

الفرض الثاني للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

اختر الإجابة على التمرين الأول أو التمرين الثاني، أما التمرين الثالث فهو إجباري. المدة: ساعة واحدة.

التمرين الأول: (10 نقط)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}_+ = [0; +\infty[$ بـ: $f(0) = 0$ و من أجل كل x من $\mathbb{R}_+^* =]0; +\infty[$: $f(x) = \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$

و ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1 - أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند الصفر.
- 2 - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ م $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات الدالة f .
- 3 - أثبت أن المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}$ تقبل حلين مختلفين α و β في المجال $]0; +\infty[$ حيث $0,37 < \alpha < 0,39$ و $0,65 < \beta < 0,69$.
- 4 - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها x_0 ثم عين قيمة x_0 التي من أجلها يمر المماس (T) من المبدأ O .
- 5 - من أجل قيمة x_0 المحصل عليها، أرسم كلا من المماس (T) و المنحنى (C_f) . الوحدة البيانية: $10cm$.

التمرين الثاني: (10 نقط)

نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(0) = 1$ و من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $g(x) = |x|^x$

- 1 - أدرس استمرارية و قابلية اشتقاق الدالة g عند الصفر. فسر النتائج هندسيا.
- 2 - أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا.
- 3 - أحسب $g'(x)$ و أدرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .
- 4 - أنشئ (C_g) ، منحنى الدالة g في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة البيانية: $10cm$.

التمرين الثالث: (10 نقط)

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $nu_n = (n+1)u_{n-1} + 1$

- 1 - أحسب الحدود: $u_1, u_2, \dots, u_9, u_{10}$.
- 2 - ما هو التخمين الذي تضعه حول طبيعة هذه المتتالية العددية.
- 3 - برهن صحة هذا التخمين.