تصحيح الفرض الثاني للثلاثي الاول---3عتج+3تر+3ر

I) g دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=e^{\frac{x}{x+1}}$

دراسة تغيرات الدالة g : $\lim_{x\to+\infty} g(x)=e$ ، $\lim_{\substack{x\to-1\\ >}} g(x)=0$

الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$ دالتها المشتقة g' حيث: $g'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}e^{\frac{x}{x+1}}$

$g'(x)\succ0$ على المجال $]-1;+\infty[$

ومنه: g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$

x	-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	e

** نبين أن من أجل كل $x\succ-1$: $0\prec g(x)\prec e$

من جدول التغيرات نستنتج :

من اجل كل $x\succ-1$: $0\prec g(x)\prec e$

II) f معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1-e^{\frac{x}{x+1}}$

1)حساب النهايات: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+1-e^{\overbrace{\frac{x}{x+1}}^{1}}\right)=+\infty$

$\lim_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)=\lim_{\substack{x\to-1\\ >}}\left(\overbrace{(x+1)}^{0}-e^{\overbrace{\frac{x}{x+1}}^{-\infty}}\right)=0$

2) أ) حساب $f'(x)$: f قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$: دالتها المشتقة f' : $f'(x)=1-\frac{1}{(x+1)^2}e^{\frac{x}{x+1}}$

الدالة f' قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$ دالتها المشتقة f''

$$f''(x)=-\left[\left(\frac{-2(x+1)}{(x+1)^4}\right)e^{\frac{x}{x+1}}+\frac{1}{(x+1)^4}e^{\frac{x}{x+1}}\right]$$

$$=\frac{2x+1}{(x+1)^4}e^{\frac{x}{x+1}}$$

ب)حساب: $\lim_{x\to+\infty} f'(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(1-\frac{\overbrace{1}^{0}}{(x+1)^2}e^{\overbrace{\frac{x}{x+1}}^{e}}\right)=1$

نبين أن: $f'(x)=1-\frac{1}{x^2}\left(\frac{x}{x+1}\right)^2e^{\frac{x}{x+1}}$ لدينا:

$$f'(x)=1-\frac{1}{(x+1)^2}e^{\frac{x}{x+1}}=1-\frac{1}{x^2}\frac{x^2}{(x+1)^2}e^{\frac{x}{x+1}}$$

$$=1-\frac{1}{x^2}\left(\frac{x}{x+1}\right)^2e^{\frac{x}{x+1}}$$

ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة المشتقة f' ثم تشكيل جدول تغيراتها $\left(\lim_{x\to-\infty}x^2e^x=0\right)$

إشارة $f''(x)$: تتعلق بإشارة $(2x+1)$ لان المقام موجب و $e^{\frac{x}{x+1}}\succ0$

x	-1		$-1/2$		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

بما ان: $f''(x)\succ0$ على المجال $\left]\frac{-1}{2};+\infty\right[$

فإن الدالة f' متزايدة تماما على $\left[\frac{-1}{2};+\infty\right[$

بما ان: $f''(x)\prec0$ على $\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$

x	-1		$-1/2$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$	1	$\searrow$	$1-4/e$	$\nearrow$	1

$1-4/e\approx-0.47$

$$\lim_{\substack{x\to-1\\ >}} f'(x)=\lim_{\substack{x\to-1\\ >}}\left(1-\frac{1}{x^2}\left(\frac{x}{x+1}\right)^2e^{\frac{x}{x+1}}\right)=1$$

د) نبين أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-0.72\prec\alpha\prec-0.71$

لدينا: $f'(0)=0$

$f'(-0.72)=0.025$ ، $f'(-0.71)=-0.029$

بما ان الدالة f' معرفة و مستمرة ورتيبة تماما (متناقصة تماما)على $[-0.72;-0.71]$ و $f'(-0.72).f'(-0.71)\prec0$

فإن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $-0.72\prec\alpha\prec-0.71$

نستنتج ان المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α : $-0.72\prec\alpha\prec-0.71$

3) استنتاج مما سبق اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها :

إشارة $f'(x)$

x	-1		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

الدالة f متزايدة تماما على $]-1;\alpha]\cup[0;+\infty[$

الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha;0]$

x	-1		α		$-1/2$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$1/2-1/e$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

* نبين أن: $f''(x)=\frac{2x+1}{(x+1)^4}e^{\frac{x}{x+1}}$:

4) أ) نبين أن $\Psi(x)=-g(x)+e$: لدينا $A(x;0)$

$(\Delta): y=x-e+1$ ، $M(x;f(x));N(x;x-e+1)$

$$\Psi(x)=MN=\sqrt{(x-x)^2+((x-e+1)-f(x))^2}$$

$$=\sqrt{\left(-e+e^{\frac{x}{x+1}}\right)^2}=\left|-e+e^{\frac{x}{x+1}}\right|=-e^{\frac{x}{x+1}}+e$$

ومنه: $\Psi(x)=-g(x)+e$

ب) حساب: $\lim_{x\to+\infty}\Psi(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(-g(x)\square^{e}+e\right)=0$.

تفسير النتيجة هندسيا حسب المنحنى (C_f):

بما أن $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x-e+1)\right)=\lim_{x\to+\infty}\Psi(x)=0$

فإن: (C_f) يقبل (Δ) مستقيما مقاربا مائلا بجوار $+\infty$

ج) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ):

دراسة إشارة الفرق $\Psi(x)=-g(x)+e=e-e^{\frac{x}{x+1}}$

من أجل كل $x\succ-1$: $\Psi(x)\succ0$ ومنه:

من أجل كل $x\succ-1$: المنحنى (C_f) يقع فوق (Δ)

5) أ) نبين أن $f(\alpha)=-\alpha(\alpha+1)$: لدينا

$f'(\alpha)=1-\frac{1}{(\alpha+1)^2}e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}=0$ أي أن $e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}=(\alpha+1)^2$ ومنه

$$f(\alpha)=\alpha+1-e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}=\alpha+1-(\alpha+1)^2=-\alpha(\alpha+1)$$

استنتاج حصرا لـ $f(\alpha)$: لدينا $-0.72\prec\alpha\prec-0.71$

$(1)...0.71\prec-\alpha\prec0.72$ ، $(2)...0.28\prec\alpha+1\prec0.29$

فإن الدالة f' متناقصة تماما على $\left]-1;-\frac{1}{2}\right]$

ومنه: $0.1... \prec f(\alpha)\prec0.2088$

7) مناقشة بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة $(E)...f(x)=|m|$ ، m وسيط حقيقي

حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات التي معادلاتها : $y=|m|$

1 $|m|=0$ يكافئ $m=0$

*إذا كان $m=0$ فإن (E) تقبل حل مضاعف معدوم

2 $0\prec|m|\prec f(\alpha)$ يكافئ $\begin{cases}0\prec|m|\\|m|\prec f(\alpha)\end{cases}$ يكافئ

$\begin{cases}m\in\mathbb{R}^*\\-f(\alpha)\prec m\prec f(\alpha)\end{cases}$ يكافئ $m\in\left]-f(\alpha);0\right[\cup\left]0;f(\alpha)\right[$

*إذا كان $m\in\left]-f(\alpha);0\right[\cup\left]0;f(\alpha)\right[$ فإن المعادلة (E) تقبل حلان سالبان و حل موجب

3 $|m|=f(\alpha)$ يكافئ $m=f(\alpha)$ أو $m=-f(\alpha)$

*إذا كان $m=f(\alpha)$ أو $m=-f(\alpha)$ فإن المعادلة (E) تقبل حل مضاعف سالب و حل موجب

4 $|m|\succ f(\alpha)$ يكافئ $m\succ f(\alpha)$ أو $m\prec-f(\alpha)$

يكافئ $m\in\left]-\infty;-f(\alpha)\right[\cup\left]f(\alpha);+\infty\right[$

*إذا كان $m\in\left]-\infty;-f(\alpha)\right[\cup\left]f(\alpha);+\infty\right[$ فإن

III) h معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $h(x)=x-1-e\,e^{\frac{-1}{x}}$

أ) تعيين قيمة العدد الحقيقي β : $h(x)=f(x-1)+\beta$

$\beta=h(x)-f(x-1)$ ، $f(x-1)=x-e^{\frac{x-1}{x}}=x-e^{1-\frac{1}{x}}$

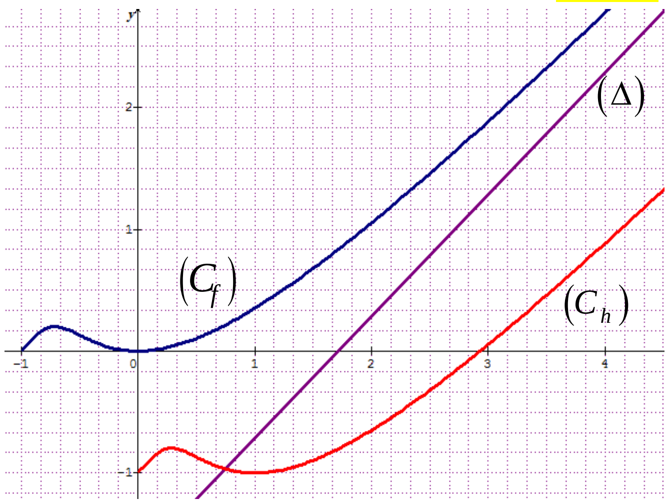
ومنه: $\beta=x-1-e\,e^{\frac{-1}{x}}-\left(x-e\,e^{\frac{-1}{x}}\right)=-1$

ب) شرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f):

لدينا: $h(x)=f(x-1)-1$

(C_h) هو صورة (C_f) بواسطة انسحاب شعاعه $\vec{i}-\vec{j}$

6) رسم (Δ) و (C_f).



m	$-\infty$	$-f(\alpha)$		0		$f(\alpha)$	$+\infty$
عدد وإشارة حلول المعادلة (E)	حل وحيد موجب	حل مضاعف سالب وحل موجب	حلان سالبان وحل موجب	حل مضاعف معدوم	حلان سالبان وحل موجب	حل مضاعف سالب وحل موجب	حل وحيد موجب

		بضرب أطراف المتباينة $(1);(2)$ طرف إلى طرف : $0.1988 \prec -\alpha(\alpha+1) \prec 0.2088$

**** أرجو إعلامنا إن كانت هناك أخطاء *****