الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

القسم : 3رياضيات

المدة : 3 ساعات

الاختبار الاول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:(4نقاط)

نعتبر المعادلتين التفاضليتين :

$$(E): \quad y' - 2y - 1 = 0$$

$$(E'): \quad y' - 2y = 1 - e^x \, sinx$$

- أجب بـ (صحيح أو خطأ) مع التعليل فيما يلي:

1) المعادلة التفاضلية (E) تقبل دالة كثير حدود من الدرجة الأولى حلا لها

2) لتكن g دالة موجبة معرفة على $\Re$ ، إذا كانت gحلا للمعادلة التفاضلية (E)فإن gمتزايدة على $\Re$.

3) الدالة h المعرفة على $\Re$بـ: $h(x) = 3\,e^{2x} - \frac{1}{2}$ حلا للمعادلة التفاضلية (E).

4) الدالة k المعرفة على $\Re$بـ: $k(x) = \frac{e^x}{2}[cosx + sinx]$ حلا للمعادلة التفاضلية (E').

التمرين الثاني :(5نقاط)

1) حل في Z^2المعادلة : $3x - 2y = 1$ ....(E)

2) ليكن n عدد طبيعي غير معدوم

أ) بين أن الثنائية $(14n + 3\,; 21n + 4)$ هي حل للمعادلة (E)

ب) استنتج أن العددين $21n + 4$ و$14n + 3$ أوليان فيما بينهما

3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين $21n + 4$ و $2n + 1$

أ) بين أن d = 1 أو d = 13

ب) بين أنه إذا كان d = 13فإن$n \equiv 6\,[13]$

4) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ نضع :

$$a = 21n^2 - 17n - 4 \quad . \quad b = 28n^3 - 8n^2 - 17n - 3$$

أ) بين أن العددين aو bيقبلان القسمة على $(n - 1)$ في مجموعة الأعداد الصحيحةZ

ب) عين حسب قيم العدد الطبيعي n حيث$2 \geq n$ القسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين aوb

التمرين الثالث :(11نقطة)

I. لتكن الدالة g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة $g(x)=e^{\frac{x}{x+1}}$

1. ادرس تغيرات الدالة و شكل جدول تغيراتها.
2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x \succ -1$ يكون $0 \prec g(x) \prec e$.

II. نعتبر الدالة f لمعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة $f(x)=x+1-e^{\frac{x}{x+1}}$ و ليكن (Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x),\ \lim\limits_{x\to-1} f(x)$
2. من اجل كل عدد حقيقي $x \succ -1$ احسب $f'(x)$ و بين ان $f''(x)=\dfrac{2x+1}{(x+1)^4}e^{\frac{x}{x+1}}$
3. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x),\ \lim\limits_{x\to-1} f'(x)$
4. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x \succ -1$ فان $f'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}\left(\dfrac{x^2}{x+1}\right)e^{\frac{x}{x+1}}$.
5. ادرس تغيرات الدالة f' .
6. بين ان المعادلة $f'(x)$ يقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث : $-0.72 \prec \alpha \prec -0.71$

- مستعينا بالسؤال السابق استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
- A نقطة إحداثياتها $(x;0)$ حيث $x \succ -1$ المستقيم العمودي المار من النقطة A يقطع (Cf) في نقطة M و يقطع (Δ) ذو المعادلة $y=x-e+1$ في النقطة N , نضع $h(x)=MN$.

1. بين أن : $h(x)=-g(x)+e$
2. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.
3. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (Cf) و المستقيم (Δ) .
4. بين أن : $f(\alpha)=-\alpha(\alpha+1)$
5. ادرس اتجاه تغيرات الدالة h على المجال $\left]-1,\dfrac{-1}{2}\right[$.
6. انطلاقا من اتجاه تغير الدالة h استنتج حصرا ل $f(\alpha)$
7. ارسم (Δ) و (Cf) (الوحدة $3cm$)
8. ناقش بيانيا و حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=|m|$

III. لتكن الدالة k معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بالعبارة : $k(x)=x+1+e^{\frac{x-1}{x}}$, (Ck) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1-عين قيمة β التي تحقق $k(x)=f(x-1)+\beta$

2- اشرح كيف يمكن رسم (Ck) انطلاقا من (Cf) .