - 4$ أي : $Y = X^2$

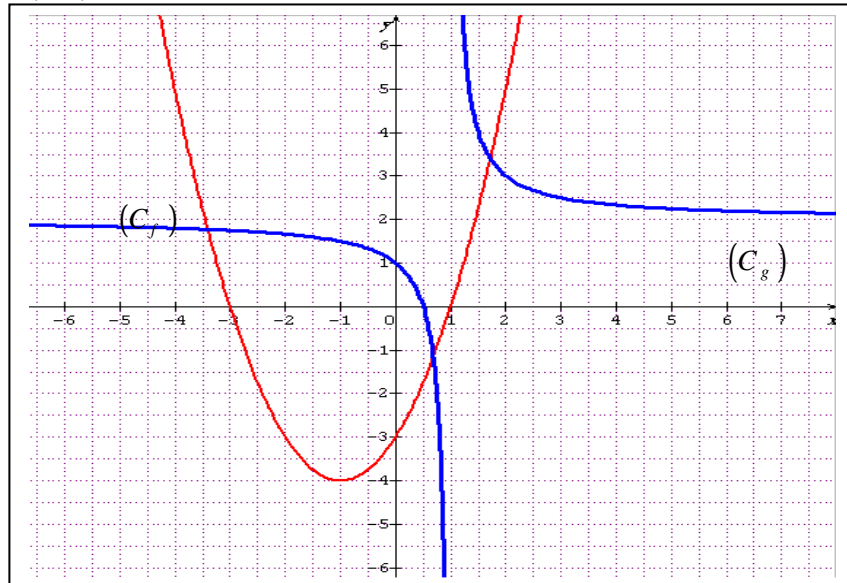
7. اكتب معادلة المنحنى (C_g) في المعلم (B, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغيير دساتير المعلم أو استعمال شعاع

الانسحاب:

01

تعيين دساتير تغيير المعلم : بوضع $\begin{cases} x = X+1 \\ y = Y+2 \end{cases}$ نجد : $Y+2 = 2 + \frac{1}{X+1-1}$ أي : $Y = \frac{1}{X}$

8. باستعمال التمثيلين البيانيين للدالتين "مربع" و"مقلوب" إنشاء كل من (C_f) و (C_g) :



0.5