التمرين الأول (6 نقاط) :

1) لدينا $1439-532=907$ و ليس مضاعف للعدد 11 و منه العددان 1439 و 532 غير متوافقان بترديد 11 .

2) أ- تعين باقي قسمة الأقليدية للعدد 4^5 على 11 لدينا $4^5=1024$ و $1024=11\times93+1$ ومنه باقي قسمة 4^5 على 11 هو 1

ب-استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4^5-1\equiv0\,[11]$ بما ان باقي قسمة 4^5 على 11 هو 1 فإن $4^5\equiv1\,[11]$ و منه $4^5-1\equiv0\,[11]$.

3) أ-تعين باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين 1439 و 532 على 11:

$1439\equiv9\,[11]$ و منه باقي قسمة 1439 على 11 هو 9

و $532\equiv4\,[11]$ و منه باقي قسمة 532 على 11 هو 4 .

ب- تبين انه من أجل كل عدد طبيعي n : العدد $2\times532^{5n}+1439$ يقبل القسمة على 11 لدينا $532\equiv4\,[11]$

بالرفع الى قوى 5 نجد $532^5\equiv4^5\,[11]$ و $4^5\equiv1\,[11]$ و منه $532^5\equiv1\,[11]$ بالرفع الى قوى n نجد

$532^{5n}\equiv1\,[11]$ بالضرب في 2 نجد $2\times532^{5n}\equiv2\,[11]$ و لدينا $1439\equiv9\,[11]$ و منه بالجمع نجد

$2\times532^{5n}+1439\equiv11\,[11]$ و $11\equiv0\,[11]$ و منه $2\times532^{5n}+1439\equiv0\,[11]$ هذا يعني ان

$2\times532^{5n}+1439$ يقبل القسمة على 11 .

4) أ- التحقق أن $1990\equiv-1\,[11]$ بما ان $1990-(-1)=1991$ مضاعف للعدد 11 فإن الموافقة $1990\equiv-1\,[11]$ صحيحة .

ب- تعين الأعداد الطبيعية n الأصغر من 30 بحيث $1990^{2n}+n\equiv0\,[11]$ لدينا $1990\equiv-1\,[11]$ بالرفع الى

قوى $2n$ (العدد الزوجي) نجد $1990^{2n}\equiv(-1)^{2n}\,[11]$ أي ان $1990^{2n}\equiv1\,[11]$ بإضافة n نجد

$1990^{2n}+n\equiv1+n\,[11]$ و منه $1990^{2n}+n\equiv0\,[11]$ يعني ان $1+n\equiv0\,[11]$ و منه نجد $\begin{cases}n\equiv-1\,[11]\\0\equiv11\,[11]\end{cases}$ و

بالجمع نجد $n\equiv10\,[11]$ و منه القيم n المطلوبة الاقل من 30 هي 10 و 21 .

التمرين الثاني(6 نقاط) :

لتكن المتتالية (u_n) العددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ $u_n=4n-3$

1) حساب الحدود u_0 و u_1 و u_2 و u_3 بالتعويض نجد $u_0=-3$ و $u_1=1$ و $u_2=5$ و $u_3=9$

2) تبين ان المتتالية (u_n) حسابية

الطريقة 1: بما ان عبارة المتتالية (u_n) من الشكل $u_n=u_0+nr$ فإن المتتالية حسابية أساسها $r=4$ و

حدها الاول $u_0=-3$

الطريقة 2 : نحسب $u_{n+1}=4(n+1)-3=4n+1$ و بعدها الفرق

$u_{n+1}-u_n=4n+1-(4n-3)=4n+1-4n+3=4$ و منه فإن المتتالية (u_n) حسابية أساسها

$r=4$.

3) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) لدينا $u_{n+1}-u_n=4$ عدد موجب و منه المتتالية متزايدة

4) تبين أن العدد 2017 حد من حدود المتتالية (u_n) يعني انه يوجد عدد طبيعي n حيث $u_n=2017$ أي ان

$4n-3=2017$ و منه $4n=2020$ أي ان $n=\frac{2020}{4}=505$ و منه محققة إذن 2017 هو الحد ذو الرتبة 506 .

5) أ) حساب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$ أي ان $S_n=\frac{n+1}{2}(u_0+u_n)$ و منه

$S_n=\frac{n+1}{2}(-3+4n-3)=\frac{n+1}{2}(-6+4n)$ أي ان $S_n=(n+1)(-3+2n)$

ب) تعيين العدد الطبيعي n بحيث يكون $S_n=150$: أي ان $(n+1)(-3+2n)=150$ أي ان

$-3n-3+2n^2+2n=150$ أي أن $2n^2-n-153=0$ نحسب المميز $\Delta=1-4(-153)(2)=1225$ و

$\sqrt{\Delta}=35$ للمعادلة حلين هما $\begin{cases} n'=\frac{1+35}{2(2)}=\frac{36}{4}=9 \\ n''=\frac{1-35}{2(2)}=-\frac{34}{4} \end{cases}$ الحل الطبيعي هو المقبول فقط أي ان $n=9$

التمرين الثالث (8 نقاط)

تعين الاقتراح الصحيح الوحيد مع التعليل من الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية :

1) إذا كان a عددا صحيحا حيث $a\equiv -1[7]$ و لدينا $0\equiv 7[7]$ بالجمع نجد $a\equiv 6[7]$ (او نقول بإضافة 7 نجد $a\equiv 6[7]$)

و منه الاجابة الصحيحة هي ب)

2) باقي قسمة الاقليدية للعدد -47 على 5 لدينا 3 عدد طبيعي و هو أقل من 5 و $-47-3=-50$ مضاعف للعدد

5 و منه الباقي المطلوب هو 3 و منه الاجابة الصحيحة هي ب)

3) مجموعة ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دائما : n عدد طبيعي $n+(n+1)+(n+2)=3n+3=3(n+1)$ و هي

مضاعف للعدد 3 و منه الاجابة الصحيحة هي ج)

4) (v_n) متتالية حسابية أساسها 2 و حدها الاول 3 عبارة حدها العام هي $v_n=v_0+nr=3+2n$ و منه الاجابة

الصحيحة هي أ)

5) المتتالية (u_n) المعرفة بالعلاقة التراجعية التالية $u_{n+1}=u_n+5$ يعني ان $u_{n+1}-u_n=5$ الفرق موجب و منه المتتالية

متزايدة الاجابة أ) الصحيحة

6) القواسم الطبيعية للعدد 72 نحسب عددها لدينا $72=2^3\times 3^2$ عدد القواسم هو $(3+1)(2+1)=12$ و هي

$\{1 ; 2; 3 ;4;6;8;9;12;18;24;36; 72\}$ الاجابة الصحيحة هي أ)