تصحيح الاختبار الأول   السنة الدراسية : 2014 – 2015   الشعبة : رياضيات

التصحيح	العلامات مجزأة
التمرين الأول : (08 نقاط)	
I. لدينا : $\alpha = n+3$ و $\beta = 2n+1$ ونسمي $\delta = PGCD(\alpha;\beta)$ **أ) تعيين القيم الممكنة لـ δ :** - لدينا : δ / α و δ / β ومنه $\delta / 2\alpha - \beta$ أي $\delta / 2(n+3)-(2n+1)$ وبالتالي : $\delta / 5$ أي $\delta \in D_5$ إذن : $\delta \in \{1;5\}$	01.5
ب) البرهان أنَ α و β من مضاعفات العدد 5 إذا وفقط إذا كان ، $n \equiv 2[5]$: - 1) إذا كان α و β من مضاعفات العدد 5 فإنَ $5/\alpha$ و $5/\beta$ ومنه $\begin{cases}\alpha\equiv 0[5]\\ \beta\equiv 0[5]\end{cases}$ أي $\begin{cases}n+3\equiv 0[5]\\ 2n+1\equiv 0[5]\end{cases}$ ومنه $3n+4\equiv 0[5]$ أي $3n\equiv -4[5]$ وبالتالي $3n\equiv 5-4[5]$ إذن $3n\equiv 1[5]$ أي أنَ : $2\times 3n\equiv 2\times 1[5]$ - وبالتالي $n\equiv 2[5]$ 2) إذا كان $n\equiv 2[5]$ فإنَ $\begin{cases}n+3\equiv 2+3[5]\\ 2n+1\equiv 2\times 2+1[5]\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}\alpha\equiv 0[5]\\ \beta\equiv 0[5]\end{cases}$ أي α و β من مضاعفات العدد 5 **α و β من مضاعفات العدد 5 إذا وفقط إذا كان ، $n\equiv 2[5]$**	01.5
ج) استنتاج قيم $PGCD(\alpha;\beta)$ حسب قيم العدد الطبيعي n : • إذا كان $n\equiv 2[5]$ أي $n=5k+2\,(k\in\mathbb{N})$ فإنَ $PGCD(\alpha;\beta)=5$ • إذا كان $n\neq 5k+2\,(k\in\mathbb{N})$ فإنَ $PGCD(\alpha;\beta)=1$	01
II. لدينا : $a=n^2+2n-3$ و $b=2n^2-n-1$ **أ) تبيان أنَ العدد $n-1$ قاسم للعددين a و b :** • لدينا : $a=(n-1)(n+3)$ و $b=(n-1)(2n+1)$ اي أنَ $(n-1)/a$ و $(n-1)/b$	01
ب) تعيين قيم d حسب قيم العدد الطبيعي n : • لدينا : $d=PGCD(a;b)=PGCD((n-1)(n+3);(n-1)(2n+1))$ أي $d=(n-1)\times PGDC(n+3;2n+1)=(n-1)\times PGCD(\alpha;\beta)$ وبالتالي : $d=(n-1)\times\delta$ - إذا كان $n=5k+2\,(k\in\mathbb{N})$ فإنَ $d=5(n-1)$ لانَ $\delta=5$ - أما إذا كان $n\neq 5k+2\,(k\in\mathbb{N})$ فإنَ : $d=n-1$ لانَ $\delta=1$	01 01
ج) تعيين قيمة d من أجل $n=2015$: • لدينا : $2015\equiv 0[5]$ أي $2015\not\equiv 2[5]$ وبالتالي $d=2015-1=2014$	01

التمرين الثاني : (12 نقطة)

- لدينا : $g(x)=\dfrac{2e-x}{x}-\ln x$ $\qquad D_g=]0;+\infty[$

1- دراسة تغيرات الدالة g :

- **حساب النهايات :**

$$\lim_{x\to0^+} g(x)=\lim_{x\to0^+}\left(\frac{2e-x}{x}-\ln x\right)=+\infty \quad \text{لأن} \quad \begin{cases}\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{2e-x}{x}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to0^+}(-\ln x)=+\infty\end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2e-x}{x}-\ln x\right)=-\infty \quad \text{لأن} \quad \begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2e-x}{x}=-1\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(-\ln x)=-\infty\end{cases}$$

2×0.25

- **حساب المشتقة :**

$$g'(x)=\frac{-x-(2e-x)}{x^2}-\frac{1}{x}=\frac{-x-2e+x-x}{x^2}=\frac{-x-2e}{x^2}$$

$$g'(x)=\frac{-x-2e}{x^2}$$

0.75

- **دراسة إشارة المشتقة :**

$g'(x)=0$ يعني $-x-2e=0$

ومنه $x=-2e$ لكن $(-2e)\notin]0;+\infty[$

وبالتالي من أجل $x\in]0;+\infty[$ ، $g'(x)\neq0$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$

0.5

- **جدول تغيرات الدالة** g :

x	0	e	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$ 0 $\searrow$	$-\infty$

0.5

2- حساب $g(e)$ ثم استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$:

- $g(e)=\dfrac{2e-e}{e}-\ln e=1-1=0$

0.25

- **جدول إشارة $g(x)$:**

x	0	e	$+\infty$
$g(x)$	‖ $+$	0	$-$

0.5

II. لدينا : $f(x)=(2e-|x|)\times\ln|x|$ $\qquad D_f=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

1- البرهان على أن الدالة f زوجية :

- لدينا D_f متناظرة بالنسبة إلى 0 أي من أجل $x\in\mathbb{R}^*$ فإنَ $(-x)\in\mathbb{R}^*$

و لدينا : $f(-x)=(2e-|-x|)\times\ln(|-x|)=(2e-|x|)\times\ln(|x|)=f(x)$ لأنَ $|-x|=|x|$

ومنه f دالة زوجية

0.5

0.75	**2- تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$:**

- من أجل $x\in]0;+\infty[$ لدينا : $f(x)=(2e-x)\times\ln x$

ومنه $f'(x)=-\ln x+(2e-x)\times\frac{1}{x}=\frac{2e-x}{x}-\ln x=g(x)$

أي $f'(x)=g(x)$

01	**3- استنتاج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}^*$:**

- إشارة $f'(x)$ من أجل $x\in]0;+\infty[$ من نفس إشارة $g(x)$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

☜ ثم نكمل جدول إشارة $f'(x)$ بالتناظر بالنسبة إلى 0 لأنَ f زوجية .

x	$-\infty$		$-e$		0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

4×0.25	

- **جدول تغيرات الدالة f :**
- **حساب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف :**

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}(2e-x)\times\ln x=-\infty$$

$$\lim_{x\to0^-}f(x)=\lim_{x\to0^-}(2e-(-x))\times\ln(-x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[(2e-x)\times\ln x\right]=-\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[(2e-(-x))\times\ln(-x)\right]=-\infty$$

0.5

x	$-\infty$		$-e$		0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	e	↘	$-\infty$ $\|\|$ $-\infty$	↗	e	↘	$-\infty$

01	**4- أ) تعيين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل :**

$f(x)=0$ يعني $(2e-|x|)\times\ln|x|=0$

إما $2e-|x|=0$ ومنه $|x|=2e$ أي $x=2e$ أو $x=-2e$

أو $\ln|x|=0$ ومنه $|x|=1$ أي $x=1$ أو $x=-1$

وبالتالي : $(C_f)\cap(x'x)=\{(-2e;0),(-1;0),(1;0),(2e;0)\}$

0.25	**ب) حساب $f(e^2)$**

$f(e^2)=(2e-e^2)\times\ln e^2=4e-2e^2\simeq-3.9$

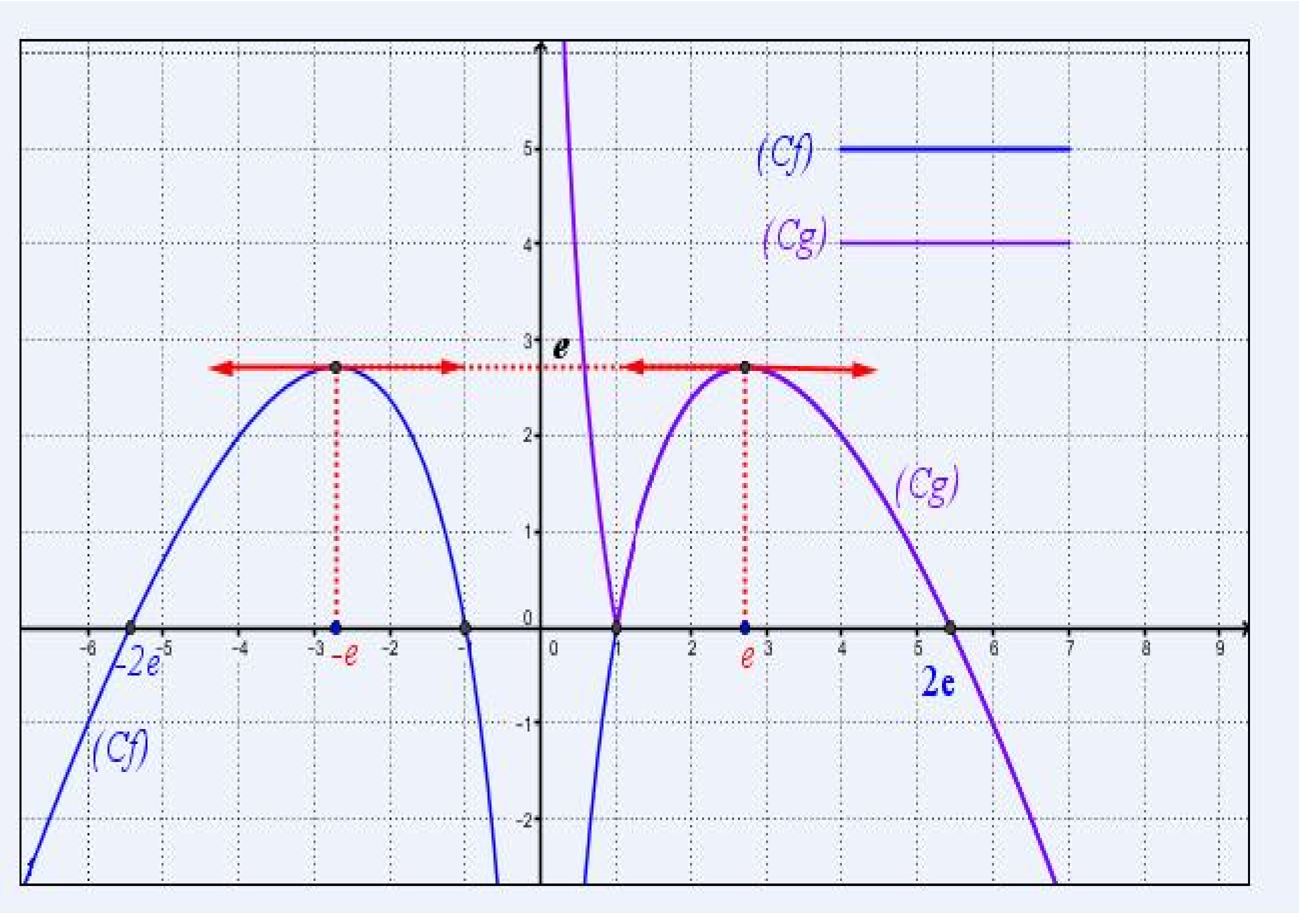
0.5	**.III** لدينا : $h(x)=(2e-x)\times\|\ln x\|$

1- كتابة $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة :

إشارة $\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$\ln x$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

• إذا كان $x\in]0;1]$ فإنَ $h(x)=(2e-x)\times(-\ln x)=-f(x)$ • إذا كان $x\in[1;+\infty[$ فإنَ $h(x)=(2e-x)\times\ln x$ • **كيفية الحصول على (C_h) باستعمال (C_f):** - إذا كان $x\in]0;1]$ فإنَ (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل . - إذا كان $x\in[1;+\infty[$ فإنَ (C_h) منطبق على (C_f) .	01 0.5
☜ الرسم :	02



☜ انتهى تصحيح الاختبار الأول 2014 – 2015

☺بالتوفيق في البكالوريا 2015 ❀